МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
“БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА”

Кафедра физики

ФИЗИКА

Часть 6

КВАНТОВАЯ ОПТИКА. ФИЗИКА АТОМА И ЯДРА

Гомель 2012

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
“БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА”

Кафедра физики

ФИЗИКА

Ч а с т ь 6

КВАНТОВАЯ ОПТИКА. ФИЗИКА АТОМА И ЯДРА

Одобрено методической комиссией факультета безотрывного обучения в качестве учебно-методического пособия для студентов инженерно-технических специальностей ФБО

Гомель 2012

УДК [53+ 531] (075.8)
ББК 22.3
Ф503

Авторы: *Н.А. Ахраменко, М. В. Буй, И. И. Проневич, М.Н. Сергеенко*

Р е ц е н з е н т – д-р техн. наук, профессор *О. В. Холодилов* (УО "БелГУТ").

Физика: учеб.-метод. пособие для студентов инж.-техн. специальностей ФБО: в 6 ч. / Н.А. Ахраменко [и др.] ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2012. – Ч. 6 : Квантовая оптика. Физика атома и ядра. – 103 с.
Ф503
ISBN-978-985-554-090-9 (ч. 6)

Приведены общие методические указания, вопросы для изучения теоретического материала по разделам программы, основная и дополнительная литература, сведения из теории, примеры решения задач, задания для контрольных работ и справочные таблицы по разделам "Квантовая оптика", "Физика атома и ядра" программы курса физики.

Предназначено для методического обеспечения самостоятельной работы по физике студентов инженерно-технических специальностей ФБО.

УДК [53+ 531] (075.8)
ББК 22.3

ISBN-978-985-554-090-9 (ч. 6)
ISBN-978-985-468-670-7

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Курс физики для студентов втузов делится на шесть разделов. Изучение каждого раздела сопровождается выполнением одной контрольной работы. Варианты задач контрольных работ выдаются преподавателем в конце соответствующей экзаменационной сессии.

Процесс изучения курса физики студентом безотрывной формы обучения состоит из следующих основных этапов: самостоятельное изучение физики по учебной литературе, решение задач, выполнение контрольных работ и их защита преподавателю, выполнение лабораторных работ, сдача зачетов и экзаменов.

Самостоятельная работа по учебной литературе

Этот вид занятий является главным в учебной работе студента безотрывной формы обучения. При этом необходимо руководствоваться следующим:

1 Курс физики надо изучать систематически в течение всего учебного процесса. Изучение курса в сжатые сроки перед экзаменом не дает глубоких и прочных знаний.

2 Избрав какой-нибудь учебник в качестве основного, студент должен придерживаться его при изучении всего курса или, по крайней мере, целого раздела. Замена одного учебника другим в процессе изучения ведет к утрате логической связи между отдельными вопросами. Если же основное пособие не дает полного ответа на отдельные вопросы программы, можно воспользоваться и другой учебной литературой.

3 Работа над учебником сопровождается составлением конспекта, в котором записываются формулировки законов и выражающие их формулы, определения физических величин и единиц их измерения, выполняются чертежи и решаются типовые задачи.

4 Изучая курс физики, студент встречается с большим количеством единиц измерения, которые объединяются в Международную систему единиц (СИ). Студент должен помнить, что без основательного знания системы единиц, без умения пользоваться ими при решении физических задач невозможно усвоить курс физики и тем более применять физические знания на практике.

Студент не должен ограничиваться только запоминанием физических формул. Он должен осмыслить их и уметь самостоятельно вывести.

Решение задач

Необходимым условием успешного изучения курса общей физики является систематическое решение задач, которое помогает уяснить физический смысл явлений, закрепить в памяти студента формулы, выработать навыки практического применения теоретических знаний.

При решении задач необходимо:

1 Выбрать основные законы и формулы, которые используются при решении задачи, вспомнить их формулировку, разъяснить буквенные обозначения, употребляемые при написании формул.

2 Сопровождать решение краткими исчерпывающими пояснениями.

3 Все величины, входящие в условие задачи, выразить в единицах СИ. Проверить размерность искомой величины, для этого подставить в правую часть полученной формулы вместо обозначений величин наименования их единиц и проверить, получается ли в результате единица искомой величины; верно полученная рабочая формула должна давать правильную размерность искомой величины.

4 В окончательную формулу, полученную в результате решения задачи в общем виде, подставить числовые значения, выраженные в единицах одной системы (СИ). Пренебрежение этим правилом приводит к неверному результату.

5 Произвести вычисления величин, подставленных в формулу, руководствуясь правилами приближенных вычислений, при необходимости – представлять результат в виде степенного числа. Записать в ответе числовое значение и размерность единицы измерения искомой величины в СИ.

6 Оценить правдоподобность полученного результата.

Физические задачи весьма разнообразны, и дать единую схему их решения невозможно. Однако, как правило, физические задачи следует решать в общем виде, т. е. в буквенных выражениях, не производя вычисления промежуточных величин. Числовые значения подставляются только в окончательную рабочую формулу, выражающую искомую величину. Умение решать задачи приобретается длительными и систематическими упражнениями.

Выполнение контрольных работ

Выполнение контрольных работ студентом и их рецензирование преследуют две цели: во-первых, таким путем осуществляется контроль за самостоятельной работой студента; во-вторых, проверяется усвоение студентом соответствующего материала с целью оказать при необходимости ему помощь по вопросам, которые слабо усвоены или не поняты студентом.

По каждому разделу курса общей физики студент-заочник приступает к выполнению контрольных работ только после изучения материала, соответствующего данному разделу программы, внимательного ознакомления с приемами решения задач, приведенных в данном пособии по каждому разделу курса.

При этом необходимо руководствоваться следующим:

1 Контрольные работы от первой до последней выполняются в обычной школьной тетради (каждая контрольная работа в отдельной тетради), только по условиям задач данного посо-

бия. Замена какой-либо контрольной работы другой, взятой из аналогичного пособия, не допускается.

2 На лицевой стороне контрольной работы приводятся сведения по следующему образцу:

Кафедра физики Контрольная работа № __ по физике (задачи № ________) студента __ курса (группа ______) Иванова Ивана Ивановича Учебный шифр № ______________ 246028, г. Гомель, ул. Кожара, д. 27, кв. 15

3 Выполнять контрольные работы следует чернилами или шариковой ручкой. Каждая следующая задача должна начинаться с новой страницы. Условие задачи переписывается полностью, без сокращений. Для замечаний рецензента на страницах тетради оставляются поля.

4 Все решаемые задачи сопровождаются краткими, но исчерпывающими пояснениями, раскрывающими физический смысл употребляемых формул, и с обязательным выполнением основных правил решения задач.

5 В конце каждой контрольной работы студент-заочник должен привести название учебника или учебного пособия, которым он пользовался, фамилию автора и год издания, чтобы рецензент в случае необходимости мог конкретно указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

6 Получив прорецензированную работу, студент обязан устранить недостатки, указанные рецензентом.

7 Если при рецензировании контрольная работа не зачтена, студент обязан послать ее на повторное рецензирование, включив в нее дополнительные решения тех задач, в которых были допущены ошибки. Работа над ошибками выполняется в той же тетради (в конце контрольной работы).

8 Студент является на экзаменационную сессию, получает на кафедре прорецензированные работы и по расписанию декана-

та защищает их преподавателю. Студент должен быть готов при защите контрольной работы дать пояснения по существу решения входящих в нее задач. Зачтенные контрольные работы остаются у экзаменатора.

1 ВОПРОСЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Квантовая оптика

Тепловое излучение. Абсолютно черное тело. Законы теплового излучения. Формула Планка. Оптическая пирометрия.

Фотоны. Внешний фотоэффект и его законы. Энергия и импульс фотонов. Давление света. Эффект Комптона. Дуализм свойств света.

Физика атома и ядра

Планетарная модель атома. Постулаты Бора. Теория водородоподобных атомов. Энергия ионизации. Спектр атома водорода, серии и линии.

Корпускулярно-волновой дуализм. Гипотеза де Бройля. Соотношения неопределенностей. Волновая функция. Уравнение Шредингера. Движение свободной частицы. Частица в потенциальной яме. Туннельный эффект.

Электроны в атоме. Атом водорода. Квантовые числа, определяемые ими параметры. Опыт Штерна и Герлаха. Спин электрона. Принцип неразличимости тождественных частиц. Фермионы и бозоны. Принцип Паули. Периодическая система элементов. Спектры атомов и молекул. Вынужденное излучение. Лазеры.

Элементы квантовой статистики. Фазовое пространство. Элементарная ячейка. Функции распределения. Статистики Ферми-Дирака и Бозе–Эйнштейна. Электропроводность металлов. Сверхпроводимость. Фотонный и фононный газы. Электронная теплоемкость. Теплоемкость кристаллической решетки.

Энергетические зоны в кристаллах и распределение по ним электронов. Число электронных состояний в зоне. Заполнение зон: металлы, диэлектрики, полупроводники. Собственные и примесные полупроводники.

Контактные явления. Контакт электронного и дырочного полупроводников. Туннельные явления на контакте. Полупроводниковые лазеры. Жидкие кристаллы. Типы жидких кристаллов. Фазовые диаграммы. Поведение в электрическом и магнитном полях.

Характеристики и свойства ядра. Нуклоны. Ядерные силы. Энергия связи. Радиоактивность. Закон радиоактивного распада и его статистический смысл. Виды радиоактивности.

Ядерные реакции. Деление ядер. Ядерный реактор. Термоядерные реакции. Элементарные частицы; классификация и взаимопревращения. Фундаментальные взаимодействия.

Список рекомендуемой литературы

Основная

1 **Савельев, И. В.** Курс общей физики : в 3 т. / И. В. Савельев. – 3-е изд., испр. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – Т. 3 : Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц : учеб. пособие для студентов втузов. – 320 с.

2 **Детлаф, А. А.** Курс физики : учеб. пособие для втузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Высш. шк., 1989. – 608 с.

3 **Трофимова, Т. И.** Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1997. – 542 с.

4 **Трофимова, Т. И.** Сборник задач по курсу физики для втузов : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 3-е изд. – М. : ОНИКС-21 век; Мир и Образование, 2005. – 383 с.

5 **Чертов, А. Г.** Задачник по физике : учеб. пособие для втузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1988. – 526 с.

Дополнительная

1 **Ландсберг, Г. С.** Оптика : учеб. пособие для студ. физич. спец. вузов / Г. С. Ландсберг. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1976. – 926 с.

2 **Волькенштейн, В. С.** Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – 11-е изд., перераб. – М. : Наука, 1985. – 381 с.

3 **Савельев, И. В.** Сборник задач и вопросов по общей физике : учеб. пособие / И. В. Савельев. – 2-е изд., перераб. – М. : Наука, 1988. – 288 с.

4 **Чертов, А. Г.** Физические величины: (Терминология, определения, обозначения, размерности, единицы) / А. Г. Чертов. – М. : Высш. шк., 1990. – 334 с.

5 **Сена, Л. И.** Единицы физических величин и их размерности : учеб. пособие для студ. вузов / Л. И. Сена. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1977. – 335 с.

6 **Яворский, Б. М.** Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – 3-е изд., испр. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 624 с.

7 **Кухлинг, Х.** Справочник по физике : [пер с нем.] / Х. Кухлинг ; под ред. Е. М. Лейкина. – М. : Мир, 1982. – 520 с.

8 Сборник задач по физике / под общ. ред. М. С. Цедрика. – 2-е изд., перераб. – Мн. : Выш. шк., 1976. – 320 с.

9 Физика: задания к практическим занятиям / под ред. Ж. П. Лагутиной. – 2-е изд., перераб. и доп. – Мн. : Выш. шк., 1989. – 236 с.

10 **Новодворская, Е. М.** Методика проведения упражнений по физике во втузе / Е. М. Новодворская, Э. М. Дмитриева. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1981. – 318 с.

11 **Иродов, И. Е.** Задачи по общей физике : учеб. пособие / И. Е. Иродов. – 2-е изд., перераб. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.– 416 с.

12 **Фирганг, Е. В.** Руководство к решению задач по курсу общей физики : учеб. пособие для студ. втузов / Е. В. Фирганг. – М. : Высш. шк., 1978. – 351 с.

2 ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

Излучательность тела (энергетическая светимость) (определяющее уравнение)

$$R_э = \frac{dE}{dt \cdot dS},$$

где dE – энергия электромагнитных волн, излучаемая за время dt с поверхности площадью dS.

Связь мощности излучения (потока энергии) с излучательностью при $R_э = \text{const}$:

$$P = R_э S,$$

где S – площадь излучающей поверхности тела.

Спектральная плотность излучательности (испускательная способность) (по частоте, определяющее уравнение)

$$r_\nu = \frac{dE[\nu \div (\nu + d\nu)]}{dt \cdot dS \cdot d\nu},$$

где $dE[\nu \div (\nu + d\nu)]$ – энергия электромагнитных волн, излучаемая в узком спектральном интервале $d\nu$; ν – частота излучения;

спектральная плотность излучательности (испускательная способность) (по длине волны, определяющее уравнение)

$$r_\lambda = \frac{dE[\lambda \div (\lambda + d\lambda)]}{dt \cdot dS \cdot d\lambda},$$

где $dE[\lambda \div (\lambda + d\lambda)]$ – энергия электромагнитных волн, излучаемая в узком спектральном интервале $d\lambda$; λ – длина волны.

Связь излучательности с испускательной способностью:

$$R_э = \int_0^\infty r_\nu d\nu = \int_0^\infty r_\lambda d\lambda,$$

Связь испускательных способностей по частоте и по длине волны:

$$r_\lambda = \frac{c}{\lambda^2} r_\nu.$$

Поглощательная способность (определяющее уравнение)

$$a_\nu = \frac{dE^{\text{погл}}(\nu)}{dE^{\text{пад}}(\nu)},$$

где $dE^{\text{погл}}$ – поглощенная энергия; $dE^{\text{пад}}$ – энергия падающего излучения (в узком спектральном интервале за малое время на поверхность малой площади).

Для серого тела $a_\nu \equiv \text{const}$ (по определению).

Для абсолютно черного тела $a_\nu \equiv 1$ (по определению).

Закон излучения Кирхгофа:

$$\frac{r_\nu}{a_\nu} = f(\nu, T) = r_\nu^*,$$

где $f(\nu, T)$ – универсальная функция частоты и абсолютной температуры (T); r_ν^* – испускательная способность абсолютно черного тела.

Связь излучательности (энергетической светимости) абсолютно черного тела с его абсолютной температурой (закон Стефана-Больцмана):

$$R_э^* = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4) – постоянная Стефана–Больцмана.

Следствие закона Стефана–Больцмана для нечерного тела:

$$R_э = a\sigma T^4.$$

Длина волны, при которой испускательная способность абсолютно черного тела r_ν^* принимает максимальное значение (рисунок 1), связана с абсолютной температурой (закон смещения Вина):

$$\lambda_m T = b,$$

где $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м·К – первая постоянная Вина.

Максимальное значение испускательной способности абсолютно черного тела пропорционально пятой степени абсолютной температуры:

$$\left(r^*_{\lambda,T}\right)_{\max} = CT^5,$$

где $C = 1{,}29\cdot10^{-5}$ Вт/(м^3·К^5) – вторая постоянная Вина.

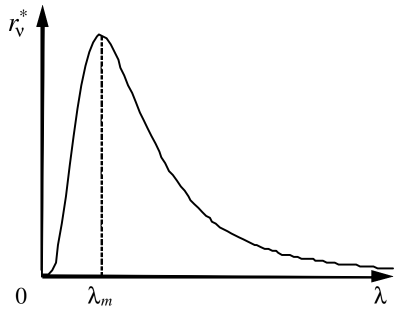

Рисунок 1 – Зависимость испускательной способности абсолютно черного тела от длины волны

Формула Рэлея–Джинса (выражение для испускательной способности абсолютно черного тела, полученное с помощью фундаментальных положений классической физики):

$$r^*_\nu = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT,$$

где k – постоянная Больцмана; c – скорость света в вакууме.

Энергия, соответствующая кванту излучения,

$$\varepsilon_\nu = h\nu.$$

Формула Планка (выражение для испускательной способности абсолютно черного тела, полученное с помощью гипотезы Планка, – рисунок 2):

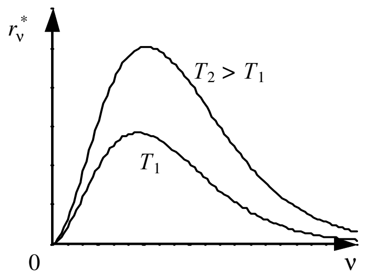

Рисунок 2 – График r^*_ν по формуле Планка

$$r^*_\nu = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1},$$

где h – постоянная Планка.

Энергия фотона

$$\varepsilon_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \hbar\omega,$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$; эта величина также называется постоянной Планка; $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота излучения.

Импульс фотона

$$p_\gamma = \frac{\varepsilon_\gamma}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Масса фотона

$$m_\gamma = \frac{\varepsilon_\gamma}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}.$$

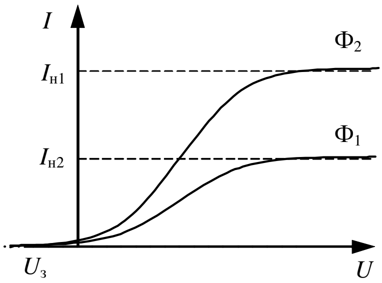

Рисунок 3 – Вольтамперная характеристика внешнего фотоэффекта

Связь максимальной скорости вылетающих при внешнем фотоэффекте электронов (фотоэлектронов) с задерживающим напряжением (рисунок 3):

$$\frac{m\,v_{max}^2}{2} = eU_з,$$

где m – масса электрона; v_{max} – максимальная скорость; e – заряд электрона по абсолютной величине (элементарный заряд); $U_з$ – задерживающее напряжение.

Связь силы тока насыщения со световым потоком:

$$I_н \sim \Phi,$$

где $I_н$ – сила тока насыщения (остающаяся постоянной при увеличении приложенного напряжения); Ф – падающий на катод световой поток (на рисунке 3 сила тока насыщения $I_{н1}$ соответствует световому потоку Φ_1, а $I_{н12}$ – соответственно Φ_2).

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A + \frac{mv_{max}^2}{2},$$

где A – работа выхода электрона из металла.

Соотношения для красной границы фотоэффекта:

$$\nu_0 = \frac{A}{h};\ \lambda_0 = \frac{hc}{A},$$

где ν_0 – минимальная частота света; λ_0 – максимальная длина волны света, при которых еще возможен фотоэффект.

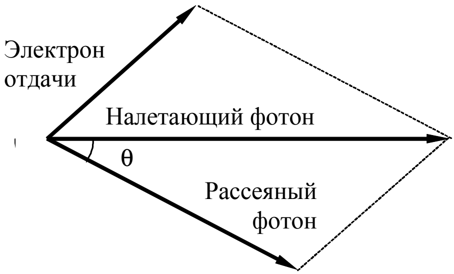

Рисунок 4 – Эффект Комптона

Изменение длины волны и излучения при комптоновском рассеянии (рисунок 4)

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

где λ – длина волны фотона, налетающего на свободный или слабо связанный электрон; λ' – длина волны фотона, рассеянного на угол θ после столкновения с электроном; m_0 – масса покоя электрона.

Величина

$$\Lambda = \frac{h}{m_0 c} = 2{,}43 \cdot 10^{-12}\ \text{м}$$

называется комптоновской длиной волны электрона.

Энергетическая освещенность (определяющее уравнение)

$$E_э = \frac{dE^{пад}}{dt \cdot dS},$$

где $dE^{пад}$ – энергия электромагнитных волн, падающих за время dt на поверхности площадью dS.

Давление света при его нормальном падении на поверхность

$$p = w(1+\rho) = \frac{E_э}{c}(1+\rho),$$

где w – объемная плотность энергии излучения; ρ – коэффициент его отражения от поверхности; c – скорость распространения света в вакууме.

Уравнение для круговых стационарных орбит по теории Бора для водородоподобных атомов (рисунок 5)

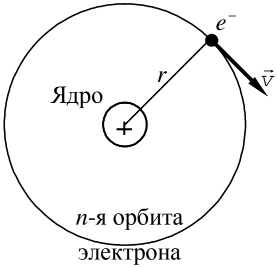

Рисунок 5 – Орбита электрона по теории Бора

$$m v r = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar,$$

где m – масса электрона; v – его скорость на орбите; r – ее радиус; n – ее номер (главное квантовое число).

Связь между кинетической, потенциальной и полной энергиями электрона, движущегося в атоме по орбите с номером n (в состоянии с главным квантовым числом n):

$$E_n^k = -E_n; \quad E_n^p = 2E_n; \quad E_n^k = -\frac{1}{2}E_n^p,$$

где E_n^k – кинетическая энергия электрона; E_n – его полная энергия; E_n^p – его потенциальная энергия.

Уравнение Бора для частоты излучения (поглощения)

$$\hbar\omega = h\nu = E_n - E_m,$$

где n и m – номера орбит электрона (его состояний в атоме).

Радиус n-й стационарной орбиты электрона в водородоподобном атоме

$$r_n = \frac{a_0}{Z}n^2,$$

где $a_0 = 5{,}29\cdot10^{-11}$ м – первый боровский радиус (радиус основной, т. е. первой орбиты электрона в атоме водорода); Z – номер элемента в таблице Менделеева.

Полная энергия электрона в водородоподобном атоме

$$E_n = -\frac{Z^2 E_i^{\text{H}}}{n^2},$$

где E_i^{H} = 13,6 эВ – энергия ионизации атома водорода.

Зависимость энергии ионизации электрона в водородоподобном атоме от номера элемента:

$$E_i = E_i^{\text{H}} Z^2.$$

Сериальная формула для циклической частоты излучаемого (поглощаемого) водородоподобным ионом света при переходе электрона с одной орбиты на другую (переходе атома из одного состояния в другое):

$$\omega = R_\infty Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где $R_\infty = \frac{m_0 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} = 2{,}07 \cdot 10^{16}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ – постоянная Ридберга (данное значение соответствует бесконечно тяжелому ядру).

Сериальная формула для частоты света:

$$\nu = R'_\infty Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где $R'_\infty = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ Гц (также называется постоянной Ридберга).

Сериальная формула для длины волны света:

$$\frac{1}{\lambda} = R''_\infty Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где $R''_\infty = 1{,}1 \cdot 10^7$ м$^{-1}$ (также называется постоянной Ридберга).

Частные формулы для отдельных серий излучения атома водорода (Z = 1) соответствуют: серии Лаймана (m = 1, n = 2; 3; ... ; описывает линии ультрафиолетового диапазона спектра); серии Бальмера (m = 2, n = 3; 4; ... ; в основном описывает линии видимого диапазона спектра); серии Пашена (m = 3, n = 4;

5; ... ; описывает линии инфракрасного диапазона спектра) и т. д. (рисунок 6).

Длина волны, соответствующая коротковолновой границе тормозного рентгеновского спектра (рисунок 7),

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}.$$

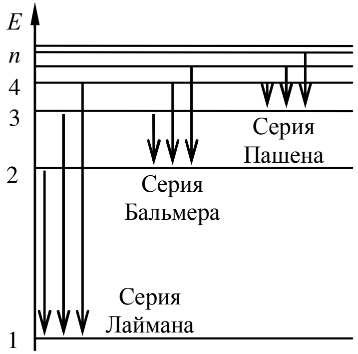

Рисунок 6 – Переходы электронов в атоме водорода и соответствующие линии

Закон Мозли для характеристического (см. рисунок 7) рентгеновского спектра:

$$\omega = (Z-\sigma)^2 R_\infty \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где σ – постоянная экранирования.

Следствие закона Мозли для K_α линий ($\sigma = 1$):

$$\omega = 3(Z-1)^2 R_\infty / 4.$$

Длина волны де Бройля частицы, имеющей импульс p,

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Импульс частицы p связан с ее скоростью v и кинетической энергией $E_к$:

– для случая малых скоростей –

$$p = m_0 v = \sqrt{2m_0 E_к};$$

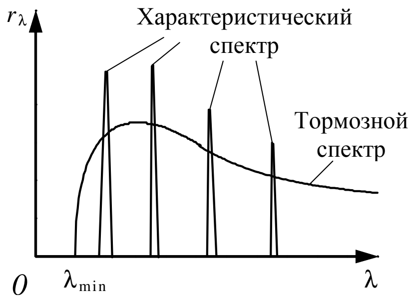

Рисунок 7 – Спектр рентгеновского излучения

– для скоростей, сравнимых по величине со скоростью света, –

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_0 + E_к)E_к},$$

где m – релятивистская масса частицы; v – ее скорость; m_0 – масса покоя частицы; $E_0 = m_0c^2$ – ее энергия покоя.

Фазовая скорость волн де Бройля

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p},$$

где k – волновое число волн де Бройля ($k = 2\pi/\lambda$); E – полная энергия частицы.

Групповая скорость волн де Бройля

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}.$$

Соотношение неопределенностей для координаты и импульса:

$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2},$$

где Δp_x – неопределенность проекции импульса на ось $0x$; Δx – неопределенность соответствующей координаты.

Соотношение неопределенностей для энергии и времени:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где ΔE – неопределенность энергии квазистационарного состояния; Δt – время нахождения квантовой системы в данном энергетическом состоянии.

Естественная ширина спектральной линии

$$\Delta\nu \sim \frac{1}{\tau_{\text{ат}}},$$

где $\tau_{\text{ат}}$ – среднее время нахождения атома в соответствующем возбужденном состоянии.

Общее уравнение Шредингера для одной частицы во внешнем поле

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi+U\Psi,$$

где i – мнимая единица; $\Delta\Psi$ – оператор Лапласа от волновой функции $\Psi(x, y, z, t)$; $U = U(x, y, z)$ – потенциальная энергия частицы в поле.

Зависимость волновой функции частицы в стационарном состоянии от времени

$$\Psi(x, y, z, t)=\psi(x, y, z)\exp\left(-i\frac{E}{\hbar}t\right),$$

где $\psi(x, y, z)$ – координатная часть волновой функции, описывающая стационарное состояние частицы; E – полная энергия частицы в стационарном состоянии.

Уравнение Шредингера для стационарных состояний (одномерный случай)

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi(x)=0.$$

Плотность вероятности существования частицы в некоторой малой окрестности точки x в одномерном случае (для стационарных состояний, соответствующих ограниченному в пространстве движению)

$$\frac{dP(x)}{dx}=|\Psi(x,t)|^2=|\psi(x)|^2,$$

где $dP(x)$ – вероятность того, что частица находится вблизи точки с координатой x в интервале шириной dx.

Вероятность существования частицы в интервале от x_1 до x_2 в одномерном случае (для рассматриваемого выше случая)

$$P=\int_{x_1}^{x_2}|\psi(x)|^2\,dx.$$

Связь вероятности и волновой функции (трехмерный случай):

$$dP=|\Psi(x, y, z,t)|^2\,dV,$$

где dP – вероятность нахождения частицы в окрестности объемом dV около точки с координатами x, y, z в момент времени t (для ограниченного в пространстве движения).

Условие нормировки для волновой функции (для рассматриваемого выше случая):

$$\iiint_{\infty} |\Psi|^2 dV = 1 .$$

Коэффициент прозрачности прямоугольного потенциального барьера конечной ширины (вероятность прохождения частицей барьера) в одномерном случае

$$D = \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U - E)} d \right],$$

где U – высота потенциального барьера; E – полная энергия налетающей частицы; d – ширина барьера. Приведенная формула соответствует случаю $E < U$ и обеспечивает приемлемую точность при $D << 1$.

Вероятность отражения частицы от прямоугольного потенциального барьера конечной ширины

$$R = 1 - D .$$

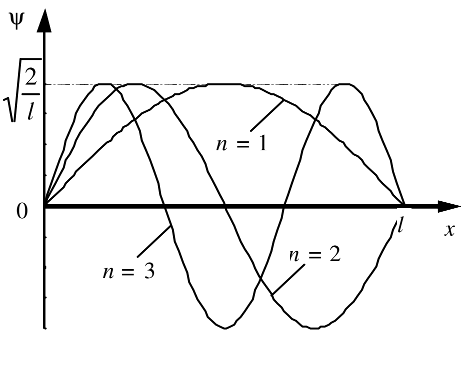

Рисунок 8 – Волновые функции частицы в потенциальном ящике

Волновые функции (собственные функции) для стационарных состояний частицы в одномерном, бесконечно глубоком, прямоугольном потенциальном ящике (рисунок 8)

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi n}{l} x \right),$$

где l – ширина ящика; n – квантовое число (номер стационарного состояния: $n = 1; 2; 3; ...$). В областях $x \le 0$ и $x \ge l$ $U = \infty$ и $\psi(x) = 0$.

Значения энергии этой частицы в стационарных состояниях (собственные значения энергии)

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ml^2}.$$

Значения, которые может принимать главное квантовое число (электрон в атоме водорода):

$$n = 1; 2; 3; \ldots.$$

Энергия электрона в стационарном состоянии в атоме водорода

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}.$$

Значения, которые может принимать орбитальное квантовое число:

$$l = 0; 1; \ldots; n-1.$$

Орбитальный момент импульса электрона в атоме водорода

$$L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}.$$

Значения, которые может принимать магнитное квантовое число:

$$m = -l; -l+1; \ldots; -1; 0; 1; \ldots; l-1; l.$$

Проекция орбитального момента импульса электрона на внешнюю ось (ось, определяемую направлением внешнего поля, чаще всего магнитного или электрического)

$$L_{l,z} = m\hbar.$$

Модуль спина (собственного, не связанного с вращательным движением момента импульса) микрочастицы

$$L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}\,.$$

где s – спиновое число (для электрона s = 1/2). Спиновое число является уникальным параметром для микрочастицы (подобно массе покоя и заряду) и может принимать только целые (0; 1; 2;...) или полуцелые (1/2; 3/2; 5/2; ...) значения.

Значения, которые может принимать магнитное спиновое квантовое число:

$$m_s = -s; -s+1; \ldots; s-1; s\,.$$

Проекция спина электрона в атоме на внешнюю ось

$$L_{s,\,z} = m_s\hbar\,.$$

Функция распределения частиц по энергии (определяющее уравнение)

$$f_\varepsilon = \frac{1}{N}\cdot\frac{dN}{d\varepsilon}\,,$$

где N – общее число частиц; dN – число частиц, энергия которых приходится на интервал энергий $d\varepsilon$ около значения энергии ε.

Функция распределения частиц по состояниям (определяющее уравнение)

$$\langle N\rangle = \frac{dN}{dg}\,,$$

где dg – число квантовых состояний, соответствующих интервалу энергий $d\varepsilon$.

Расчет среднего значения физической величины с помощью функции распределения по энергии:

$$\langle p\rangle = \int\limits_0^\infty p(\varepsilon) f_\varepsilon d\varepsilon\,.$$

Распределение Бозе-Эйнштейна (функция распределения бозонов, т. е. частиц с целым значением спинового числа, по состояниям):

$$\langle N \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{kT}\right) - 1},$$

где μ – химический потенциал частиц.

Распределение Ферми-Дирака (функция распределения фермионов, т. е. частиц с полуцелым значением спинового числа, по состояниям)

$$\langle N \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{kT}\right) + 1}.$$

Для электронов проводимости в металле $\mu \equiv \varepsilon_F$, где ε_F – энергия Ферми (энергия электронов проводимости в металле, при которой $\langle N \rangle = \frac{1}{2}$).

Связь энергии Ферми с концентрацией электронов проводимости в металле (n):

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3}.$$

Данная формула абсолютно справедлива для нулевой температуры и приближенно – при выполнении условия $kT \ll \varepsilon_F$.

Молярная теплоемкость электронов проводимости в металле

$$C \sim \frac{kT}{\varepsilon_F} \cdot \frac{3}{2} R,$$

где R – универсальная газовая постоянная.

Температура Дебая

$$T_D = \frac{h\nu_{\max}}{k},$$

где $\nu_{\max}$ – максимальная частота фонона (квазичастицы, соответствующей упругой волне с минимально возможной энергией в твердом теле).

Молярная теплоемкость твердого тела при температурах, значительно превышающих температуру Дебая (закон Дюлонга и Пти),

$$C = 3R\,.$$

Молярная теплоемкость твердого тела при температурах, существенно меньших температуры Дебая (предельный закон Дебая),

$$C \sim T^3\,.$$

Зависимость удельной проводимости химически чистого полупроводника от температуры:

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT}\right),$$

где σ_0 – постоянная величина; ΔW – ширина запрещенной зоны в полупроводнике (энергия активации).

Зависимость силы тока через $(p$-$n)$-переход от напряжения:

$$I = I_0\left[\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1\right],$$

где I – сила тока; U – напряжение.

Радиус ядра приближенно определяется соотношением

$$r = r_0 A^{1/3},$$

где $r_0 \approx 1{,}4 \cdot 10^{-15}$ м (коэффициент пропорциональности, который можно считать для всех ядер приближенно постоянным); A – массовое число (число нуклонов в ядре).

Дефект массы ядра

$$\Delta m = Z m_{\mathbf{p}} + (A - Z) m_n - m_{\mathbf{я}} \approx Z m_{{}^1_1\mathbf{H}} + (A - Z) m_n - m_{\mathbf{ат}}\,,$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре); m_{p} – масса протона; m_n – масса нейтрона; $m_{\text{я}}$ – масса ядра; $m_{{}^1_1\mathrm{H}}$ – масса протия (атома водорода $^1_1\mathrm{H}$); $m_{\text{ат}}$ – масса нейтрального атома, соответствующего рассматриваемому ядру.

Энергия связи ядра

$$E_{\text{св}} = \Delta m \cdot c^2 .$$

Во внесистемных единицах энергия связи ядра

$$E_{\text{св}} = \Delta m \cdot k ,$$

где $E_{\text{св}}$ выражена в МэВ, Δm – в а.е.м., k = 931,5 МэВ/а.е.м. [1 а.е.м. (атомная единица массы) соответствует энергии покоя 931,5 МэВ].

Закон радиоактивного распада

$$dN = -\lambda N dt \quad \text{или} \quad N = N_0 e^{-\lambda t} ,$$

где dN – число ядер, распадающихся за интервал времени dt; λ – постоянная распада; N – число ядер, не распавшихся к моменту времени t; N_0 – число ядер в начальный момент (t = 0).

Число ядер, распавшихся за время t,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

Если промежуток времени Δt мал по сравнению с периодом полураспада $T_{1/2}$, то число распавшихся ядер приближенно можно определить следующим образом:

$$\Delta N = \lambda N \Delta t .$$

Связь периода полураспада (отрезка времени, за который распадается половина начального числа радиоактивных ядер) с постоянной распада:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0{,}693}{\lambda} .$$

Среднее время жизни радиоактивного ядра τ (совпадает со временем релаксации, т. е. интервалом времени, за который число нераспавшихся ядер уменьшается в e раз)

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Число атомов, содержащихся в радиоактивном веществе,

$$N = \frac{m}{\mu} N_A,$$

где m – масса вещества; N_A – число Авогадро; μ – молярная масса.

Активность радиоактивного препарата (определяющее уравнение)

$$a = \frac{dN^{\text{расп}}}{dt},$$

где $N^{\text{расп}}$ – число ядер, распадающихся за интервал времени dt.

Связь активности с числом радиоактивных ядер:

$$a = \lambda N.$$

Зависимость активности от времени:

$$a = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = a_0 e^{-\lambda t},$$

где a_0 – активность препарата в начальный момент времени.

Удельная активность (определяющее уравнение)

$$a_{\text{уд}} = \frac{a}{m}.$$

Связь удельной активности с периодом полураспада:

$$a_{\text{уд}} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{N_A}{\mu}.$$

Символическая запись ядерной реакции может быть дана или в развернутом виде

$$^{A_1}_{Z_1}\mathrm{X}_1 + {}^{A_2}_{Z_2}\mathrm{X}_2 \to {}^{A_3}_{Z_3}\mathrm{X}_3 + {}^{A_4}_{Z_4}\mathrm{X}_4,$$

например $^{9}_{4}\mathrm{Be} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \to {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{6}_{3}\mathrm{Li}$, или сокращенно

$$A(a,b)B\ ,$$

где A и B – исходное и конечное ядра, a и b – исходная и конечная частицы в реакции, например $^{9}\mathrm{Be}\,(p,\ \alpha)\,^{6}\mathrm{Li}$. При этом порядковый номер атома обычно не пишется, т. к. он определяется химическим символом атома. В скобках на первом месте ставят обозначение бомбардирующей частицы, на втором – обозначение вылетающей частицы. Для обозначения частиц приняты следующие символы: e – электрон, p – протон, n – нейтрон, d – дейтрон (ядро атома изотопа водорода $^{2}_{1}\mathrm{H}$), t – тритон (ядро атома изотопа водорода $^{3}_{1}\mathrm{H}$), α – альфа-частица (ядро атома изотопа гелия $^{4}_{2}\mathrm{He}$), γ – гамма-частица или гамма-квант.

Во всех ядерных реакциях выполняются законы сохранения:

а) числа нуклонов $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$;

б) заряда $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$;

в) релятивистской полной энергии $E_1 + E_2 = E_3 + E_4$;

г) импульса $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$.

Если общее число ядер и частиц, образовавшихся в результате реакции, больше двух, то запись и уравнения дополняются соответствующими слагаемыми, отвечающими третьей частице, и т. д.

Реакция α-распада урана

$$^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow\ ^{234}_{90}\mathrm{Th} +\ ^{4}_{2}\mathrm{He}\,.$$

Реакция β-распада радиоуглерода

$$^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow\ ^{14}_{7}\mathrm{N}\ +\ ^{0}_{-1}e +\ ^{0}_{0}\tilde{\nu}_e\,.$$

Реакция β-распада нейтрона

$$^{1}_{0}n \rightarrow\ ^{1}_{1}p\ +\ ^{0}_{-1}e +\ ^{0}_{0}\tilde{\nu}_e\,.$$

Энергия ядерной реакции (энергетический выход) определяется как разница кинетических энергий (рисунок 9):

$$Q = \sum_j E_{k,j} - \sum_i E_{k,i} \, ,$$

где $\sum_j E_{k,j}$, $\sum_i E_{k,i}$ – суммы кинетических энергий соответственно частиц-продуктов и исходных частиц.

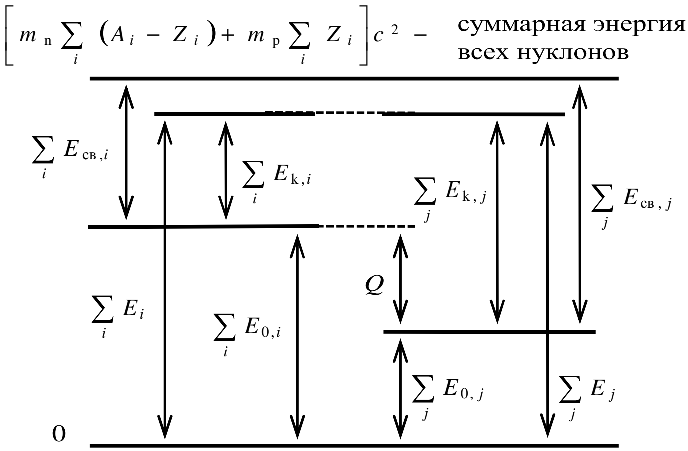

Рисунок 9 – Энергетическая схема ядерной реакции

Энергия ядерной реакции также может быть вычислена с помощью энергий покоя или масс покоя соответствующих частиц:

$$Q = c^2 \left(\sum_i m_i - \sum_j m_j \right),$$

где $\sum_i m_i, \sum_j m_j$ – суммы масс покоя соответственно исходных частиц и частиц-продуктов.

Во внесистемных единицах (масса в а. е. м.)

$$Q = \left(\sum_i m_i - \sum_j m_j \right) k \, .$$

где Q выражена в МэВ, k = 931,5 МэВ/а. е. м.

3 ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. *Длина волны λ_m, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, равна 0,87 мкм. Определить максимальную спектральную плотность излучательности для этих условий.*

Дано:
$\lambda_m = 0{,}87$ мкм $= 8{,}7 \cdot 10^{-7}$ м
$(r_\lambda)_{max}$ – ?

Решение

Максимальная спектральная плотность излучательности абсолютно черного тела пропорциональна пятой степени его температуры и выражается формулой (иногда называемой вторым законом Вина)

$$(r_\lambda)_{max} = CT^5,$$

где $C = 1{,}29 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м^3·К^5) – вторая постоянная Вина.

Температуру T выразим из закона смещения Вина $\lambda_m T = b$, откуда $T = b/\lambda_m$.

Подставив полученное выражение температуры в первую формулу, найдем

$$(r_\lambda)_{max} = C\left(\frac{b}{\lambda_m}\right)^5.$$

Подставим единицы используемых величин в конечную формулу и убедимся в правильности решения:

$$\left[(r_\lambda)_{max}\right] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}\left(\frac{\text{м} \cdot \text{К}}{\text{м}}\right)^5 = \frac{\text{Вт} \cdot \text{К}^5}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}.$$

Произведем вычисления:

$$(r_\lambda)_{max} \approx 1{,}29 \cdot 10^{-5}\left(\frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{8{,}7 \cdot 10^{-7}}\right)^5 \approx 5{,}3 \cdot 10^{12} \left(\frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}\right).$$

Ответ: $(r_\lambda)_{max} = 5{,}3 \cdot 10^{12}\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$.

Пример 2. *Во сколько раз спектральная плотность излучательности абсолютно черного тела вблизи длины волны $\lambda_1 = 1{,}6$ мкм при температуре $T_1 = 2100$ К отличается от его спектральной плотности излучательности вблизи длины волны $\lambda_2 = 0{,}8$ мкм при температуре $T_2 = 1200$ К?*

Д а н о:

$\lambda_1 = 1{,}6$ мкм,

$T_1 = 2100$ К,

$\lambda_2 = 0{,}8$ мкм,

$T_2 = 1200$ К

$\dfrac{r_{\lambda,1}}{r_{\lambda,2}}$ – ?

Р е ш е н и е

Используем связь спектральных плотностей излучательности (испускательных способностей) по частоте r_ν и по длине волны r_λ:

$$r_\lambda = \frac{c}{\lambda^2} r_\nu ,$$

а также формулу Планка для испускательной способности абсолютно черного тела

$$r_\nu = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{\exp\left(\dfrac{h\nu}{kT}\right) - 1} .$$

Здесь c – скорость света в вакууме; k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура; h – постоянная Планка.

Кроме того, выразим частоту ν света через его длину волны λ:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} .$$

В результате получим выражение для испускательной способности абсолютно черного тела по длине волны света

$$r_\lambda = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\dfrac{hc}{\lambda kT}\right) - 1} .$$

Найдем отношение этих величин для приведенных условий, сократив одинаковые постоянные коэффициенты:

$$\frac{r_{\lambda,1}}{r_{\lambda,2}} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^5 \frac{\exp\left(\dfrac{hc}{\lambda_2 kT_2}\right) - 1}{\exp\left(\dfrac{hc}{\lambda_1 kT_1}\right) - 1}.$$

Размерности в приведенном соотношении очевидны, достаточно только проверить, что комплекс $\dfrac{hc}{\lambda kT}$ безразмерный:

$$\left[\frac{hc}{\lambda kT}\right] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{К}}{\text{Дж} \cdot \text{К}} = 1.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{r_{\lambda,1}}{r_{\lambda,2}} = \left(\frac{0{,}8}{1{,}6}\right)^5 \frac{\exp\left(\dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{8 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 1200}\right) - 1}{\exp\left(\dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1{,}6 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 2100}\right) - 1} = 1{,}5 \cdot 10^3.$$

Ответ: $\dfrac{r_{\lambda,1}}{r_{\lambda,2}} = 1{,}5 \cdot 10^3$.

Пример 3. *Температура поверхности Солнца 6000 К. Считая, что Солнце и Земля являются абсолютно черными телами и что Земля находится в состоянии теплового равновесия с Солнцем, определить ее температуру.*

Дано:
$T_С$ = 6000 К
$T_З$ – ?

Решение

При решении этой задачи будем предполагать, что других источников поступления энергии, кроме излучения Солнца, нет. Излучательность поверхности Солнца найдем с помощью закона Стефана-Больцмана

$$R_э = \sigma T_С^4.$$

Исходя из определения излучательности, мощность излучения Солнца определим с помощью следующего соотношения:

$$P_э = R_э S_С ,$$

где $S_С = 4\pi R_С^2$ – площадь поверхности Солнца; $R_С$ – его радиус.

Эта мощность равномерно распределяется по площади сферы радиусом, равным среднему расстоянию от Солнца до Земли l, и на Землю приходится только ее доля, равная S_m/S_l, где $S_m = \pi R_З^2$ – площадь максимального поперечного для лучей сечения земного шара; $S_l = 4\pi l^2$ – площадь вышеупомянутой сферы; $R_З$ – радиус Земли. Таким образом, мощность излучения Солнца, поглощаемого Землей,

$$P_1 = \sigma T_С^4 4\pi R_С^2 \frac{\pi R_З^2}{4\pi l^2} = \sigma T_С^4 R_С^2 \frac{\pi R_З^2}{l^2} .$$

При равновесии эта мощность равна мощности излучения самой Земли, которая в соответствии с законом Стефана-Больцмана составит

$$P_2 = \sigma T_З^4 S_З = \sigma T_З^4 4\pi R_З^2 ,$$

где $S_З$ – площадь поверхности Земли.

Равенство мощностей приводит к уравнению

$$\sigma T_З^4 4\pi R_З^2 = \sigma T_С^4 R_С^2 \frac{\pi R_З^2}{l^2} ,$$

откуда после простых преобразований следует окончательная формула для температуры Земли

$$T_З = T_С \sqrt{\frac{R_С}{2l}} .$$

Размерности в этой формуле очевидны. При расчете используем табличные данные – $R_С = 6{,}95 \cdot 10^8$ м; $l = 1{,}495 \cdot 10^{11}$ м:

$$T_З = 6000\sqrt{\frac{6{,}95 \cdot 10^8}{2 \cdot 1{,}495 \cdot 10^{11}}} = 289 \ (К).$$

Ответ: $T_З = 289$ К.

Пример 4. *Определить красную границу λ_0 фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом длиной волны $\lambda = 450$ нм максимальная скорость v_{max} фотоэлектронов равна 0,61 Мм/с.*

Д а н о:	Р е ш е н и е
$\lambda = 450$ нм $= 4{,}5\cdot10^{-7}$ м, $v_{\max} = 0{,}61$ Мм/с $= 6{,}1\cdot10^{5}$ м/с	
λ_0 – ?	

При облучении светом, длина волны λ_0 которого соответствует красной границе фотоэффекта, кинетическая энергия, а следовательно, и скорость фотоэлектронов равны нулю. Поэтому уравнение Эйнштейна для фотоэффекта в случае красной границы запишется в виде

$$h\nu_0 = A \quad \text{или} \quad hc/\lambda_0 = A.$$

Отсюда $\lambda_0 = hc/A$.

Работу выхода для цезия определим с помощью уравнения Эйнштейна:

$$A = h\nu - \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{mv_{\max}^2}{2}.$$

Подставив это соотношение в предыдущее уравнение, окончательно получим

$$\lambda_0 = \frac{\lambda}{1 - \dfrac{m\lambda v_{\max}^2}{2hc}}.$$

Для проверки полученной формулы подставим единицы измерения во второе слагаемое в ее знаменателе:

$$\left[\frac{m\lambda v_{\max}^2}{hc}\right] = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{Дж}\cdot\text{с}}\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2\frac{\text{с}}{\text{м}} = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{Дж}\cdot\text{с}^2} = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2} = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2}\frac{\text{с}^2}{\text{кг}\cdot\text{м}} = 1.$$

Как и следовало ожидать, получилась безразмерная величина.

Произведем вычисления:

$$\lambda_0 = \frac{4{,}5\cdot 10^{-7}}{1-\dfrac{9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 4{,}5\cdot 10^{-7}\left(6{,}1\cdot 10^{5}\right)^2}{2\cdot 6{,}62\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}} \approx 7{,}3\cdot 10^{-7}\ (\text{м}).$$

Ответ: $\lambda_0 = 730$ нм.

Пример 5. *Фотон с энергией $\varepsilon = 0{,}7$ МэВ рассеялся на свободном электроне под углом $\theta = 60^0$. Определить энергию ε' рассеянного фотона.*

Дано:	Решение
$\varepsilon = 0{,}7$ МэВ, $\theta = 60^0$	Будем считать, что кинетическая энергия и импульс электрона до соударения с фотоном были пренебрежимо малы.
ε' – ?	

Воспользуемся формулой Комптона

$$\lambda' - \lambda = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

где λ' и λ – длины волн соответственно рассеянного и налетающего фотонов.

Выразим энергии фотонов через их длины волн ($\varepsilon = \dfrac{hc}{\lambda}$, $\varepsilon' = \dfrac{hc}{\lambda'}$) и подставим в предыдущее соотношение:

$$\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{2}{m_0 c^2}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

откуда, обозначив для краткости энергию покоя электрона m_0c^2 через E_0 ($E_0 = 0{,}511$ МэВ), получим соотношение для искомой энергии:

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon E_0}{E_0 + 2\varepsilon\sin^2\dfrac{\theta}{2}}.$$

Подставив исходные данные, найдем

$$\varepsilon' = \frac{0{,}7 \cdot 0{,}511}{0{,}511 + 2 \cdot 0{,}7 \cdot \sin^2 30^0} \approx 0{,}42 \text{ (МэВ)}.$$

Ответ: $\varepsilon' = 0{,}42$ МэВ.

Пример 6. *Пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 663$ нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток энергии $\Phi_э = 0{,}9$ Вт. Определить силу F давления, испытываемую этой поверхностью, а также число N фотонов, падающих на нее за время $t = 7$ с.*

Дано:
$\lambda = 663$ нм $= 6{,}63 \cdot 10^{-7}$ м,
$\rho = 1$,
$\Phi_э = 0{,}9$ Вт,
$\Delta t = 7$ с
F, N – ?

Решение

Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления p на площадь S:

$$F = pS.$$

В свою очередь, световое давление может быть найдено по формуле

$$p = \frac{E_э}{c}(1 + \rho),$$

где $E_э$ – энергетическая освещенность поверхности (из определения $E_э = \Phi_э/S$); ρ – коэффициент отражения света ($\rho = 1$, т. к. поверхность зеркальная).

С учетом этих соотношений получим для силы давления, испытываемой этой поверхностью

$$F = \frac{\Phi_э}{c}(\rho + 1).$$

Число фотонов, падающих на поверхность, можно определить с помощью энергии излучения ΔW, получаемой поверхностью:

$$N = \frac{\Delta W}{\varepsilon} = \frac{\Phi_э \Delta t}{\varepsilon},$$

где $\varepsilon = \dfrac{hc}{\lambda}$ – энергия одного фотона.

Окончательно получим

$$N = \frac{\Phi_э \lambda \Delta t}{hc}.$$

Проверим последнюю формулу, поставив в нее единицы соответствующих физических величин:

$$[\mathrm{N}] = \text{Вт}\cdot\text{м}\cdot\text{с}\frac{1}{\text{Дж}\cdot\text{с}}\frac{\text{с}}{\text{м}} = \frac{\text{Вт}\cdot\text{с}}{\text{Дж}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Дж}} = 1.$$

Произведем вычисления:

$$F = \frac{0{,}9}{3\cdot 10^8}(1+1) \approx 6\cdot 10^{-9}\ (\text{Н}).$$

$$N = \frac{0{,}9\cdot 6{,}63\cdot 10^{-7}\cdot 7}{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8} \approx 2{,}1\cdot 10^{19}.$$

Ответ: $F = 6$ нН, $N = 2{,}1\cdot 10^{19}$.

Пример 7. *Определить согласно теории Бора момент импульса электрона в однократно ионизированном атоме гелия (He^+), если его полная энергия $E = -3{,}4$ эВ.*

Дано:	Решение
$E = -3{,}4$ эВ, $Z = 2$ $E_i = 13{,}6$ эВ	Полная энергия электрона, находящегося на n-й орбите в водородоподобном атоме,
L – ?	$$E_n = -\frac{Z^2 E_i}{n^2},$$

где E_i – энергия ионизации атома водорода; Z – зарядовое число (для гелия $Z = 2$).

Момент импульса электрона на стационарной орбите

$$L = m\text{v}r = n\hbar,$$

где m – масса электрона; v – его скорость; r – радиус орбиты; $\hbar$ – постоянная Планка.

Выразив номер орбиты из первого уравнения и подставив его во второе, найдем искомое соотношение для момента импульса:

$$L = Z\hbar\sqrt{-\frac{E_i}{E_n}} = Z\hbar\sqrt{-\frac{E_i}{E}}\ .$$

Вычисления выполним во внесистемных единицах (E_i = =13,6 эВ):

$$L = 2\cdot 1{,}05\cdot 10^{-34}\sqrt{-\frac{13{,}6}{-3{,}4}} \approx 4{,}2\cdot 10^{-34}\ \left(\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}}\right).$$

Ответ: $L = 4{,}2\cdot 10^{-34}\ \dfrac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}}$.

Пример 8. *У какого водородоподобного иона разность длин волн между головными линиями серий Бальмера и Лаймана равна 59,3 нм?*

Дано:
$m_1 = 1$,
$m_2 = 2$,
$\Delta\lambda = 59{,}3$ нм
Z – ?

Решение

Будем считать, что названия серий связаны с номерами нижних орбит таким же образом, как и для спектра водорода (соответствующие номера представлены в кратком условии). Головной называется линия с самой большой длиной волны. Это соответствует переходу электрона между двумя соседними орбитами, номера которых отличаются на единицу, т. е. в этом случае справедливо условие $n = m + 1$ в сериальной формуле

$$\omega = R_\infty Z^2\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где ω – циклическая частота излучения; $R_\infty = 2{,}07\cdot 10^{16}\ \dfrac{\text{рад}}{\text{с}}$ – постоянная Ридберга.

Отсюда длина волны излучения

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{2\pi c}{R_\infty Z^2}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)^{-1}.$$

Для головных линий серии Лаймана (λ_1) и серии Бальмера (λ_2) будем соответственно иметь

$$\lambda_1 = \frac{2\pi c}{R_\infty Z^2}\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)^{-1} = \frac{8\pi c}{3R_\infty Z^2}; \quad \lambda_2 = \frac{2\pi c}{R_\infty Z^2}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)^{-1} = \frac{72\pi c}{5R_\infty Z^2}.$$

Разность длин волн составит $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \dfrac{176\pi c}{15R_\infty Z^2}$. Отсюда номер иона в таблице Менделеева

$$Z = \sqrt{\frac{176\pi c}{15R_\infty \Delta\lambda}}.$$

Проверим размерность полученной формулы:

$$[Z] = \sqrt{\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{с} \cdot \frac{1}{\text{м}}} = 1.$$

Произведем вычисления:

$$Z = \sqrt{\frac{176 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8}{15 \cdot 2{,}07 \cdot 10^{16} \cdot 5{,}93 \cdot 10^{-8}}} = 3.$$

Таким образом, в задаче рассматривается водородоподобный ион лития.

Ответ: Li^{++}.

Пример 9. *Считая, что распределение энергии в спектре тормозного рентгеновского излучения* $I_\lambda = \dfrac{1}{\lambda^3}\left(\dfrac{\lambda}{\lambda_{min}} - 1\right)$, *где* λ_{min} *– коротковолновая граница спектра, найти напряжение на рентгеновской трубке, если максимум функции* I_λ *соответствует длине волны* $\lambda_m = 54$ *пм.*

Дано:	Решение
$I_\lambda = \dfrac{1}{\lambda^3}\left(\dfrac{\lambda}{\lambda_{\min}} - 1\right)$, λ_m = 53 пм	Сначала определим длину волну, на которую приходится максимум функции I_λ. Для этого вычислим первую производную и приравняем ее к нулю. Соответствующий расчет дает
U – ?	

$$\frac{dI_\lambda}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{1}{\lambda^2\lambda_{\min}} - \frac{1}{\lambda^3}\right) = -\frac{2}{\lambda^3\lambda_{\min}} + \frac{3}{\lambda^4} = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_m = \frac{3}{2}\lambda_{\min}.$$

Вычисление второй производной показывает, что этому значению длины волны действительно соответствует максимум функции I_λ.

Коротковолновая граница спектра связана с ускоряющим напряжением:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU},$$

где h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; e – элементарный заряд.

Из последних двух формул получаем конечное соотношение:

$$U = \frac{3hc}{2e\lambda_m}.$$

Проверим соответствие единиц величин в полученном соотношении:

$$[U] = \frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{\text{Кл}\cdot\text{м}}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}.$$

Вычислим значение искомого напряжения:

$$U = \frac{3\cdot 6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 5{,}4\cdot 10^{-11}} = 34{,}5\cdot 10^{3}\ \text{(В)}.$$

Ответ: U = 34,5 кВ.

Пример 10. *Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов*

U. Найти длину волны де Бройля λ для двух случаев: 1) U_1 = 52 В; 2) U_2 = 520 кВ.

Д а н о:	Р е ш е н и е
U_1 = 52 В, $U_2 = 520$ кВ $= 5{,}2\cdot10^5$ В	Длина волны де Бройля λ частицы зависит от ее импульса p:
λ – ?	$$\lambda = h/p.$$

Импульс частицы можно определить, если известна его кинетическая энергия E_k. При этом связь между этими величинами выражается различными формулами для нерелятивистского (когда $E_k \ll E_0$) и для релятивистского случаев. Здесь E_0 = = 0,511 МэВ – энергия покоя электрона.

Как известно, кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U,

$$E_k = eU,$$

где e – элементарный заряд.

В первом случае E_k = 52 эВ, что много меньше энергии покоя электрона, поэтому его импульс можно определить следующим образом:

$$p_1 = \sqrt{2m_0E_k} = \sqrt{2m_0eU_1}$$

(здесь m_0 – масса покоя электрона), откуда для длины волны де Бройля получим

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2m_0eU_1}}.$$

Во втором случае кинетическая энергия E_k = 520 кэВ, т. е. сравнима с энергией покоя электрона. Следовательно, необходимо применить следующую формулу для определения импульса:

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_0 + E_k)E_k},$$

в результате чего длина волны де Бройля

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\sqrt{(2E_0 + eU_2)eU_2}}.$$

Произведем вычисления, перейдя к единицам СИ (0,511 МэВ ≈ ≈ 8,18 $\cdot 10^{-14}$ Дж):

$$\lambda_1 \approx \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 52}} \approx 1{,}70 \cdot 10^{-10} \text{ (м)},$$

$$\lambda_2 \approx \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{\sqrt{(2 \cdot 8{,}18 \cdot 10^{-14} + 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5{,}2 \cdot 10^{5}) \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5{,}2 \cdot 10^{5}}} \approx$$

$$\approx 1{,}39 \cdot 10^{-12} \text{ (м)}.$$

Ответ: λ_1 = 170 пм; λ_2 = 1,39 пм.

Пример 11. *Доказать, что для фазовой* $v_ф$ *и для групповой* $v_{гр}$ *скоростей волн де Бройля любой частицы, движущейся с релятивистской скоростью, выполняется соотношение* $v_ф v_{гр} = c^2$, *где* c *– скорость света в вакууме.*

Р е ш е н и е

Связь параметров волн де Бройля с параметрами движущейся частицы имеет вид

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi E}{h} = \frac{E}{\hbar}; \quad \lambda = \frac{h}{p}; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{p}{\hbar},$$

где ω – циклическая частота; ν – частота; E – полная энергия частицы; h и $\hbar$ – постоянные Планка; λ – длина волны; p – импульс частицы; k – волновое число.

С помощью этих соотношений найдем фазовую и групповую скорости волн де Бройля:

$$v_ф = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p}; \quad v_{гр} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}.$$

Полная энергия релятивистской частицы связана с ее импульсом следующим образом:

$$E = \sqrt{p^2c^2 + E_0^2}\ ,$$

где E_0 – энергия покоя частицы.

Подставим это соотношение в формулы для фазовой и групповой скоростей:

$$\mathrm{v}_{\text{ф}} = \frac{\sqrt{p^2c^2 + E_0^2}}{p};\quad \mathrm{v}_{\text{гр}} = \frac{d}{dp}\left(\sqrt{p^2c^2 + E_0^2}\right) = \frac{pc^2}{\sqrt{p^2c^2 + E_0^2}}\ .$$

Отсюда непосредственно следует рассматриваемое соотношение

$$v_{\text{ф}} v_{\text{гр}} = \frac{\sqrt{p^2c^2 + E_0^2}}{p} \frac{pc^2}{\sqrt{p^2c^2 + E_0^2}} = c^2\ .$$

Пример 12. *Кинетическая энергия электрона в атоме водорода составляет величину порядка E_k ~ 10 эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные размеры атома.*

Дано:
$E_k \sim 10$ эВ
$l \sim ?$

Решение

Соотношение неопределенностей для координаты и импульса имеет вид

$$\Delta p_x \Delta x \sim h\ ,$$

где Δx – неопределенность координаты частицы; Δp_x – неопределенность проекции ее импульса на соответствующую ось; h – постоянная Планка.

Пусть атом имеет линейные размеры l. Тогда неопределенность координаты электрона по любой оси будет иметь по порядку такую же величину. Используя соотношения неопределенностей, получим

$$l \sim h/\Delta p_x.$$

Физически разумная неопределенность проекции импульса Δp_x во всяком случае не должна превышать значения самого импульса p, т. е. $\Delta p_x \sim p$. В нерелятивистском случае (именно такой случай имеет место в рассматриваемой задаче, т. к. кинетическая энергия электрона мала по сравнению с его энергией покоя) справедливо соотношение

$$p = \sqrt{2mE_k}\ .$$

В результате подстановки последней формулы в предыдущую получим

$$l \sim h\Big/\sqrt{2mE_k}\ .$$

Проверим, дает ли полученная формула единицу длины. Для этого в ее правую часть вместо символов физических величин подставим обозначения их единиц:

$$[l] = \frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{\sqrt{\text{кг}\cdot\text{Дж}}} = \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}}\cdot\text{с} = \sqrt{\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{кг}}}\cdot\text{с} = \sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{м}}{\text{кг}\cdot\text{с}^2}}\cdot\text{с} = \frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot\text{с} = \text{м}\,.$$

Найденная единица является единицей длины.

Произведем вычисления:

$$l \sim \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{\sqrt{2\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 10\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}} \approx 4\cdot 10^{-10}\ (\text{м}).$$

Ответ: $l \sim 4\cdot 10^{-10}$ м.

Пример 13. *Определить, с какими скоростями должны двигаться атомы водорода, чтобы доплеровское уширение головной линии серии Лаймана было одного порядка с ее естественной шириной. Среднее время нахождения атома в возбужденном состоянии равно 10 нс.*

Д а н о:
$m = 1$,
$n = 2$,
$\tau_{\text{ат}} = 10$ нс,
$\Delta\nu_{\text{Д}} \sim \Delta\nu$

$v - ?$

Р е ш е н и е

Головной линии серии Лаймана излучения водорода соответствует циклическая частота

$$\omega = R_\infty\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{3}{4}R_\infty\,,$$

где $R_\infty = 2{,}07\cdot 10^{16}\ \dfrac{\text{рад}}{\text{с}}$ – постоянная Ридберга.

Обычная частота атома (в его системе отсчета) составит

$$\nu_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3}{8\pi} R_\infty .$$

Наблюдатель зафиксирует максимальную частоту излучения ν_1, если атом движется по направлению к нему, и минимальную ν_2, если от него. В предположении малости скорости по сравнению со скоростью света в вакууме c получим

$$\nu_1 = \nu_0 \frac{\sqrt{1+\frac{v}{c}}}{\sqrt{1-\frac{v}{c}}} \approx \nu_0 \left(1+\frac{v}{c}\right); \quad \nu_2 = \nu_0 \frac{\sqrt{1-\frac{v}{c}}}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}} \approx \nu_0 \left(1-\frac{v}{c}\right).$$

Отсюда доплеровское уширение составит

$$\Delta\nu_{\text{д}} = 2\nu_0 \frac{v}{c} .$$

Естественная ширина спектральной линии $\Delta\nu \sim \dfrac{1}{\tau_{\text{ат}}}$.

Приравняв полученные выражения для ширины спектральной линии, получим для скорости атома

$$v = \frac{4\pi c}{3 R_\infty \tau_{\text{ат}}} .$$

Проверим соответствие размерностей в формуле:

$$[v] = \frac{\text{с}}{\text{рад}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{1}{\text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}} .$$

Произведем расчет:

$$\text{v} = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8}{3 \cdot 2{,}07 \cdot 10^{16} \cdot 10^{-8}} \approx 6{,}1 \quad (\text{м/с}).$$

Ответ: $v = 6{,}1$ м/с.

Пример 14. *Параллельный пучок моноэнергетических атомов водорода падает нормально на узкую щель шириной 7 мкм, за которой на расстоянии 1 м расположен экран. Ши-*

Д а н о:	
$a = 7$ мкм,	
$l = 1$ м	
v – ?	

рина щели подобрана так, чтобы при данной скорости ширина изображения щели на экране минимальна. Определить скорость атомов. Для оценки использовать соотношение неопределенностей.

Р е ш е н и е

Ширина изображения на экране складывается из двух слагаемых: из ширины самой щели и дополнительного уширения, связанного с неопределенностью координаты импульса Δp_x, где x – координата, перпендикулярная скорости атомов и направлению щели:

$$b = a + d' = a + 2\frac{\Delta p_x}{p} l,$$

где $p = mv$ – импульс налетающих атомов; m – масса атома.

Неопределенностью координаты импульса оценим исходя из соотношения неопределенностей

$$\Delta p_x = \frac{\hbar}{2\Delta x} = \frac{\hbar}{2a}.$$

Здесь учтено, что неопределенность координаты равна ширине щели.

Окончательно для ширины изображения получим

$$b = a + \frac{\hbar l}{vm}\frac{1}{a}.$$

Исследуем функцию $b(a)$ на максимум:

$$\frac{db}{da} = 1 - \frac{\hbar l}{vm}\frac{1}{a^2} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{\hbar l}{ma^2}; \quad \frac{d^2 b}{da^2} = 2\frac{\hbar l}{vm}\frac{1}{a^3} > 0.$$

Проверим соответствие размерностей в полученной формуле:

$$[v] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{м}}{\text{кг} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{с}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Произведем расчет:

$$\text{v} = \frac{1{,}05 \cdot 10^{-34} \cdot 1}{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot \left(8 \cdot 10^{-6}\right)^2} = 1283 \approx 1{,}3 \ \text{(км/с)}.$$

Ответ: $v \approx 1{,}3$ км/с.

Пример 15. *Волновая функция, описывающая движение электрона в основном состоянии атома водорода, имеет вид* $\psi(r) = A exp\left(-\frac{r}{a_0}\right)$, *где A – некоторая постоянная;* a_0 *– первый боровский радиус. Найти для этого состояния среднее значение кулоновской силы, действующей со стороны ядра на электрон.*

Дано:
$\psi(r) = A\exp\left(-\frac{r}{a_0}\right)$,
$a_0 = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ м
$\langle F \rangle - ?$

Решение

Так как волновая функция сферически симметрична, то, очевидно, что среднее значение вектора кулоновской силы равно нулю (это центральная сила). Поэтому будем считать, что в задаче требуется определить среднее значение модуля этой силы. По закону Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2},$$

где ε_0 – электрическая постоянная; r – расстояние от электрона до ядра (протона); e – элементарный заряд (здесь учтено, что модули зарядов электрона и протона равны элементарному заряду).

Для физических величин, которые являются функциями только координат (как рассматриваемый модуль силы), среднее значение рассчитывается с помощью квадрата модуля волновой функции

$$\langle F \rangle = \int_V F(r)\left|\psi(r)\right|^2 dV = \int_V F(r)\psi^2(r) dV,$$

где V – объем всего пространства. Здесь учтено, что в данном случае волновая функция является вещественной и квадрат ее модуля равен квадрату самой функции.

В последнем интеграле подынтегральное выражение зависит только от расстояния до ядра (сферически симметрично). В силу этого удобно элемент интегрирования dV также выбрать сферически симметричным в виде шарового слоя радиусом r и толщиной dr. Его объем $dV = 4\pi r^2 dr$. При этом интегрирование по объему всего пространства заменяется интегрированием по переменной r от 0 до ∞.

Подставим в интеграл выражения для модуля силы, волновой функции и элемента объема:

$$\langle F \rangle = \int_0^\infty \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r^2} A^2 \exp\left(-2\frac{r}{a_0}\right) 4\pi r^2 dr = \frac{e^2 A^2}{\varepsilon_0} \int_0^\infty \exp\left(-2\frac{r}{a_0}\right) dr = \frac{e^2 A^2 a_0}{2\varepsilon_0}.$$

Для определения постоянной A используем условие нормировки

$$\int_V |\psi(r)|^2 dV = 1,$$

которое после подстановки в него волновой функции и элемента объема приведет к уравнению

$$4\pi A^2 \int_0^\infty r^2 \exp\left(-2\frac{r}{a_0}\right) dr = 1.$$

После вычисления соответствующего интеграла получим выражение для постоянной A

$$A^2 = \frac{1}{\pi a_0^3}.$$

В результате подстановки в выражение для средней силы окончательная формула примет вид

$$\langle F \rangle = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2e^2}{a_0^2}.$$

Полученное соотношение, очевидно, дает размерность силы, т. к. функционально совпадает с формулой, выражающей закон Кулона.

Произведем расчет:

$$\langle F\rangle=\frac{2}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\left(\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}}{5{,}29\cdot 10^{-11}}\right)^2=1{,}65\cdot 10^{-7}\ (\text{Н}).$$

Ответ: $\langle F\rangle$ = 1,65·10^{-7} Н.

Пример 16. *Волновая функция, описывающая движение электрона в основном состоянии атома водорода, имеет вид* $\psi(r)=Aexp\left(-\frac{r}{a_0}\right)$, *где A и a_0 – некоторые постоянные. С помощью уравнения Шредингера определить значение постоянной a_0 и энергию электрона в этом состоянии.*

Дано:
$\psi(r)=A\exp\left(-\frac{r}{a_0}\right)$

a_0, E – ?

Решение

Уравнение Шредингера для стационарных состояний одной частицы (в данном случае – электрона) имеет вид

$$\Delta\psi+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi=0,$$

где Δ – оператор Лапласа; m – масса частицы (электрона); $\hbar$ – постоянная Планка; U – потенциальная энергия частицы во внешнем силовом поле (в данном случае в электрическом поле, создаваемым ядром).

В данной задаче удобно использовать сферические координаты: r – расстояние от центра (ядра) до электрона и два угла ϑ и φ. Оператор Лапласа в этих координатах имеет вид

$$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}.$$

В дальнейшем придется учитывать только первые два слагаемые, т. к. волновая функция зависит только от переменной r.

Соответствующий расчет дает

$$\frac{\partial\psi}{\partial r}=-\frac{A}{a_0}\exp\left(-\frac{r}{a_0}\right);\quad \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}=\frac{A}{a_0^2}\exp\left(-\frac{r}{a_0}\right).$$

Потенциальная энергия электрона в электрическом поле, создаваемым ядром (в данном случае – протоном), также является функцией только одной переменной (r):

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

где ε_0 – электрическая постоянная; e – элементарный заряд (здесь учтено, что модули зарядов электрона и протона равны элементарному заряду).

Подставим в уравнение Шредингера выражение для оператора Лапласа, волновой функции и соотношение для потенциальной энергии; после сокращения общих множителей и приведение подобных слагаемых получим

$$\left(\frac{2mE}{\hbar^2} + \frac{1}{a_0^2}\right) + \left(\frac{2me^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar^2} - \frac{2}{a_0}\right)\frac{1}{r} = 0.$$

Полученное равенство должно удовлетворяться при любых значениях переменной r, поэтому в его левой части выражения в каждой из скобок по отдельности равны нулю. Следовательно,

$$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}; \quad E = -\frac{\hbar^2}{2ma_0^2}.$$

Подставив первое из этих соотношений во второе, получим окончательную формулу для энергии электрона

$$E = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}.$$

Проверим соответствие размерностей в полученных формулах для a_0 и E:

$$[a_0] = \frac{\text{Ф}}{\text{м}\cdot\text{кг}}\cdot\left(\frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{\text{Кл}}\right)^2 = \frac{\text{Кл}\cdot\text{Дж}\cdot\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2}{\text{В}\cdot\text{м}\cdot\text{кг}\cdot\text{Кл}^2} = \frac{\text{Кл}\cdot\text{Дж}\cdot\text{с}^2}{\text{Дж}\cdot\text{кг}\cdot\text{Кл}}\cdot\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2} = \text{м};$$

$$[E] = \frac{\text{кг}\cdot\text{Кл}^4}{(\text{Дж}\cdot\text{с})^2}\cdot\left(\frac{\text{м}\cdot\text{В}^2}{\text{Кл}^2}\right)^2 = \frac{\text{кг}\cdot\text{Кл}^2\cdot\text{м}^2\cdot\text{Дж}^2}{\text{Дж}^2\cdot\text{с}^2\cdot\text{Кл}^2} = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^2} = \text{Дж}.$$

Произведем расчет:

$$a_0 = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}} \cdot \left(\frac{1{,}05 \cdot 10^{-34}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}\right)^2 = 5{,}29 \cdot 10^{-11} \text{ (м)};$$

$$E = -\frac{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot \left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^4}{32 \cdot \left(3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}05 \cdot 10^{-34}\right)^2} = -2{,}19 \cdot 10^{-18} \text{ (Дж)} = -13{,}6 \text{ (эВ)}.$$

Полученные значения полностью соответствуют первому боровскому радиусу и энергии электрона в основном состоянии в атоме водорода.

Ответы: $a_0 = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ м; $E = -13{,}6$ эВ.

Пример 17. *Волновая функция* $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi}{l} x$ *описывает основное состояние частицы в бесконечно глубоком прямоугольном ящике шириной* l. *Вычислить вероятность нахождения частицы в интервале* $\Delta l = 0{,}3l$ $(0 \le x \le \Delta l)$.

Дано:

$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi}{l} x\right)$,

$\Delta l = 0{,}3l$

P – ?

Решение

Вероятность того, что частица будет обнаружена в интервале от x до $x + dx$, пропорциональна ширине этого интервала и квадрату модуля волновой функции, описывающей данное состояние:

$$dP(x) = |\psi(x)|^2 dx$$

Для данного интервала вероятность

$$P = \frac{2}{l} \int_0^{0{,}3l} \sin^2\left(\frac{\pi}{l} x\right) dx.$$

Здесь опущен знак модуля, т. к. в данном случае волновая функция вещественная.

Определим эту вероятность:

$$P = \frac{2}{l} \int_0^{0{,}3l} \sin^2\left(\frac{\pi}{l} x\right) dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{0{,}3l} \sin^2\left(\frac{\pi}{l} x\right) d\left(\frac{\pi}{l} x\right).$$

После интегрирования получим

$$P=\frac{2}{\pi}\left[\frac{\pi x}{2l}-\frac{1}{4}\sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right)\right]\Bigg|_0^{0,3l}=0{,}148\,.$$

Ответ: $P = 0{,}148$.

Пример 18. *Частица налетает на прямоугольный потенциальный барьер, высота которого меньше ее кинетической энергии. Коэффициент прозрачности для нее составил 0,1. Каким будет коэффициент прозрачности, если на этот же барьер налетит частица с такой же энергией, но массой в девять раз большей?*

Дано:
$D_1 = 0{,}1$,
$m_2/m_1 = 9$
D_2 – ?

Решение

Коэффициент прозрачности прямоугольного потенциального барьера конечной ширины

$$D\approx\exp\left[-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U-E)}\,d\,\right],$$

где U – высота потенциального барьера; E – энергия налетающей частицы; d – ширина барьера.

Выразим из этого соотношения массу частицы:

$$m=\frac{(\hbar\ln D)^2}{8d^2(U-E)}\,.$$

Отсюда можно выразить отношение масс:

$$\frac{\ln D_2}{\ln D_1}=\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}\quad\Rightarrow\quad D_2=\exp\left(\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}\ln D_1\right)=D_1^{\sqrt{m_2/m_1}}\,.$$

Размерности очевидны, а расчет выполняется достаточно просто:

$$D_2=(0{,}1)^{\sqrt{9}}=(0{,}1)^3=0{,}001\,.$$

Ответ: $D_2 = 0{,}001$.

Пример 19. *Водород обогащен дейтерием. Определить массовые доли* w_1 *протия и* w_2 *дейтерия, если относительная атомная масса* A_r *такого водорода оказалась равной 1,2.*

Дано:	Решение
$A_r = 1{,}2$	Массовые доли w_1 протия и w_2 дейтерия можно выразить через соответствующие массы:
w_1, w_2 – ?	

$$w_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}; \quad w_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

где m_1 и m_2 – массы соответственно протия и дейтерия в смеси.

Выразим из этих равенств массы m_1 и m_2:

$$m_1 = w_1(m_1 + m_2); \quad m_2 = w_2(m_1 + m_2)$$

и подставим их в формулу, определяющую молярную массу смеси,

$$\mu = \frac{m_1 + m_2}{m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2},$$

где μ_1 и μ_2 – молярные массы компонентов смеси.

После такой подстановки и простых преобразований получим

$$\mu = \frac{\mu_1 \mu_2}{w_1 \mu_2 + w_2 \mu_1}.$$

Так как молярные массы протия и дейтерия пропорциональны их относительным атомным массам, то последнее равенство можно переписать в виде

$$\mu = \frac{A_{r1} A_{r2}}{w_1 A_{r2} + w_2 A_{r1}},$$

где A_{r1} и A_{r2} – относительные атомные массы соответственно протия и дейтерия.

Дополнительно к этому учтем, что сумма массовых долей всех компонентов смеси должна быть равна единице, т. е. $w_1 + w_2 = 1$.

Решив совместно два последних уравнения, найдем

$$w_1 = \frac{A_{r1}A_{r2} - A_r A_{r1}}{A_r\left(A_{r2} - A_{r1}\right)};$$

$$w_2 = \frac{A_{r1}A_{r2} - A_r A_{r2}}{A_r\left(A_{r1} - A_{r2}\right)}.$$

Для расчета воспользуемся табличными значениями: $A_{r1} = 1{,}00783$ и $A_{r2} = 2{,}01410$.

Подставив числовые значения в расчетные формулы, получим

$$w_1 = \frac{1{,}00783 \cdot 2{,}01410 - 1{,}2 \cdot 1{,}00783}{1{,}2 \cdot (2{,}01410 - 1{,}00783)} \approx 0{,}679;$$

$$w_2 = \frac{1{,}00783 \cdot 2{,}01410 - 1{,}2 \cdot 2{,}01410}{1{,}2 \cdot (1{,}00783 - 2{,}01410)} \approx 0{,}321.$$

Ответ: $w_1 = 0{,}679$; $w_2 = 0{,}321$.

Пример 20. *Определить число незаряженных частиц в атоме урана-235.*

Дано:	Решение
Z = 92,	Атом состоит из положительно заряженного ядра
$A = 235$	и отрицательно заряженной электронной оболочки.
N – ?	Ядро состоит из нейтральных частиц – нейтронов и

положительно заряженных протонов. Число протонов в ядре совпадает с номером элемента в таблице Менделеева (называется зарядовым числом Z). Число протонов вместе с числом нейтронов равно массовому числу A.

Таким образом, $A = Z + N$.

Отсюда $N = A - Z$.

Произведем расчет: $N = 235 - 92 = 143$.

Ответ: $N = 143$.

Пример 21. *Определить разность энергий связи нейтрона и протона в ядре* ${}^{11}_{5}B$.

Р е ш е н и е

Энергию связи нейтрона определим как минимальную работу, которую необходимо совершить для разделения исходного ядра на нейтрон и дочернее ядро. Символическая запись реакции распада будет иметь вид

$$ {}^{11}_{5}\mathrm{B} \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}, $$

где Z и A – соответственно зарядовое и массовое числа дочернего ядра.

Применив закон сохранения числа нуклонов, получим уравнение $11 - 1 = A$, отсюда A=10. Применив закон сохранения электрического заряда (числа протонов), получим уравнение $5 = 0 + Z$, отсюда Z=5. Следовательно, неизвестное ядро является ядром атома изотопа бора ${}^{10}_{5}\mathrm{B}$.

По аналогии с выражением для расчета энергии связи ядра энергию связи одного нейтрона можно рассчитать по формуле

$$ E_n = c^2(m_n + m_я - m), $$

где c– скорость света в вакууме; m_n– масса нейтрона; $m_я$– масса дочернего ядра; m – масса исходного ядра.

При практических расчетах массы ядер удобно заменить на массы соответствующих атомов (подробнее об этом ниже, в примере 26).

Аналогичные рассуждения можно провести и для энергии связи одного протона в ядре. В данном случае дочерним ядром будет ядро изотопа ${}^{10}_{4}\mathrm{Be}$, а энергию связи найдем по такой же формуле. Отсюда для разности энергий связи получим

$$ \Delta E = E_n - E_p = c^2[(m_n + m_{\mathrm{B}}) - (m_p + m_{\mathrm{Be}})], $$

где m_{B}– масса атома ${}^{10}_{5}\mathrm{B}$; m_{Be} – масса атома ${}^{10}_{4}\mathrm{Be}$.

При использовании внесистемных единиц (МэВ – для энергии и а. е. м. – для масс) расчетная формула примет вид

$$\Delta E = 931{,}5 \cdot [(m_n + m_{\mathrm{B}}) - (m_p + m_{\mathrm{Be}})].$$

Подставив массы атомов в расчетную формулу, получим

$$\Delta E = 931{,}5 \cdot [(1{,}00867 + 10{,}01294) - (1{,}00783 + 10{,}01354)] = 0{,}22 \text{ МэВ}.$$

Ответ: ΔE = 0,22 МэВ.

Пример 22. *Флюоресцирующий экран площадью 0,03 см^2 находится на расстоянии 1 см от пылинки радия $^{226}_{88}Ra$ массой $2 \cdot 10^{-8}$ г. Сколько вспышек за 1 мин получится на экране?*

Дано:	Решение
S = 0,03 см^2, l = 1 см, $m = 2 \cdot 10^{-8}$ г, Δt = 1 мин	Вспышки на экране возникают при попадании α-частиц, вылетающих при радиоактивных распадах ядер радия. Таким образом, в задаче требуется определить количество α-частиц, попадающих на экран за время Δt.
ΔN – ?	

Рассмотрим воображаемую сферу с центром в месте нахождения пылинки радия и радиусом l. При радиоактивных распадах частицы вылетают в случайных направлениях, поэтому плотность вероятности их попадания для любой точки этой сферы одинакова. В силу этого число частиц, попадающих на экран, будет пропорционально отношению площадей экрана и всей сферы:

$$\Delta N = \Delta N_\Sigma \frac{S}{S_{\text{сф}}},$$

где ΔN_Σ – полное число α-частиц, вылетающих за время Δt из пылинки; $S_{\text{сф}} = 4\pi l^2$ – площадь поверхности сферы радиуса l.

Период полураспада изотопа $^{226}_{88}\text{Ra}$ (T = 1620 лет) во много раз больше, чем рассматриваемый в задаче интервал времени. Поэтому активность изотопа остается практически постоянной:

$$a = \lambda N = \frac{\ln 2}{T} N,$$

где N – число ядер (атомов) в препарате. Его можно определить, зная молярную массу радия (μ = 0,226 кг/моль):

$$N = \frac{m}{\mu} N_{\text{A}} .$$

Полное число α-частиц, вылетающих за время Δt из пылинки, равно числу распавшихся ядер. Поэтому для постоянной активности

$$\Delta N_{\Sigma} = a\Delta t .$$

В результате подстановки всех соотношений в первую формулу получим

$$\Delta N = \frac{\ln 2}{T} \frac{mN_{\text{A}}}{\mu} \frac{S}{4\pi l^2} \Delta t .$$

Проверим размерности в полученной формуле:

$$\Delta N = \frac{1}{\text{с}} \cdot \text{кг} \cdot \frac{1}{\text{моль}} \cdot \frac{\text{моль}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{м}^2} \cdot \text{с} = 1 .$$

Проведем расчет:

$$\Delta N = \frac{0{,}693}{1620 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{0{,}226} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot \left(10^{-2}\right)^2} \cdot 60 = 103.$$

Ответы: ΔN = 103.

Пример 23. *Некоторый радиоактивный изотоп с постоянной распада λ_1 распадается, образуя второй искусственный радиоактивный изотоп с постоянной распада λ_2. Определить момент времени, для которого активности первого и второго изотопов будут равны.*

Дано:	Решение
λ_1, λ_2	Количество ядер первого изотопа может быть
$a_1 = a_2$	определено с помощью закона радиоактивного рас-
t^* – ?	пада

$$N_1 = N_0 \exp(-\lambda_1 t),$$

где N_0 – начальное количество ядер первого изотопа; N_1 – количество его ядер по истечении времени t.

Скорость изменения количества ядер второго изотопа определяется его образованием при распаде первого изотопа (первое слагаемое) и его собственным распадом (второе слагаемое), в соответствии с чем можно составить дифференциальное уравнение:

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{dN_1}{dt} - \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_0 \exp(-\lambda_1 t) - \lambda_2 N_2,$$

начальное условие для которого имеет вид $N_2(0) = 0$, т. к. второй изотоп искусственный и в начальный момент не существовал.

Прямой проверкой можно убедиться, что решением дифференциального уравнения будет являться соотношение

$$N_2 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_2 t)\right].$$

Активности изотопов a_1 и a_2 связаны с количеством соответствующих ядер:

$$a_1 = \lambda_1 N_1; \;\; a_2 = \lambda_2 N_2.$$

По условию задачи для искомого момента времени (t^*) $a_1 = a_2$.

Подставив в последнее равенство связь активностей с количеством ядер и соотношения для N_1 и N_2, получим уравнение для момента времени t^*

$$\frac{\lambda_1 \lambda_2 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[\exp(-\lambda_1 t^*) - \exp(-\lambda_2 t^*)\right] = \lambda_1 N_0 \exp(-\lambda_1 t^*),$$

решение которого имеет вид

$$t^* = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}.$$

Пример 24. *В настоящий момент природный уран состоит примерно из 99,3 % изотопа* $^{238}_{92}U$ *и 0,7 % изотопа* $^{235}_{92}U$.

Определить интервал времени, через который соотношение изотопов составит 99,9 и 0,1 %.

Дано:	Решение
$x_{01} = 0{,}993$, $x_{02} = 0{,}007$, $x_1 = 0{,}999$, $x_2 = 0{,}001$	В соответствии с заданными условиями задачи доли изотопов можно выразить через числа соответствующих ядер (атомов):
t – ?	

$$x_{01} = \frac{N_{01}}{N_{01} + N_{02}}; \quad x_{02} = 1 - x_{01}; \tag{1}$$

$$x_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2}; \quad x_2 = 1 - x_1, \tag{2}$$

где N_{01} – начальное число ядер изотопа $^{238}_{92}U$ (в настоящий момент); N_{02} – начальное число ядер изотопа $^{235}_{92}U$; N_1 – конечное число ядер изотопа $^{238}_{92}U$ (в момент, когда реализуется заданное процентное соотношение); N_2 – конечное число ядер изотопа $^{238}_{92}U$.

Из выражений (1) найдем отношение начальных чисел ядер изотопов:

$$\frac{N_{02}}{N_{01}} = \frac{1 - x_{01}}{x_{01}}. \tag{3}$$

В соответствие с законом радиоактивного распада

$$N_1 = N_{01}\exp(-\lambda_1 t); \quad N_2 = N_{02}\exp(-\lambda_2 t),$$

где λ_1 и λ_2 – постоянные распада соответственно изотопов $^{238}_{92}U$ и $^{235}_{92}U$.

Отсюда с учетом выражений (2), а затем и (3)

$$x_1 = \frac{N_{01}\exp(-\lambda_1 t)}{N_{01}\exp(-\lambda_1 t) + N_{02}\exp(-\lambda_2 t)} = \frac{1}{1 + \dfrac{1 - x_{01}}{x_{01}}\exp[(\lambda_1 - \lambda_2)t]},$$

откуда следует

$$\exp[(\lambda_1 - \lambda_2)t] = \frac{1 - x_1}{x_1}\frac{x_{01}}{1 - x_{01}} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}\ln\left(\frac{1 - x_1}{x_1}\frac{x_{01}}{1 - x_{01}}\right). \tag{4}$$

В таблицах заданы не постоянные распада, а периоды полураспада ($T_1 = 4{,}5 \cdot 10^9$, $T_2 = 7{,}1 \cdot 10^8$ лет). Используя их связь

$$\lambda_1 = \frac{\ln 2}{T_1}; \quad \lambda_2 = \frac{\ln 2}{T_2},$$

получим

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\ln 2}{T_1} - \frac{\ln 2}{T_2} = \frac{(T_2 - T_1)\ln 2}{T_1 T_2}.$$

С учетом этого выражения и (4) окончательная формула для искомого времени будет иметь вид

$$t = \frac{T_1 T_2}{(T_1 - T_2)\ln 2} \ln\left(\frac{1 - x_{01}}{x_{01}} \frac{x_1}{1 - x_1}\right).$$

Проверка размерностей в этой формуле тривиальна.

Проведем расчет:

$$t = \frac{4{,}5 \cdot 10^9 \cdot 7{,}1 \cdot 10^8}{(4{,}5 \cdot 10^9 - 7{,}1 \cdot 10^8) \cdot 0{,}693} \ln\left(\frac{1 - 0{,}993}{0{,}993} \cdot \frac{0{,}999}{1 - 0{,}999}\right) = 2{,}4 \cdot 10^9 \text{ (лет)}.$$

Ответы: $t = 2{,}4 \cdot 10^9$ лет.

Пример 25. *Определить начальную активность радиоактивного препарата магния* $^{27}_{12}\mathrm{Mg}$ *массой 0,2 мкг, а также его активность через 6 часов. Период полураспада магния считать известным.*

Дано:	Решение
$m = 0{,}2$ мкг, $T = 10$ мин, $t = 6$ ч.	Активность радиоактивного изотопа пропорциональна числу ядер N (в данный момент времени):
a_0, a – ?	$a = \lambda N$,

где $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ – постоянная распада.

Число ядер найдем с помощью закона радиоактивного распада:

$$N = N_0 \exp(-\lambda t),$$

где N_0 – начальное число ядер.

Начальная активность таким же образом связана с начальным числом ядер:

$$a_0 = \lambda N_0.$$

Число ядер, содержащееся в изотопе, равно произведению постоянной Авогадро N_A на количества вещества ν:

$$N_0 = \nu N_A = \frac{m}{\mu} N_A,$$

где $\mu = 2{,}7 \cdot 10^{-2}$ кг/моль – молярная масса изотопа.

Подстановка вышеприведенных выражений в соотношения для активностей дает

$$a_0 = \frac{\ln 2}{T}\frac{m}{\mu} N_A; \quad a = a_0 \exp\left(-\frac{\ln 2}{T} t\right).$$

Проверим размерности в первой формуле:

$$[a_0] = \frac{1}{\text{с}} \cdot \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг}} \cdot \frac{1}{\text{моль}} = \frac{1}{\text{с}} = \text{Бк}.$$

Проведем расчеты:

$$a_0 = \frac{0{,}693}{600}\frac{0{,}2 \cdot 10^{-9}}{2{,}7 \cdot 10^{-2}} 6{,}02 \cdot 10^{23} = 5{,}13 \cdot 10^{12} \ (\text{Бк});$$

$$a = 5{,}13 \cdot 10^{12} \cdot \exp\left(-\frac{0{,}693}{600} \cdot 2{,}16 \cdot 10^4\right) = 81{,}3 \ (\text{Бк}).$$

Ответы: $a_0 \approx 5 \cdot 10^{12}$ Бк; $a \approx 81$ Бк.

Пример 26. *Сколько α- и β-распадов испытывает ядро изотопа ${}^{226}_{88}Ra$, превращаясь в конечном итоге в ядро стабильного изотопа ${}^{206}_{82}Pb$?*

Дано:
$Z_н = 88$,
$A_н = 226$,
$Z_к = 82$,
$A_к = 206$
N_α, N_β – ?

Решение

При α-распаде в соответствии с правилом смещения Содди зарядовое число уменьшается на 2, а массовое – на 4. При β-распаде массовое число не изменяется, а зарядовое возрастает на единицу. В результате после N_α α-распадов и N_β β-распадов

$$Z_к = Z_н - 2N_\alpha + N_\beta; \quad A_к = A_н - 4N_\alpha .$$

Отсюда получим

$$N_\alpha = \frac{A_н - A_к}{4}; \quad N_\beta = Z_к - Z_н + 2N_\alpha .$$

Все величины безразмерные. Произведем вычисления:

$$N_\alpha = \frac{226 - 206}{4} = 5; \quad N_\beta = 82 - 88 + 2 \cdot 5 = 4 .$$

Ответ: $N_\alpha = 5$; $N_\beta = 4$.

Пример 27. *При соударении α-частицы с ядром атома бора ${}^{10}_{5}B$ произошла ядерная реакция, в результате которой образовалось два новых ядра. Одним из них было ядро атома водорода ${}^{1}_{1}H$. Определить порядковый номер и массовое число второго ядра, дать символическую запись ядерной реакции и определить ее энергию.*

Р е ш е н и е

Обозначим неизвестное ядро символом ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$. Так как α-частица представляет собой ядро гелия ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$, то запись реакции будет иметь вид

$${}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{10}_{5}\mathrm{B} \to {}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X} .$$

Применив правило сохранения числа нуклонов (массовых чисел), получим уравнение $4 + 10 = 1 + A$, отсюда $A = 13$. Применив закон сохранения электрического заряда (числа протонов), получим уравнение $2 + 5 = 1 + Z$, отсюда $Z = 6$. Следовательно, неизвестное ядро является ядром атома изотопа углерода ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$. Теперь окончательно можно записать уравнение ядерной реакции в развернутом виде

$${}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{10}_{5}\mathrm{B} \to {}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{13}_{6}\mathrm{C} .$$

Энергия ядерной реакции может быть вычислена с помощью масс покоя соответствующих частиц

$$Q = 931{,}5\left[\left(m_{\mathrm{He}} + m_{\mathrm{B}}\right) - \left(m_{\mathrm{H}} + m_{\mathrm{C}}\right)\right].$$

Здесь в первых круглых скобках подставлены массы исходных ядер, во вторых – массы ядер – продуктов реакции.

При практических расчетах удобно массы ядер заменить массами соответствующих нейтральных атомов. Возможность такой замены обосновывается следующими соображениями. Число электронов в электронной оболочке нейтрального атома равно его зарядовому числу Z. Сумма зарядовых чисел исходных ядер равна сумме зарядовых чисел ядер – продуктов реакции. Следовательно, электронные оболочки ядер гелия и бора содержат вместе столько же электронов, сколько их содержат электронные оболочки ядер водорода и углерода. Масса нейтрального атома с очень большой точностью равна сумме масс его ядра и электронной оболочки. Поэтому при вычитании сумм масс нейтральных атомов суммарные массы электронов сократятся, и мы получим тот же результат, как если бы брали массы ядер.

Подставив массы атомов в расчетную формулу, получим для внесистемных единиц (а.е.м. и МэВ)

$$Q = 931{,}5 \cdot [(4{,}00260 + 10{,}01294) - (1{,}00783 + 13{,}00335)] = 4{,}06 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $Z = 6$; $A = 13$; $Q = 4{,}06$ МэВ.

Пример 28. *Найти энергию ядерной реакции $^9_4Be + ^1_1H \rightarrow ^4_2He + ^6_3Li$, если известно, что кинетические энергии протона $E_H = 5{,}45$ МэВ, ядра гелия $E_{He} = 4$ МэВ и что ядро гелия вылетело под углом $90°$ к направлению движения протона. Ядро-мишень ^9_4Be было неподвижно.*

Дано:
$E_{\text{H}} = 5{,}45$ МэВ,
$E_{\text{He}} = 4$ МэВ,
$\theta = 90^0$

Q – ?

Решение

Энергию ядерной реакции можно определить как разность между суммой кинетических энергий ядер-продуктов и соответствующей энергией налетающего ядра:

$$Q = E_{\text{Li}} + E_{\text{He}} - E_{\text{H}}.$$

В этом выражении неизвестна кинетическая энергия E_{Li} лития. Для ее определения воспользуемся законом сохранения импульса (рисунок 10):

$$\vec{p}_H = \vec{p}_{He} + \vec{p}_{Li}\,.$$

Векторы $\vec{p}_H$ и $\vec{p}_{He}$, по условию задачи, взаимно перпендикулярны и, следовательно, вместе с вектором $\vec{p}_{Li}$ образуют прямоугольный треугольник. Поэтому по теореме Пифагора

$$p_H^2 = p_{He}^2 + p_{Li}^2\,.$$

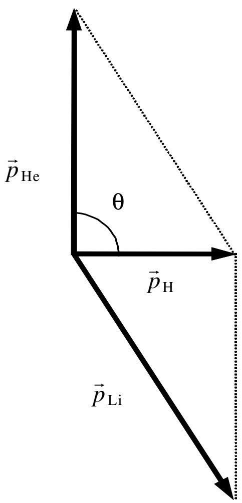

Рис. 10. Диаграмма импульсов взаимодействующих частиц

Выразим в этом равенстве импульсы ядер через их кинетические энергии. Так как кинетические энергии ядер, по условию задачи, много меньше энергий покоя этих ядер, то можно воспользоваться классической формулой и записать $p^2 = 2mE$, где m – масса частицы.

Подставив соответствующие выражения в уравнение для квадратов импульсов, после упрощения получим

$$m_{Li}E_{Li} = m_{He}E_{He} + m_H E_H,$$

откуда

$$E_{Li} = \frac{m_{He}E_{He} + m_H E_H}{m_{Li}} \approx 3{,}58 \text{ МэВ}.$$

Подставив числовые значения в формулу для энергии ядерной реакции, найдем

$$Q = 3{,}58 + 4 - 5{,}45 \approx 2{,}13 \text{ (МэВ)}.$$

Ответ: $Q = 2{,}13$ МэВ.

Пример 29. *Для возбуждения реакции (n, α) на покоящихся ядрах* $^{11}_{5}B$ *пороговая кинетическая энергия нейтронов равна 7,23 МэВ. Найти энергию этой реакции.*

Дано:	Решение
T = 7,23 МэВ	
Q – ?	

α-частица представляет собой ядро гелия $^{4}_{2}\mathrm{He}$, поэтому уравнение ядерной реакции можно записать в виде

$$^{11}_{5}\mathrm{B}+{}^{1}_{0}n\to{}^{A}_{Z}\mathrm{X}+{}^{4}_{2}\mathrm{He},$$

где неизвестное ядро обозначено символом $^{A}_{Z}\mathrm{X}$.

Применив правило сохранения числа нуклонов, получим уравнение $11 + 1 = A + 4$, отсюда $A = 8$. Применив закон сохранения электрического заряда (числа протонов), получим уравнение $5 + 0 = Z + 2$, отсюда $Z = 3$. Следовательно, неизвестное ядро является ядром атома изотопа лития $^{8}_{3}\mathrm{Li}$. Теперь окончательно можно записать уравнение ядерной реакции в развернутом виде:

$$^{11}_{5}\mathrm{B}+{}^{1}_{0}n\to{}^{8}_{3}\mathrm{Li}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}.$$

В силу того, что для возбуждения ядерной реакции, протекающей под действием нейтронов, требуется их начальная кинетическая энергия, реакция является эндотермической, и ее энергия отрицательна. В дальнейшем будем пользоваться модулем этой величины. Если бы продукты ядерной реакции оставались в покое, то кинетическая энергия нейтрона равнялась бы модулю энергии реакции. Однако продукты в соответствии с законом сохранения импульса движутся с определенными скоростями, поэтому необходимая кинетическая энергия нейтрона должна быть больше. По условию пороговая кинетическая энергия много меньше энергии покоя нейтрона (939 МэВ), а тем более – других частиц, поэтому в данной задаче можно пользоваться нерелятивистскими соотношениями. В соответствии с законом сохранения энергии

$$T=|Q|+T',$$

где T' – кинетическая энергия продуктов ядерной реакции.

В соответствии с законом сохранения импульса

$$\vec{p}_n = \vec{p}_\Sigma ,$$

где $\vec{p}_n$ – импульс нейтрона; $\vec{p}_\Sigma$ – суммарный импульс продуктов реакции.

Из законов механики следует, что при постоянном суммарном импульсе системы частиц их суммарная кинетическая энергия минимальна, если скорости всех частиц одинаковы, т. е. они движутся как единое тело. В этом случае закон сохранения импульса приводит к скалярному соотношению

$$m_n v_n = (m_{\text{Li}} + m_{\text{He}}) v ,$$

где m_n – масса нейтрона; v_n – его скорость; m_{Li} – масса ядра лития; m_{He} – масса ядра гелия; v – общая скорость продуктов ядерной реакции.

Используя связь между кинетическими энергиями и скоростями $T = \dfrac{m_n v_n^2}{2}$; $T' = \dfrac{(m_{\text{Li}} + m_{\text{He}}) v^2}{2}$, перепишем последнее соотношение в виде

$$\sqrt{2 m_n T} = \sqrt{2 (m_{\text{Li}} + m_{\text{He}}) T'} ,$$

откуда следует связь между кинетическими энергиями

$$T' = \frac{m_n}{m_{\text{Li}} + m_{\text{He}}} T .$$

Подставим полученное соотношение в уравнение, выражающее закон сохранения энергии:

$$T = |Q| + \frac{m_n}{m_{\text{Li}} + m_{\text{He}}} T .$$

Отсюда получим окончательное соотношение для определения энергии ядерной реакции (с учетом ее знака)

$$|Q| = \frac{m_{\text{Li}} + m_{\text{He}} - m_n}{m_{\text{Li}} + m_{\text{He}}} T .$$

Размерности в этой формуле очевидны. При расчетах вместо точных значений масс частиц с достаточной точностью можно использовать соответствующие массовые числа

$$|Q| = \frac{8+4-1}{8+4}T = \frac{11}{12}T = \frac{11}{12}7{,}23 = 6{,}63\ \text{МэВ}.$$

Ответ: $|Q| = 6{,}63$ МэВ.

Пример 30. *Найти число нейтронов, возникающих в единицу времени в урановом реакторе с тепловой мощностью 100 МВт, если среднее число нейтронов на каждый акт деления составляет 2,42. При каждом делении в среднем освобождается энергия 200 МэВ.*

Д а н о:
$\Delta t = 1$ с,
$P = 100$ МВт,
$\nu = 2{,}42$,
$E_1 = 200$ МэВ
ΔN – ?

Р е ш е н и е

Энергия, выделяющаяся в урановом реакторе за время Δt в соответствии с определением мощности,

$$E = P\Delta t.$$

Эта же энергия пропорциональна числу делений $\Delta N_{\text{дел}}$, происходящих за соответствующее время:

$$E = E_1 \Delta N_{\text{дел}}.$$

Отсюда для числа делений получим

$$\Delta N_{\text{дел}} = \frac{P\Delta t}{E_1}.$$

Число возникающих нейтронов (без учета нейтронов, поглощаемых при делении) пропорционально числу делений $\Delta N = \nu \Delta N_{\text{дел}}$, поэтому

$$\Delta N = \frac{\nu P \Delta t}{E_1}.$$

Проверим размерности в полученном соотношении:

$$[\Delta N]=\frac{\text{Вт}\cdot\text{с}}{\text{Дж}}=1\,.$$

Для вычислений переведем энергию одного распада из МэВ в Дж: 200 МэВ = $200\cdot10^{6}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}$ = $3{,}2\cdot10^{-11}$ (Дж), или

$$\Delta N=\frac{2{,}42\cdot10^{8}\cdot1}{3{,}2\cdot10^{-11}}=7{,}56\cdot10^{18}\,.$$

Ответ: $\Delta N=7{,}56\cdot10^{18}$.

ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

6.1 Серое тело со степенью черноты 0,9 нагрето до температуры 750 °С. Определить его излучательность и длину волны, на которую приходится максимальное значение спектральной плотности излучательности.

6.2 Определить температуру тела со степенью черноты 0,8, если мощность излучения с поверхности 50 см^2 равна 2 кВт.

6.3 Температура абсолютно черного тела равна 850 С, а излучательность составляет $9\cdot10^4$Вт/м^2. Исходя из этих данных, определить значение постоянной Стефана-Больцмана.

6.4 Длина волны излучения абсолютно черного тела, соответствующая максимальному значению спектральной плотности излучательности, равна 400 нм. Определить излучательность этого тела.

6.5 Определить длину волны излучения, соответствующую максимальному значению спектральной плотности излучательности абсолютно черного тела, если тело нагрето до температуры 900°С.

6.6 Определить максимальное значение спектральной плотности излучательности абсолютно черного тела, нагретого до температуры 900 °С.

6.7 Определить температуру, до которой нагрето абсолютно черное тело, если максимальное значение спектральной плотности излучательности равно 10^6 Вт/см^2.

6.8 Определить интегральную степень черноты тела, нагретого до температуры $700\ °C$, если его излучательность равна $3 \cdot 10^4$ Вт/м^2.

6.9 Определить излучательность угля, нагретого до температуры $700\ °C$. Степень черноты принять равной 0,8.

6.8 Определить интегральную степень черноты тела, нагретого до температуры $700\ °C$, если его излучательность равна $3 \cdot 10^4$ Вт/м^2.

6.9 Определить излучательность угля, нагретого до температуры $700\ °C$. Степень черноты принять равной 0,8.

6.10 Определить спектральную плотность излучательности абсолютно черного тела, нагретого до температуры $1500\ °C$ для длины волны 800 нм.

6.11 Максимум излучения зачерненного тела соответствует длине волны $\lambda_m = 750$ нм. Определить его температуру и излучательность.

6.12 Температура тела $t = 140\ °C$. Определить степень черноты его поверхности, если с площади $S = 4$ см^2 за время 5 мин излучается энергия $W = 166$ Дж.

6.13 Определить площадь поверхности абсолютно черного тела, если при длине волны, соответствующей максимуму излучения ($\lambda_m = 0{,}5$ мкм), энергетический поток излучения составляет $\Phi = 15$ кВт.

6.14 Температура первого абсолютно черного тела $T = 2{,}6 \cdot 10^3$ K. Определить температуру второго абсолютно черного тела, если длины волн, соответствующие максимуму их испускательных способностей, различаются на $\Delta\lambda_m = 0{,}2$ мкм.

6.15 Максимум спектральной плотности излучательности яркой звезды Арктур приходится на длину волны $\lambda_m = 0{,}58$ нм. Принимая, что звезда излучает как черное тело, определить температуру ее поверхности и излучательность.

6.16 Определить установившуюся температуру зачерненной пластинки, расположенной перпендикулярно солнечным лучам вне земной атмосферы. Солнечную постоянную принять равной $C = 1{,}4$ кДж/(м$^2 \cdot$ с).

6.17 Определить, какое количество энергии излучает абсолютно черное тело с поверхности площадью $S = 5$ см^2 за время $t = 4$ с, если максимум спектральной плотности его излучательности приходится на длину волны света $\lambda_m = 480$ нм.

6.18 В астрономии Земля условно считается серым телом, имеющим температуру $T = 280$ К. Определить степень черноты Земли, если ее излучательность $R_э^* = 325$ кДж/(м$^2 \cdot$ ч).

6.19 На какую длину волны приходится максимум испускательной способности абсолютно черного тела, если его излучательность $R_э^* = 400$ кВт/м^2?

6.20 Нагретая чугунная отливка при температуре 750 °С излучает с поверхности площадью $S = 5$ см^2 за время $t = 15$ с энергию $W = 300$ Дж. Определить коэффициент поглощения поверхности отливки, считая ее серым телом.

6.21 Определить длину волны, на которую приходится максимум спектральной плотности излучательности абсолютно черного тела, и его излучательность, если температура $T = 1{,}2$ кК.

6.22 Излучение Солнца можно считать близким к излучению абсолютно черного тела с температурой $T = 5800$ К. Какое количество энергии излучает Солнце за 1) $t = 5$ мин; 2) 1 ч; 3) 1 год? Радиус Солнца $R = 6{,}95 \cdot 10^8$ м.

6.23 При изменении температуры серого тела в два раза длина волны, соответствующая максимуму испускательной способности, увеличилась на $\Delta\lambda_m = 450$ нм. Определить начальную и конечную температуры тела.

6.24 Как и во сколько раз изменилась длина волны, соответствующая максимуму испускательной способности в спектре серого тела, если мощность излучения при этом увеличилась в 16 раз?

6.25 Степень черноты вольфрамовой спирали равна $a = 0{,}3$, а температура $t = 2200$ °С. Определить ее площадь, если мощность излучения составляет $P = 25$ Вт.

6.26 Как и во сколько раз изменится излучательность абсолютно черного тела, если длина волны, на которую приходится максимум излучения, изменится от $\lambda_m = 0{,}7$ мкм до $\lambda_m = 0{,}5$ мкм?

6.27 До какой конечной температуры нагрелось абсолютно черное тело с начальной температурой $t = 280$ °С, если поток его излучения увеличился в 3 раза?

6.28 Температура верхних слоев звезды Сириус $T = 10$ кК. Определить поток энергии, излучаемый с поверхности площадью $S = 5$ км^2 этой звезды.

6.29 Во сколько раз изменится излучательность абсолютно черного тела при уменьшении длины волны, соответствующей максимуму спектральной плотности излучательности, в 2 раза?

6.30 До какой температуры охладилось абсолютно черное тело, если длина волны, на которую приходится максимум излучения, изменилась на $\Delta\lambda_m = 3$ мкм? Начальная температура тела $t = 3000$ °С.

6.31 Температура внутренней поверхности муфельной печи $T = 1200$ К, площадь поверхности открытого отверстия $S = 25$ см^2. Определить мощность излучения через отверстие и рассеиваемую мощность через стенки, если печь потребляет мощность $P = 1{,}1$ кВт.

6.32 Температура абсолютно черного тела изменилась от 1500 до 2000 К. Насколько при этом изменилось максимальное значение спектральной плотности излучательности?

6.33 Эталон единицы силы света в системе СИ – кандела – соответствует излучению полного (излучающего волны всех длин) излучателя, поверхность которого площадью $S = 0{,}5305$ мм^2 имеет температуру затвердевания платины $t = 1063$ °С. Определить мощность излучателя.

6.34 Шар радиусом $R = 10$ см за время $t = 5$ с излучает энергию $W = 5$ кДж. Найти температуру шара, считая его серым телом со степенью черноты $a = 0{,}4$.

6.35 Температура абсолютно черного тела $T = 2$ кК. Определить, какую энергию оно излучает в интервале длин волн от $\lambda_1 = 590$ нм до $\lambda_2 = 600$ нм с поверхности площадью $S = 10$ мм^2 за время $t = 100$ с.

6.36 Шар радиусом $R = 14$ см за время $t = 3$ с излучает энергию $W = 5$ кДж. Найти температуру шара, считая его серым телом со степенью черноты $a = 0,8$.

6.37 Температура абсолютно черного тела изменилась от 1100 К до 1200 К. Как при этом изменилось максимальное значение спектральной плотности излучательности?

6.38 Температура абсолютно черного тела $T = 1,7$ кК. Определить, какую энергию оно излучает в интервале длин волн от $\lambda_1 = 590$ нм до $\lambda_2 = 591$ нм с поверхности площадью $S = 100$ мм^2 за время $t = 100$ с.

6.39 Пластинка площадью 10 см^2 за время $t = 5$ с излучает энергию $W = 5$ кДж. Найти ее температуру, считая ее серым телом со степенью черноты $a = 0,9$.

6.40 Определить мощность излучения 1 см^2 поверхности абсолютно черного тела, приходящегося на узкий спектральный интервал длин волн 1 нм вблизи максимума испускательной способности излучения, при температуре тела 2500 К.

6.41 Длина волны монохроматического света равна 750 нм. Определить энергию одного фотона в этом излучении, а также его импульс.

6.42 Дипольный осциллятор излучает электромагнитные волны с длиной волны 430 нм. Вычислить импульс одного кванта света в излучении.

6.43 Какую массу имеет один из фотонов, излучаемых источником электромагнитных волн, если их частота равна $7 \cdot 10^{14}$ Гц?

6.44 Цезиевый катод освещается монохроматическим светом с частотой $7,5 \cdot 10^{14}$ Гц. Пользуясь уравнением Эйнштейна для фотоэффекта, определить максимальные значения кинетической энергии и скорости фотоэлектронов.

6.45 На катод, изготовленный из очищенного в вакууме цинка, падают электромагнитные волны с частотой $5,5 \cdot 10^{14}$ Гц. С помощью законов фотоэффекта определить, будет ли в данных условиях протекать это явление.

6.46 Для катода из калия, на который попадает свет с частотой $7,1 \cdot 10^{14}$ Гц, определить максимально возможное значение скорости испускаемых электронов.

6.47 Для катода, изготовленного из чистого вольфрама, определить максимальную длину волны облучающего света, при которой еще возможен фотоэффект.

6.48 Определить изменение длины волны рентгеновского излучения при комптоновском рассеянии, если фотон после столкновения с электроном рассеивается на угол $30°$.

6.49 Определить угол, на который рассеивается фотон после столкновения с электроном, если изменение длины волны рентгеновского излучения при комптоновском рассеянии составляет $1{,}1 \cdot 10^{-12}$ м.

6.50 На поверхность с коэффициентом отражения $0{,}8$ нормально падает поток излучения с частотой $7 \cdot 10^{14}$ Гц. Определить давление света, если число фотонов, падающих на поверхность за 2 с, равно 10^{19}.

6.51 Определить длину волны, массу и импульс фотона с энергией $\varepsilon = 1$ МэВ.

6.52 Определить длину волны фотона, масса которого равна массе покоя протона.

6.53 Определить длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, обладающего кинетической энергией $W = 20$ МэВ.

6.54 Определить длину волны фотона, масса которого равна массе покоя электрона.

6.55 Определить длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, движущегося со скоростью $v = 15$ Мм/с.

6.56 При облучении металлического катода ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 250$ нм фототок начинает наблюдаться при задерживающем напряжении $U = 0{,}96$ В. Определить длину волны, соответствующую красной границе для этого металла.

6.57 Фотон с длиной волны $\lambda = 200$ нм падает на литиевую пластинку. Определить, какая погрешность допускается при определении максимального импульса, который может получить пластинка, если не учитывать импульс падающего фотона? Работа выхода для лития 2,39 эВ.

6.58 На катод из натрия падают лучи с длиной волны $\lambda = 250$ нм. Какое минимальное задерживающее напряжение надо приложить к фотоэлементу, чтобы фотоэффект не наблюдался? Работа выхода для натрия 2,27 эВ. Определить длину волны, соответствующую красной границе для этого металла.

6.59 Фотон с энергией $\varepsilon = 12$ эВ падает на серебряную пластинку и вызывает фотоэффект. Определить максимальный импульс, который может получить пластинка.

6.60 Удаленный от других тел натриевый шарик облучают монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 400$ нм. До какого максимального потенциала зарядится шарик, теряя электроны?

6.61 Будет ли наблюдаться фотоэффект, если на поверхность серебра направить ультрафиолетовое излучение с длиной волны $\lambda = 340$ нм?

6.62 На цинковую пластинку падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 210$ нм. Определить максимальную скорость фотоэлектронов.

6.63 Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания электрона, если красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 307$ нм и максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона $W_{\max} = 1$ эВ?

6.64 Во сколько раз максимальное изменение длины волны при эффекте Комптона на свободных электронах больше, чем на свободных протонах?

6.65 Фотон с энергией $\varepsilon = 1{,}02$ МэВ рассеялся на свободном электроне на угол $\theta = 90°$. Определить импульс электрона отдачи.

6.66 Определить угол рассеяния фотона на свободном электроне, если при этом длина волны фотона возросла с 12 до 15 пм.

6.67 Какая доля энергии фотона при эффекте Комптона приходится на электрон отдачи, если фотон с энергией $\varepsilon = 0{,}255$ МэВ претерпел рассеяние на угол $\theta = 180°$?

6.68 Определить импульс электрона отдачи при эффекте Комптона, если фотон с энергией, равной энергии покоя электрона, был рассеян на угол $\theta = 180°$.

6.69 Фотон с энергией $\varepsilon = 0{,}511$ МэВ рассеялся под углом $\theta = 90°$ на свободном электроне. Определить энергию рассеянного фотона и кинетическую энергию электрона отдачи.

6.70 Давление монохроматического света с длиной волны $\lambda = 620$ нм на черную поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, $p = 0{,}1$ мкПа. Определить число фотонов, попавших за время $t = 15$ с на поверхность площадью $S = 15$ см^2.

6.71 Монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 530$ нм падает нормально на плоскую зеркальную поверхность и давит на нее с силой $F = 7$ нН. Определить число фотонов, ежесекундно падающих на эту поверхность.

6.72 Параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 600$ нм) падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление $p = 0{,}2$ мкПа. Определить концентрацию фотонов в световом пучке.

6.73 На поверхность с коэффициентом отражения $\rho = 0{,}7$ ежесекундно падает $N = 3\ 10^{21}$ фотонов с длиной волны $\lambda = 0{,}55$ мкм. Определить суммарную энергию, приходящую на поверхность за время $t = 100$ с, и силу давления, испытываемую этой поверхностью.

6.74 На поверхность с коэффициентом отражения $\rho = 0{,}7$ и площадью $S = 5$ см^2 нормально падает поток излучения $\Phi_э = 1$ Вт. Определить давление и силу давления на эту поверхность.

6.75 Нормально падающий свет создает давление на поверхность $p = 0{,}6$ мкПа. Определить коэффициент отражения света от поверхности, если ее энергетическая освещенность составляет $E_э = 120$ Вт/м^2.

6.76 Определить угол между направлением движения электрона отдачи при эффекте Комптона и направлением первичного фотона, если фотон рассеялся под прямым углом.

6.77 Определить энергию налетающего фотона при эффекте Комптона, если угол рассеяния равен 90°, а угол отдачи электрона – 30°.

6.78 Нормально падающий свет создает давление на поверхность $p = 0{,}55$ мкПа. Определить коэффициент отражения света от поверхности, если ее энергетическая освещенность составляет $E_э = 110$ Вт/м^2.

6.79 Определить угол между направлением движения электрона отдачи при эффекте Комптона и направлением первичного фотона, если фотон рассеялся под углом 75°.

6.80 Определить энергию налетающего фотона при эффекте Комптона, если угол рассеяния равен $90°$, а угол отдачи электрона – $45°$.

6.81 Определить радиус второй стационарной орбиты в атоме водорода и энергию электрона, движущегося по этой орбите.

6.82 Определить радиус третьей стационарной орбиты в водородоподобном ионе лития и энергию электрона, движущегося по этой орбите.

6.83 Определить кинетическую и потенциальную энергии электрона, движущегося по второй орбите в водородоподобном ионе гелия.

6.84 Определить номер стационарной орбиты, по которой движется электрон в водородоподобном ионе лития, если ее радиус равен $1{,}59 \cdot 10^{-10}$ м. Какова при этом полная энергия электрона?

6.85 Электрон, движущийся по второй орбите в водородоподобном ионе, перешел на четвертую орбиту. Определить, как и во сколько раз изменились при этом кинетическая и потенциальная энергии электрона.

6.86 Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с частотой $2{,}92 \cdot 10^{15}$ Гц. Определить номер орбиты электрона в возбужденном атоме водорода и его потенциальную энергию.

6.87 Атом водорода перешел из возбужденного состояние в основное, испустив фотон с длиной волны, равной 122 нм. Определить номер стационарной орбиты, по которой двигался электрон, соответствующей начальному возбужденному состоянию, и его полную энергию.

6.88 Электрон в водородоподобном ионе перешел с третьей стационарной орбиты на вторую. Определить частоту испущенного при этом фотона. Как при этом изменилась кинетическая энергия электрона?

6.89 Рентгеновская трубка работает при напряжении 33 кВ. Определить частоту и длину волны коротковолновой границы сплошной составляющей рентгеновского спектра.

6.90 Определить напряжение, под которым работает рентгеновская трубка, если частота, соответствующая коротковолновой границе сплошной составляющей рентгеновского спектра, равна $7{,}5 \cdot 10^{18}$ Гц. Как нужно изменить напряжение, чтобы увеличить частоту на 10 %?

6.91 При переходе электрона в водородоподобном атоме с одной орбиты на другую его скорость увеличилась в 25 раз. Как и во сколько раз при этом изменилась потенциальная энергия электрона?

6.92 При переходе электрона в водородоподобном атоме с одной орбиты на другую его скорость уменьшилась в 16 раз. Как и во сколько раз при этом изменился орбитальный момент импульса электрона?

6.93 При переходе электрона в водородоподобном атоме с одной орбиты на другую его скорость увеличилась в 4 раза. Как и во сколько раз при этом изменилась полная энергия электрона?

6.94 При переходе электрона в водородоподобном атоме с одной орбиты на другую его скорость уменьшилась в 9 раз. Как и во сколько раз при этом изменился радиус орбиты?

6.95 Определить, как и во сколько раз изменился орбитальный момент импульса электрона в водородоподобном атоме при переходе с одной орбиты на другую с радиусом, большим в 16 раз?

6.96 Определить, как и во сколько раз изменилась кинетическая энергия электрона в водородоподобном атоме при его переходе с одной орбиты на другую с радиусом, большим в 9 раз?

6.97 Определить, как и во сколько раз изменилась полная энергия электрона в водородоподобном атоме при его переходе с одной орбиты на другую с радиусом, большим в 25 раз?

6.98 Определить, как и во сколько раз изменилась скорость электрона в водородоподобном атоме при переходе с одной орбиты на другую, с радиусом большим в 16 раз?

6.99 Определить, как и во сколько раз изменился радиус орбиты электрона в водородоподобном атоме при переходе из одного состояния в другое, если при этом его кинетическая энергия возросла в 4 раза?

6.100 Определить, как и во сколько раз изменился орбитальный момент импульса электрона в водородоподобном атоме при переходе из одного состояния в другое, если при этом его потенциальная энергия уменьшилась в 9 раз?

6.101 Определить, как и во сколько раз изменилась скорость электрона в водородоподобном атоме при переходе из одного состояния в другое, если при этом его потенциальная энергия возросла в 9 раз?

6.102 Определить, как и во сколько раз изменилась кинетическая энергия электрона в водородоподобном атоме при переходе из одного состояния в другое, если при этом его орбитальный момент импульса уменьшился в 4 раза?

6.103 Вычислить частоты вращения электрона в атоме водорода на второй и третьей орбитах и сравнить их с частотой излучения при переходе электрона с третьей на вторую орбиту.

6.104 Найти наибольшую длину волны λ_{max} в ультрафиолетовой области спектра излучения водородоподобного иона бериллия.

6.105 Найти наибольшую λ_{max} и наименьшую λ_{min} длины волн в видимой области спектра излучения водородоподобного иона бериллия.

6.106 Найти наименьшую длину волны λ_{min} в инфракрасной области спектра излучения водородоподобного иона лития.

6.107 Найти наибольшую длину волны λ_{max} в ультрафиолетовой области спектра излучения водородоподобного иона лития.

6.108 Найти наибольшую длину волны λ_{max} в видимой области спектра излучения водородоподобного иона лития.

6.109 Найти наименьшую длину волны λ_{min} в видимой области спектра излучения водородоподобного иона лития.

6.110 Определить длину волны света, излучаемого водородоподобным ионом лития, при переходе электрона на уровень с главным квантовым числом $n = 2$, если при этом радиус орбиты уменьшился в 9 раз.

6.111 Определить скорость электронов, падающих на антикатод рентгеновской трубки, и ускоряющее напряжение, если минимальная длина волны в сплошном спектре рентгеновского излучения равна $\lambda_{min} = 11$ пм.

6.112 Определить ускоряющее напряжение на рентгеновской трубке и коротковолновую границу тормозного рентгеновского спектра, если скорость электронов, падающих на антикатод, составляет 0,7 от скорости света в вакууме.

6.113 При каком наименьшем напряжении на рентгеновской трубке начинают появляться линии серии K_α цинка?

6.114 В атоме вольфрама электрон перешел с M-слоя на L-слой. Принимая постоянную экранирования σ равной 5,5, определить частоту испущенного фотона.

6.115 Определить ускоряющее напряжение на рентгеновской трубке и коротковолновую границу тормозного рентгеновского спектра, если скорость электронов, падающих на антикатод, составляет 0,92 от скорости света в вакууме.

6.116 Какому элементу принадлежит водородоподобный спектр, частоты линий которого в четыре раза больше, чем у атомарного водорода.

6.117 Определить круговую частоту обращения электрона на второй орбите водородоподобного иона гелия.

6.118 Определить частоту, соответствующую коротковолновой границе тормозного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на 22 кВ уменьшает искомую частоту в 2 раза.

6.119 Определить длину волны и частоту K_α линии железа, а также энергию фотона, соответствующего этой линии.

6.120 Определить минимальное напряжение на рентгеновской трубке, при котором начинают появляться K_α линии никеля.

6.121 Электрон движется со скоростью 100 км/с относительно некоторой системы отсчета. Определить в этой системе отсчета длину волны де Бройля электрона.

6.122 Определить скорость электрона в системе отсчета, где его длина волны де Бройля равна 80 пм.

6.123 Определить импульс электрона, у которого длина волны де Бройля равна 0,07 нм.

6.124 Определить длину волны де Бройля протона, движущегося со скоростью 0,95 c.

6.125 В результате ядерной реакции из тонкого слоя бериллия вылетел нейтрон со скоростью $1{,}3 \cdot 10^7$ м/с. Определить длину волны де Бройля нейтрона.

6.126 Кинетическая энергия электрона равна 3 МэВ. Определить для него длину волны де Бройля.

6.127 При радиоактивном распаде некоторого нуклида образуется α-частица с кинетической энергией 9 МэВ. Определить ее длину волны де Бройля.

6.128 Определить кинетическую энергию электрона, длина волны де Бройля которого равна 0,1 нм. Ответ выразить в электрон-вольтах.

6.129 Для электрона, равномерно и прямолинейно движущегося со скоростью 10 км/с, длина волны де Бройля равна 72,7 нм. Исходя из этих данных, определить значение постоянной Планка.

6.130 Электрон и протон движутся с одинаковыми скоростями, равными половине скорости света в вакууме. Определить, как и во сколько раз отличаются длины волн де Бройля этих частиц.

6.131 Найти длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите водородоподобного иона гелия, находящегося в основном состоянии.

6.132 Решить предыдущую задачу для третьей орбиты в водородоподобном ионе лития.

6.133 Электрон, момент импульса которого $3{,}3 \cdot 10^{-26}$ кг · м^2/с, движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией 9 мТл. Определить длину волны де Бройля.

6.134 Определить длину волны де Бройля электронов, бомбардирующих антикатод рентгеновской трубки, если коротковолновая граница сплошного рентгеновского спектра приходится на длину волны $\lambda_{min} = 3{,}1$ нм.

6.135 Электрон движется с такой скоростью, что его длина волны де Бройля больше комптоновской длины волны в 2,5 раза. Найти, во сколько раз полная энергия электрона больше его энергии покоя.

6.136 Определить массу движущегося электрона, у которого длина волны де Бройля λ равна: 1) 3 нм; 2) 3 пм?

6.137 Какую массу имеет движущийся электрон, если длина волны де Бройля электрона больше его комптоновской длины волны на 2 %?

6.138 С какой скоростью движется электрон, если длина волны де Бройля электрона больше его комптоновской длины волны на 2 %?

6.139 Определить длину волны де Бройля электрона, прошедшего ускоряющее напряжение U, равное: 1) 11 кВ; 2) 11 МВ.

6.140 Найти кинетическую энергию движущегося электрона, если длина волн де Бройля λ у него равна: 1) $4 \cdot 10^{-9}$ м; 2) $4 \cdot 10^{-12}$ м.

6.141 Какую ускоряющую разность потенциалов прошел электрон, если длина волны де Бройля для него стала равна: 1) 5 нм; 2) 5 пм?

6.142 Найти скорость электрона, для которого длина волн де Бройля λ равна: 1) $4 \cdot 10^{-9}$ м; 2) $4 \cdot 10^{-12}$ м.

6.143 Определить длину волны де Бройля электрона, если его кинетическая энергия $E_к$ равна: 1) 6 кэВ; 2) 6 МэВ.

6.144 Электрон движется по окружности радиусом $R = 0{,}6$ см в однородном магнитном поле с индукцией $B = 9$ мТл. Определить длину волны де Бройля электрона.

6.145. Определить длину волны де Бройля для электрона, движущегося со скоростью, составляющей 97 % от скорости света в вакууме.

6.146 Определить длину волн де Бройля движущейся частицы, если их фазовая скорость в 3 раза больше групповой.

6.147 Определить групповую скорость волн де Бройля частицы, для которой длина волны де Бройля больше комптоновской длины волны на 1%.

6.148 Частица движется со скоростью, составляющей: 1) 2 %; 2) 97 % от скорости света в вакууме. Определить для нее отношение групповой и фазовой скоростей волн де Бройля.

6.149 Фазовая скорость волн де Бройля движущегося электрона в 4 раза больше скорости света в вакууме. Определить ускоряющее напряжение, которое он прошел.

6.150 Определить фазовую скорость волн де Бройля частицы, для которой длина волны де Бройля больше комптоновской длины волны на 1 %.

6.151 С какой скоростью движется частица, если фазовая скорость волн де Бройля: 1) в 9 раз больше скорости света в вакууме; 2) в 9 раз меньше скорости света в вакууме?

6.152 Определить, какая скорость (фазовая или групповая) волн де Бройля больше и насколько для частицы, движущейся со скоростью: 1) 12 Мм/с; 2) 240 Мм/с?

6.153 Фазовая скорость волн де Бройля движущейся частицы в 2,5 раза больше скорости света в вакууме. Определить длину волны де Бройля.

6.154 Найти фазовую и групповую скорости электрона, а также длину волны де Бройля, если его кинетическая энергия равна энергии покоя.

6.155 Найти фазовую скорость волн де Бройля частицы, движущейся со скоростью v, равной: 1) 1,1 Мм/с; 2) 290 Мм/с.

6.156 Какую энергию надо сообщить дополнительно электрону, чтобы его длина волны де Бройля уменьшилась от 300 до 200 пм.

6.157 Определить длину волны де Бройля атомов ртути с энергиями 10 эВ.

6.158 Определить длину волны де Бройля молекул водорода, движущихся со средней тепловой скоростью 25 °C.

6.159 Определить длину волны де Бройля молекул кислорода, соответствующую их наиболее наиболее вероятной скорости при температуре плавления льда.

6.160 При каком значении кинетической энергии длина волны де Бройля электрона больше его комптоновской длины волны на 10 %?

6.161 Определить по порядку величины неопределенность импульса частицы, если неопределенность ее координаты равна 25 пм.

6.162 Оценить неопределенность координаты частицы, если ее импульс установлен с неточностью $7 \cdot 10^{-23}$ кг·м/с.

6.163 Используя соотношение неопределенностей, определить время существования системы в возбужденном состоянии, если неопределенность энергии состояния равна $5 \cdot 10^{-7}$ эВ.

6.164 Определить неточность, с которой может быть определена энергия состояния квантовой системы, если время ее пребывания в этом состоянии составляет $3 \cdot 10^{-14}$ с.

6.165 Определить неопределенность скорости электрона, если неточность определения его координаты равна 5 мкм.

6.166 Скорость протона равна 150 км/с. Используя соотношение неопределенностей, оценить неточность определения координаты протона.

6.167 Записать волновую функцию для частицы, находящейся в основном состоянии в одномерном, бесконечно глубоком, прямоугольном потенциальном ящике, ширина которого равна 0,5 мкм.

6.168 Электрон находится в одномерном, бесконечно глубоком, прямоугольном потенциальном ящике шириной 250 пм в состоянии с квантовым числом, равным 3. Определить значение его энергии.

6.169 Определить разность значений энергии электрона, находящегося в состояниях, в которых квантовые числа равны 3 и 4, для одномерного, бесконечно глубокого, прямоугольного потенциального ящика шириной 0,8 нм.

6.170 Электрон с энергией 30 эВ встречает на своем пути прямоугольный потенциальный барьер шириной 80 пм и высотой 35 эВ. Определить коэффициент прозрачности барьера.

6.171 Электрон с кинетической энергией $E_к \approx 6$ эВ локализован в области размером $l = 2$ мкм. Оценить относительную неопределенность его скорости.

6.172 Оценить ошибки, с которыми можно определить скорость электрона, протона и шарика массы $m = 3$ мг, если координаты частиц (центра шарика) установлены с неопределенностью $\Delta x \approx 2$ мкм.

6.173 Исходя из соотношения неопределенностей, оценить минимальную энергию электрона, который находился бы в ядре с линейными размерами 6 фм. Сделать вывод о возможности такого состояния (энергия связи, приходящаяся на один нуклон в ядре, ~ 10 МэВ).

6.174 Приняв, что минимальная энергия E нуклона в ядре равна 10 МэВ, оценить, исходя из соотношения неопределенностей, линейные размеры ядра.

6.175 Определить относительную неопределенность импульса $\Delta p/p$ частицы, для которой неопределенность координаты равна длине волны де Бройля.

6.176 Во сколько раз длина волны де Бройля частицы меньше неопределенности ее координаты, которая соответствует относительной неопределенности импульса $\Delta p/p = 3$ %?

6.177 Оценить относительную ширину $\Delta\lambda/\lambda$ спектральной линии с частотой $\nu = 6 \cdot 10^{14}$ Гц, если при этом электрон переходит из возбужденного состояния с временем жизни $\tau \approx 3 \cdot 10^{-8}$ с в основное.

6.178 Используя соотношение неопределенностей, оценить относительную ширину $\Delta\lambda/\lambda$ спектральной линии, соответствующей переходу электрона в атоме водорода из возбужденного состояния (главное квантовое число $n = 3$, время жизни $\tau \approx 1{,}2$ нс) в основное.

6.179 Оценить относительную ширину $\Delta\nu/\nu$ спектральной линии, если известны время жизни атома в возбужденном состоянии $\tau \approx 1{,}2 \cdot 10^{-8}$ с и длина волны излучаемого фотона $\lambda = 0{,}7$ мкм.

6.180 Моноэнергетический пучок нейтронов падает на кристалл с периодом $d = 0{,}25$ нм. Определить скорость нейтронов, если брэгговское отражение 1-го порядка наблюдается под углом скольжения $\theta = 30°$.

6.181 Пучок электронов с кинетической энергией $E_к = 210$ эВ падает на поверхность монокристалла никеля. В направлении, составляющем угол 28° с нормалью к поверхности, наблюдается дифракционный максимум 4-го порядка. Найти межплоскостное расстояние.

6.182 Параллельный пучок электронов, движущихся с одинаковой скоростью $v = 1{,}3$ Мм/с, падает нормально на диафрагму с длинной щелью шириной $a = 1{,}2$ мкм. Проходя через щель, электроны рассеиваются и образуют дифракционную картину на экране, расположенном на расстоянии $l = 50$ см от щели параллельно плоскости диафрагмы. Определить линейное расстояние между первыми дифракционными минимумами.

6.183 На грань некоторого кристалла под углом $\alpha = 60°$ к ее поверхности падает параллельный пучок электронов, движущихся с одинаковой скоростью. Определить эту скорость, если электроны испытывают интерференционное отражение первого порядка. Расстояние между атомными плоскостями кристалла $d = 0{,}18$ нм.

6.184 Частица в потенциальном ящике шириной l находится в низшем возбужденном состоянии. Определить вероятность нахождения частицы в интервале шириной $l/4$, равноудаленном от стенок ящика.

6.185 Частица в потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова вероятность нахождения частицы: 1) в средней трети ящика; 2) в крайней трети ящика?

6.186 Частица в потенциальном ящике шириной l находится в возбужденном состоянии ($n = 2$). Определить, в каких точках интервала ($0 < x < l$) плотность вероятности нахождения частицы максимальна и минимальна.

6.187 Электрон находится в потенциальном ящике, ширина которого равна 0,7 нм. Определить наименьшую разность ΔE энергетических уровней электрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.

6.188 Частица находится в потенциальном ящике. Найти отношение разности соседних энергетических уровней $\Delta E_{n+1,\,n}$ к энергии E_n частицы в трех случаях: 1) $n = 4$; 2) $n = 9$; 3) $n \to \infty$. Пояснить полученные результаты.

6.189 Определить энергию частицы массой $m = 2$ нг, находящейся в основном состоянии в одномерном ящике шириной $l = 1$ пм, используя уравнение Шредингера и вид волновой функции.

6.190 Ядро испускает α-частицы с энергией $E = 5$ МэВ. В грубом приближении можно считать, что α-частицы проходят через прямоугольный потенциальный барьер высотой $U = 12$ МэВ и шириной $d = 6$ фм. Найти коэффициент прозрачности барьера для α-частиц.

6.191 Электрон с энергией E движется в положительном направлении оси $0x$. При каком значении $U - E$ (U – высота прямоугольного потенциального барьера), выраженном в электрон-вольтах, коэффициент прозрачности $D = 10^{-3}$, если ширина d равна 0,2 нм?

6.192 Две частицы, электрон и протон, обе с энергией $E = 5$ эВ, движутся в положительном направлении оси $0x$, встречая на своем пути прямоугольный барьер высотой $U = 12$ эВ и шириной $d = 3$ пм. Определить отношение вероятностей прохождения частицами этого барьера.

6.193 Электрон с энергией 15 эВ движется в положительном направлении оси $0x$ и проходит через прямоугольный потенциальный барьер высотой 18 эВ с вероятностью 10^{-2}. Определить ширину барьера.

6.194 В первом приближении можно считать, что при испускании ядром α-частиц с энергией $E = 5$ МэВ они проходят прямоугольный потенциальный барьер высотой $U = 12$ МэВ и шириной $d = 6$ фм. Найти коэффициент отражения α-частиц от барьера.

6.195 Электрон с определенной энергией проходит через прямоугольный потенциальный барьер с вероятностью 0,03. При какой массе частица с такой же энергией будет проходить этот барьер с вероятностью 10^{-14}?

6.196 Электрон с энергией $E = 5$ эВ, движется в положительном направлении оси $0x$, встречая на своем пути прямоугольный барьер высотой $U = 11$ эВ и шириной $d = 3$ пм. Определить вероятность прохождения этого барьера.

6.197 Протон с энергией $E = 7$ эВ, движется в положительном направлении оси $0x$, встречая на своем пути прямоугольный барьер высотой $U = 10$ эВ и шириной $d = 2$ пм. Определить вероятность прохождения этого барьера.

6.198 Электрон с энергией $E = 4$ эВ, движется в положительном направлении оси $0x$, встречая на своем пути прямоугольный барьер высотой $U = 10$ эВ и шириной $d = 3$ пм. Определить вероятность отражения частицы от этого барьера.

6.199 Протон с энергией $E = 9$ эВ движется в положительном направлении оси $0x$, встречая на своем пути прямоугольный барьер высотой $U = 14$ эВ и шириной $d = 4$ пм. Определить вероятность отражения частицы от этого барьера.

6.200 Протон с энергией $E = 50$ кэВ, движется в положительном направлении оси $0x$, встречая на своем пути прямоугольный барьер высотой $U = 60$ кэВ и шириной $d = 12$ пм. Определить вероятность прохождения протоном этого барьера.

6.201 Оценить, какую часть массы ядра лития $^{7}_{3}\mathrm{Li}$ составляет масса нейтронов.

6.202 Определить число протонов в ядре изотопа кремния $^{31}_{14}\mathrm{Si}$.

6.203 Определить радиус ядра изотопа фосфора $^{32}_{15}\mathrm{P}$.

6.204 Определить, как и во сколько раз отличаются радиусы ядер изотопов водорода $^{1}_{1}\mathrm{H}$ и $^{2}_{1}\mathrm{H}$.

6.205 Определить дефект массы ядра углерода $^{12}_{6}\mathrm{C}$.

6.206 Вычислить энергию связи ядра изотопа калия $^{39}_{19}\mathrm{K}$.

6.207 Определить число нуклонов в ядре некоторого изотопа, если приближенное значение радиуса этого ядра равно $4{,}2 \cdot 10^{-15}$ м.

6.208 Указать, какое число протонов содержится в ядре изотопа йода $^{131}_{53}\mathrm{I}$.

6.209 Определить энергию связи, приходящуюся на один нуклон, для ядра изотопа радия $^{219}_{88}\mathrm{Ra}$.

6.210 Определить значение удельной энергии связи для ядра изотопа аргона $^{41}_{18}Ar$.

6.211 Какие изотопы содержат два нейтрона? (Привести символическую запись ядер).

6.212 Определить атомные номера, массовые числа и химические символы зеркальных ядер, которые получатся, если в ядрах $^{3}_{1}H$, $^{7}_{4}Be$, $^{16}_{8}O$ протоны заменить нейтронами, а нейтроны – протонами.

6.213 Указать, сколько нуклонов, протонов, нейтронов содержат следующие ядра: 1) $^{3}_{2}He$; 2) $^{10}_{5}B$; 3) $^{23}_{11}Na$; 4) $^{54}_{26}Fe$; 5) $^{104}_{47}Ag$.

6.214 Водород обогащен тритием. Определить массовые доли протия и трития, если относительная атомная масса A_r такого водорода оказалась равной 1,2.

6.215 Бор представляет собой смесь двух изотопов, относительные атомные массы которых соответственно равны: $A_{r1} = 10{,}013$; $A_{r2} = 11{,}009$. Определить массовые доли первого и второго изотопов, если относительная атомная масса смеси $A_r = 10{,}811$.

6.216 Определить молярную массу хлора, который представляет собой смесь двух изотопов с относительными атомными массами $A_{r1} = 34{,}969$; $A_{r2} = 36{,}966$ и массовыми долями $w_1 = 0{,}754$; $w_2 = 0{,}246$.

6.217 Определить массу ядра лития, если масса нейтрального атома лития равна 7,01601 а. е. м.

6.218 Найти, какую часть массы нейтрального атома плутония $^{239}_{94}Pu$ составляет суммарная масса всех электронов его оболочки.

6.219 Оценить концентрацию нуклонов в ядре, полагая, что коэффициент пропорциональности r_0 – постоянная величина.

6.220 Оценить, какую часть от объема атома кобальта составляет объем его ядра. Плотность ρ кобальта равна $4{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

6.221 Определить плотность вещества в атомном ядре, пренебрегая дефектом массы и приближенно считая, что массы протонов и нейтронов равны.

6.222 Используя соотношение $Z \approx A/2$, которое справедливо для многих легких ядер, определить среднюю объемную плотность заряда ядра.

6.223 Два ядра ${}^{9}_{5}B$ сблизились до расстояния, равного диаметру ядра. Считая, что заряд равномерно распределен по объему ядра, определить силу кулоновского отталкивания.

6.224 Вычислить дефект массы и энергию связи ядра алюминия ${}^{27}_{13}Al$.

6.225 Вычислить дефект массы и энергию связи ядра свинца ${}^{206}_{82}Pb$.

6.226 Вычислить энергию связи и дефект массы ядра лития ${}^{7}_{3}Li$

6.227 Вычислить дефект массы и энергию связи ядра атома гелия ${}^{4}_{2}He$.

6.228 Определить энергию связи и дефект массы ядра сверхтяжелого водорода ${}^{3}_{1}H$.

6.229 Определить энергию связи и дефект массы ядра тяжелого водорода ${}^{2}_{1}H$.

6.230 Рассчитать энергию, которая выделится при образовании из протонов и нейтронов ядер ${}^{4}_{2}He$ общей массой $m = 2$ г. Какова суммарная масса исходных частиц?

6.231 Найти энергию связи, приходящуюся на один нуклон и дефект массы для ядер: 1) ${}^{14}_{7}N$; 2) ${}^{27}_{13}Al$.

6.232 Найти энергию связи, приходящуюся на один нуклон и дефект массы для ядер: 1) ${}^{31}_{14}Si$; 2) ${}^{44}_{20}Ca$.

6.233 Определить, какое из ядер, ${}^{31}_{14}Si$ или ${}^{31}_{15}P$, наиболее устойчиво? Для ответа определить их энергии связи и сравнить между собой.

6.234 Найти энергию связи, приходящуюся на один нуклон, и дефект массы для ядра кислорода ${}^{16}_{8}O$.

6.235 Определить, какое из ядер, $^{3}_{1}H$ или $^{3}_{2}He$, наиболее устойчиво? Для ответа определить их энергии связи и сравнить между собой.

6.236 Определить удельную энергию связи ядра $^{56}_{26}Fe$.

6.237 Определить удельную энергию связи ядра $^{235}_{92}U$.

6.238 Найти разность энергий связи зеркальных ядер $^{13}_{6}C$ и $^{13}_{7}N$.

6.239 Определить дефект массы ядра $^{56}_{26}Fe$.

6.240 Определить дефект массы ядра $^{235}_{92}U$.

6.241 Определить среднее время жизни ядра изотопа калия $^{40}_{19}K$.

6.242 Определить постоянную распада изотопа стронция $^{89}_{38}Sr$.

6.243 Определить постоянную распада некоторого радиоактивного изотопа, если известно, что по истечении 1 года осталось 3/4 первоначального количества ядер этого изотопа.

6.244 Радиоактивный источник содержит $3 \cdot 10^{21}$ ядер изотопа цезия $^{134}_{55}Cs$. Определить, какое количество ядер распалось за 6 суток.

6.245 Определить число ядер изотопа цезия $^{137}_{55}Cs$, первоначально содержащихся в радиоактивном источнике, если за 10 лет распалось $2 \cdot 10^{20}$ ядер.

6.246 Определить, во сколько раз уменьшается активность изотопа стронция $^{90}_{38}Sr$ за 9 лет.

6.247 Определить активность препарата, содержащего $2 \cdot 10^{20}$ радиоактивных ядер некоторого изотопа, если его период полураспада составляет 60 часов.

6.248 Определить, сколько радиоактивных ядер изотопа йода $^{131}_{53}I$ содержит источник с активностью $3 \cdot 10^{9}$ Бк.

6.249 Активность препарата, содержащего 1 г некоторого радиоактивного изотопа, равна $3 \cdot 10^{7}$ Бк. Определить удельную активность препарата.

6.250 Определить период полураспада изотопа с активностью $2\cdot10^9$ Бк, содержащего 10^{20} радиоактивных ядер.

6.251 Определить, через сколько лет распадется 99 % атомов стронция $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$?

6.252 Какая часть начального количества атомов радиоактивного изотопа распадается за время, в пять раз большее среднего времени жизни этого изотопа?

6.253 За время $t = 27$ сут распалось 7/8 начального количества атомов радиоактивного изотопа. Определить период его полураспада.

6.254 За какое время распадается 2/5 начального количества атомов радиоактивного изотопа, если период его полураспада $T_{1/2} = 48$ ч?

6.255 За время $t_1 = 1$ год начальное количество радиоактивного изотопа уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за: 1) $t_2 = 1{,}5$ года; 2) $t_3 = 3{,}5$ года?

6.256 Какая часть начального количества атомов радиоактивного актиния $^{225}_{89}\mathrm{Ac}$ останется через: 1) 5 сут; 2) 25 сут?

6.257 Какая часть начального количества атомов распадется за два года в радиоактивном изотопе тория $^{228}_{90}\mathrm{Th}$?

6.258 Определить постоянные распада двух изотопов радия: $^{219}_{88}\mathrm{Ra}$ и $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$.

6.259 При распаде радиоактивного полония $^{210}_{84}\mathrm{Po}$ в течение времени $t = 1$ ч образовался гелий $^{4}_{2}\mathrm{He}$, который при нормальных условиях занял объем $V = 89{,}5$ см^3. Определить период полураспада полония.

6.260 В настоящий момент природный уран состоит примерно из 99,3 % изотопа $^{238}_{92}\mathrm{U}$ и 0,7 % изотопа $^{235}_{92}\mathrm{U}$. Определить, сколько лет назад соотношение изотопов составляло 99 % и 1 %?

6.261 В начальный момент препарат содержал $N_0 = 10^{15}$ ядер радиоактивного висмута $^{210}_{83}\mathrm{Bi}$, которые распадаются по цепочке $^{210}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb}$ (стабильные). Найти закон накопления ядер свинца (см. пример 23 на с. 55).

6.262 Радиоизотоп $^{32}_{15}\mathrm{P}$ образуется в ядерном реакторе со скоростью $q = 2{,}7\cdot10^9$ ядер/с. Найти закон изменения активности этого изотопа (см. пример 23 на с. 55).

6.263 Радиоактивные ядра $^{210}_{83}\mathrm{Bi}$ распадаются по цепочке $^{210}_{83}\mathrm{Bi} \to {}^{210}_{84}\mathrm{Po} \to {}^{206}_{82}\mathrm{Pb}$ (стабильные). Считая, что в начальный момент препарат содержал только висмут массой $m = 1$ мг, определить максимальную массу полония (см. пример 23 на с. 56).

6.264 Активность препарата уменьшилась в $k = 250$ раз. Скольким периодам полураспада равен протекший промежуток времени?

6.265 Определить число ΔN атомов, распадающихся в радиоактивном изотопе за время $t = 10$ с, если его начальная активность $A_0 = 0{,}1$ МБк, а период полураспада $T_{1/2} = 25$ с.

6.266 Удельная активность препарата, состоящего из активного кобальта $^{58}_{27}\mathrm{Co}$ и неактивного $^{59}_{27}\mathrm{Co}$, составляет $A = 2{,}2\cdot10^{12}$ Бк/г. Определить массовую долю активного кобальта в этом препарате.

6.267 В кровь человека ввели небольшое количество раствора, содержащего изотоп $^{24}_{11}\mathrm{Na}$ с активностью $A_0 = 8$ кБк. Активность 1 см^3 крови через $t = 5$ ч оказалась $A = 1$ Бк. Найти объем крови человека.

6.268 Радиоактивный изотоп $^{24}_{11}\mathrm{Na}$ излучает γ-кванты энергией $\varepsilon = 1{,}28$ МэВ. Определить мощность гамма-излучения изотопа массой $m = 15$ г. Считать, что при каждом акте распада излучается один γ-фотон с указанной энергией.

6.269 Вычислить удельную активность кобальта $^{60}_{27}\mathrm{Co}$.

6.270 Определить активность препарата, содержащего радиоактивный фосфор $^{32}_{15}\mathrm{P}$ массой $m = 1$ мг.

6.271 Определить отношение удельной активности стронция $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ к удельной активности радия $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$.

6.272 За промежуток времени $t = 1$ сут активность изотопа уменьшилась от $A_1 = 118$ ГБк до $A_2 = 7{,}4$ ГБк. Определить период полураспада этого нуклида.

6.273 Найти массу урана $^{238}_{92}U$, имеющего такую же активность, как стронций $^{90}_{38}Sr$ массой $m = 1$ мг.

6.274 Определить промежуток времени, в течение которого активность изотопа стронция $^{90}_{38}Sr$ уменьшится: в $k_1 = 10$ раз? в $k_2 = 100$ раз?

6.275 На сколько процентов снизится активность изотопа иридия $^{192}_{77}Ir$ за время $t = 30$ сут?

6.276 При изучении β-распада некоторого изотопа счетчик за 2 с зарегистрировал некоторое количество частиц, а за 6 с – в 2,8 раза больше. Определить среднее время жизни ядер этого изотопа.

6.277 Решить задачу примера 23 на с. 54 при условии, что $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$. Проверить, что конечная формула является предельным случаем конечной формулы задачи 23.

6.278 Радиоизотоп $^{32}_{15}P$ образуется в ядерном реакторе со скоростью $q = 2{,}7 \cdot 10^9$ ядер/с. Через какое время после начала образования этого радиоизотопа его активность станет $A = 2 \cdot 10^9$ Бк? (см. пример 23 на с. 56).

6.279 Радиоактивные ядра $^{210}_{83}Bi$ распадаются по цепочке $^{210}_{83}Bi \to {}^{210}_{84}Po \to {}^{206}_{82}Pb$, где для первого распада постоянная равна $1{,}6 \cdot 10^{-6}$ с$^{-1}$, а для второго – $5{,}8 \cdot 10^{-8}$ с$^{-1}$. Вычислить α- и β-активности препарата $^{210}_{83}Bi$ массы 2 мг через два месяца после его изготовления (см. пример 23 на с. 56).

6.280 Альфа-распад ядер $^{210}_{84}Po$ (из основного состояния) сопровождается испусканием двух групп α-частиц с кинетическими энергиями 5,30 и 4,50 МэВ. В результате дочерние ядра оказываются соответственно в основном и возбужденном состояниях. Найти энергию γ-квантов, испускаемых возбужденными ядрами.

6.281 Ядро изотопа урана $^{238}_{92}U$ захватило нейтрон. Определить, какое ядро образовалось в результате этого радиационного захвата.

6.282 Ядро изотопа рутения $^{106}_{44}\mathrm{Ru}$ выбросило электрон (β-распад). Определить, какому элементу соответствует дочернее ядро.

6.283 Записать уравнение реакции α-распада ядра изотопа плутония $^{239}_{94}\mathrm{Pu}$.

6.284 Ядро изотопа калия $^{40}_{19}\mathrm{K}$ захватило электрон K-й оболочки атома. Определить, какому элементу соответствует образовавшееся ядро.

6.285 Ядро изотопа натрия $^{22}_{11}\mathrm{Na}$ выбросило позитрон. Определить, какому элементу соответствует дочернее ядро. Найти число протонов и нейтронов в полученном элементе.

6.286 Ядро радиоактивного изотопа выбросило α-частицу со скоростью $2\cdot10^6$ м/с. Определить кинетическую энергию α-частицы.

6.287 Ядро изотопа рутения выбросило электрон с кинетической энергией 0,1 МэВ. Определить скорость электрона.

6.288 Максимальная кинетическая энергия электронов при β-распаде ядер изотопа кремния $^{31}_{14}\mathrm{Si}$ равна 1,47 МэВ. Определить кинетическую энергию электрона, выброшенного вместе с электронным антинейтрино, энергия которого равна 0,51 МэВ.

6.289 Максимальная кинетическая энергия электронов при β-распаде ядер изотопа стронция $^{89}_{38}\mathrm{Sr}$ равна 1,46 МэВ. Определить энергию электронного антинейтрино, выброшенного вместе с электроном, кинетическая энергия которого равна 0,79 МэВ.

6.290 Ядро изотопа стронция $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ выбросило электрон с кинетической энергией 0,322 МэВ и электронное антинейтрино с кинетической энергией 241 кэВ. Определить значение максимальной кинетической энергии электронов.

6.291 Написать и объяснить недостающие обозначения (X) в ядерных реакциях: 1) $^{7}\mathrm{Li}$ (X, n) $^{7}\mathrm{Be}$; 2) $^{9}\mathrm{Be}$ (n, γ) X.

6.292 Написать и объяснить недостающие обозначения (X) в ядерных реакциях: 1) $^{10}\mathrm{B}$ (X, α) $^{8}\mathrm{Be}$; 2) $^{17}\mathrm{O}$ (d, n) X.

6.293 Какие ядра образуются из ядра ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra}$ в результате пяти α-распадов и четырех β-распадов?

6.294 Сколько α- и β-распадов испытывает ядро ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$, превращаясь в конечном счете в стабильное ядро ${}^{206}_{82}\mathrm{Pb}$?

6.295 Ядро цинка ${}^{62}_{30}\mathrm{Zn}$ захватило электрон из K-оболочки и спустя некоторое время испустило позитрон. Определить, какое ядро получилось в результате таких превращений.

6.296 Ядро цинка ${}^{65}_{30}\mathrm{Zn}$ захватило электрон из K-оболочки атома. Указать, в ядро какого элемента превратилось ядро цинка (написать химический символ, массовое и зарядовое числа).

6.297 Ядро азота ${}^{14}_{7}\mathrm{N}$ захватило α-частицу и испустило протон. Определить массовое и зарядовое числа образовавшегося в результате этого процесса ядра. Какому элементу это ядро соответствует?

6.298 Найти массовое и зарядовое числа ядра, образующегося в результате α-распада ядра ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra}$.

6.299 Ядро плутония ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ испытало шесть последовательных α-распадов. Написать цепочку ядерных превращений с указанием химических символов, массовых и зарядовых чисел промежуточных ядер и конечного ядра.

6.300 Ядро урана ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$, захватив один нейтрон, разделилось на два осколка, причем освободилось два нейтрона. Одним из осколков оказалось ядро ксенона ${}^{140}_{54}\mathrm{Xe}$. Определить порядковый номер и массовое число второго осколка.

6.301 Определить энергию β^+ распада ядра углерода ${}^{10}_{6}\mathrm{C}$.

6.302 Определить энергию α-распада ядра полония ${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$.

6.303 Определить полную энергию бета-распада ядра углерода ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$.

6.304 Определить энергию ядерных реакций: 1) ${}^{9}_{4}\mathrm{Be}+{}^{2}_{1}\mathrm{H}\to{}^{10}_{5}\mathrm{B}+{}^{1}_{0}n$; 2) ${}^{6}_{3}\mathrm{Li}+{}^{2}_{1}\mathrm{H}\to{}^{4}_{2}\mathrm{He}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}$. Освобождается или поглощается энергия при этом?

6.305 При соударении γ-фотона с дейтроном последний может расщепиться на два нуклона. Определить минимальную энергию γ-фотона, способного вызвать такое расщепление (максимально точно).

6.306 Определить энергию ядерной реакции $^{9}Be\ (n,\ \gamma)\ ^{10}Be$, если известно, что энергия связи ядра $^{9}_{4}Be$ равна 58,16 МэВ, а ядра $^{10}_{4}Be$ – 64,98 МэВ.

6.307 Определить энергию ядерной реакции $A_1 + A_2 \rightarrow A_3 + A_4$, если известны энергии связи соответствующих ядер E_1, E_2, E_3 и E_4.

6.308 Определить суммарную кинетическую энергию ядер, образовавшихся в результате реакции $^{13}C\ (d,\ \alpha)\ ^{11}B$, если кинетическая энергия E_1 налетающего дейтрона равна 1,8 МэВ. Ядро-мишень считать неподвижным.

6.309 Первоначально покоившееся ядро атома азота $^{13}_{7}N$ выбросило позитрон, кинетическая энергия которого равна $E = 1$ МэВ. Пренебрегая кинетической энергией ядра отдачи, определить кинетическую энергию электронного нейтрино, выброшенного вместе с позитроном.

6.310 Первоначально покоившееся ядро полония $^{210}_{84}Po$ выбросило α-частицу с кинетической энергией $E = 5{,}3$ МэВ. Определить кинетическую энергию ядра отдачи и полную энергию, выделившуюся при α-распаде.

6.311 Первоначально неподвижное ядро кремния $^{31}_{14}Si$ выбросило электрон с кинетической энергией $E = 0{,}5$ МэВ. Пренебрегая кинетической энергией ядра отдачи, определить кинетическую энергию антинейтрино, вылетевшего вместе с электроном.

6.312 Первоначально покоившееся ядро радона $^{220}_{86}Rn$ выбросило α-частицу со скоростью $v = 16$ Мм/с. Какую скорость получило дочернее ядро в результате отдачи?

6.313 Определить массовый расход (масса израсходованного горючего за единицу времени) ядерного горючего ^{235}U в ядерном реакторе атомной электростанции. Тепловая мощность электростанции равна 20 МВт. Принять энергию, выделяющуюся при одном акте деления, равной 200 МэВ.

6.314 Найти электрическую мощность атомной электростанции, расходующей 0,2 кг урана-235 в сутки, если КПД станции равен 19 %. Дополнительные данные см. в условии предыдущей задачи.

6.315 Протон с кинетической энергией 1,5 МэВ захватывается покоившимся ядром $^{2}_{1}\mathrm{H}$. Найти энергию возбуждения образовавшегося ядра.

6.316 Вычислить энергию, необходимую для разделения ядра $^{20}_{10}\mathrm{Ne}$ на две α-частицы и ядро $^{12}_{6}\mathrm{C}$, если удельные энергии связи в ядрах $^{20}_{10}\mathrm{Ne}$, $^{4}_{2}\mathrm{He}$ и $^{12}_{6}\mathrm{C}$ соответственно равны 8,03; 7,07 и 7,68 МэВ.

6.317 Найти энергию реакции $^{14}\mathrm{N}(\alpha, p)^{17}\mathrm{O}$, если кинетическая энергия налетающей α-частицы 4 МэВ и протон, вылетевший под углом 60° к направлению движения α-частицы, имеет кинетическую энергию 2,09 МэВ.

6.318 При облучении моноэнергетическим пучком протонов мишеней из лития и бериллия было обнаружено, что реакция $^{7}\mathrm{Li}(p, n)?$ идет, а реакция $^{9}\mathrm{Be}(p, n)?$ – не идет. Найти возможные значения кинетической энергии протонов.

6.319 На сколько процентов пороговая энергия γ-кванта в реакции $\gamma + {}^{2}\mathrm{H} \to n + p$ превосходит энергию связи ядра? Записать полную формулу ядерной реакции со всеми обозначениями.

6.320 Позитрон с кинетической энергией 750 кэВ налетает на покоящийся свободный электрон. В результате аннигиляции возникают два γ-кванта с одинаковыми энергиями. Определить угол между направлениями их разлета в лабораторной системе отсчета.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
(*справочное*)

СПРАВОЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ

1 Некоторые физические постоянные (округленные значения)

Ускорение свободного падения .... $g = 9{,}81$ м/с^2
Гравитационная постоянная............................... $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг · с^2)
Скорость света в вакууме .... $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ м/с
Постоянная Больцмана .... $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд .... $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона .... $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона .... $m_p = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона .... $m_n = 1{,}6750 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная............................. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная................................... $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Магнетон Бора.. $\mu_Б = 0{,}927 \cdot 10^{-23}$ Дж/Тл
Постоянная Стефана-Больцмана .... $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Первая постоянная Вина................................. $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м·К
Вторая постоянная Вина................................. $C = 1{,}2\ 9 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м^3·К^5)
Постоянная Планка... $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
$\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Комптоновская длина волны электрона............. $\Lambda = 2{,}43 \cdot 10^{-12}$ м
Первый боровский радиус .... $a_0 = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ м
Энергия ионизации атома водорода................. $E_i = 2{,}16 \cdot 10^{-18}$ Дж
Постоянная Ридберга...................................... $R = 2{,}07 \cdot 10^{16}$ рад/с
Атомная единица массы.................................. 1 а. е. м. = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг

2 Работа выхода электрона из металлов

Металл	Работа выхода, эВ	Металл	Работа выхода, эВ	Металл	Работа выхода, эВ
Алюминий	3,74	Литий	2,39	Платина	5,29
Вольфрам	4,50	Медь	4,47	Серебро	4,28
Железо	4,36	Натрий	2,27	Цезий	1,89
Калий	2,15	Никель	4,84	Цинк	3,74

3 Относительные атомные массы (округленные средние значения) *A* и порядковые номера *Z* некоторых элементов

Элемент	Символ	*A*	*Z*
Азот	N	14	7
Алюминий	Al	27	13
Аргон	Ar	40	18
Барий	Ba	137	56
Бор	B	11	5
Бром	Br	80	35
Ванадий	V	51	23
Висмут	Bi	209	83
Водород	H	1	1
Вольфрам	W	184	74
Гелий	He	4	2
Железо	Fe	56	26
Золото	Au	197	79
Иод	I	127	53
Калий	K	39	19
Кальций	Ca	40	20
Кислород	O	16	8
Кобальт	Co	59	27
Кремний	Si	28	14
Магний	Mg	24	12
Марганец	Mn	55	25
Молибден	Mo	96	42
Медь	Cu	64	29
Натрий	Na	23	11
Неон	Ne	20	10
Никель	Ni	59	28
Олово	Sn	119	50
Платина	Pt	195	78
Радий	Ra	226	88
Радон	Rn	222	86
Ртуть	Hg	201	80
Свинец	Pb	207	82
Сера	S	32	16
Серебро	Ag	108	47
Титан	Ti	48	22
Фосфор	P	31	15
Цинк	Zn	65	30
Углерод	C	12	6
Уран	U	238	92
Хлор	Cl	35	17

4 Массы атомов некоторых изотопов

Элемент	Символ изотопа	Масса, а. е. м.	Элемент	Символ изотопа	Масса, а. е. м.
Водород	$^{1}_{1}H$	1,00782	Кислород	$^{16}_{8}O$	15,99491
	$^{2}_{1}H$	2,01410		$^{17}_{8}O$	16,99913
	$^{3}_{1}H$	3,01604	Натрий	$^{23}_{11}Na$	22,98977
Гелий	$^{3}_{2}He$	3,01602	Алюминий	$^{27}_{13}Al$	26,98154
	$^{4}_{2}He$	4,00260	Кремний	$^{29}_{14}Si$	28,97649
Литий	$^{6}_{3}Li$	6,01512		$^{31}_{14}Si$	30,97536
	$^{7}_{3}Li$	7,01600	Фосфор	$^{29}_{15}P$	28,98180
Бериллий	$^{7}_{4}Be$	7,01692		$^{30}_{15}P$	29,97831
	$^{8}_{4}Be$	8,00530		$^{31}_{15}P$	30,97376
	$^{9}_{4}Be$	9,01218	Калий	$^{39}_{19}K$	38,96370
Бор	$^{9}_{5}B$	9,01332	Кальций	$^{44}_{20}Ca$	43,95548
	$^{10}_{5}B$	10,01293	Марганец	$^{54}_{25}Mn$	53,94035
	$^{11}_{5}B$	11,00930	Железо	$^{54}_{26}Fe$	53,93961
Углерод	$^{10}_{6}C$	10,01685		$^{56}_{26}Fe$	55,93494
	$^{12}_{6}C$	12,00000	Серебро	$^{104}_{47}Ag$	103,90841
	$^{13}_{6}C$	13,00335	Свинец	$^{206}_{82}Pb$	205,97447
	$^{14}_{6}C$	14,00324	Полоний	$^{210}_{84}Po$	209,98288
Азот	$^{13}_{7}N$	13,00573	Радон	$^{222}_{86}Rn$	222,01760
	$^{14}_{7}N$	14,00307	Уран	$^{235}_{92}U$	235,04394
	$^{15}_{7}N$	15,00010		$^{238}_{92}U$	238,05081
Кислород	$^{15}_{8}O$	15,00307	Плутоний	$^{239}_{94}Pu$	239,05217

5 Периоды полураспада некоторых радиоактивных изотопов

Элемент	Символ изотопа	Период полураспада	Элемент	Символ изотопа	Период полураспада
Углерод	${}^{14}_{6}C$	5568 лет	Цезий	${}^{134}_{55}Cs$	2,06 года
Натрий	${}^{22}_{11}Na$	2,6 года		${}^{137}_{55}Cs$	30,17 лет
	${}^{24}_{11}Na$	15 ч.	Иридий	${}^{192}_{77}Ir$	75 сут
Магний	${}^{23}_{12}Mg$	11 с	Висмут	${}^{210}_{83}Bi$	5,01 сут
	${}^{27}_{12}Mg$	10 мин	Полоний	${}^{210}_{84}Po$	138,4 сут
Фосфор	${}^{32}_{15}P$	14,3 сут	Радон	${}^{222}_{86}Rn$	3,8 сут
Калий	${}^{40}_{19}K$	$1{,}32 \cdot 10^{9}$ лет	Радий	${}^{219}_{88}Ra$	10^{-3} с
Кобальт	${}^{58}_{27}Co$	71,3 сут		${}^{226}_{88}Ra$	1620 лет
	${}^{60}_{27}Co$	5,2 года	Актиний	${}^{225}_{89}Ac$	10 сут
Бром	${}^{82}_{35}Br$	36 ч	Торий	${}^{228}_{90}Th$	1,9 года
Стронций	${}^{89}_{38}Sr$	51 сут	Уран	${}^{235}_{92}U$	$7{,}1 \cdot 10^{8}$ лет
	${}^{90}_{38}Sr$	28,9 лет		${}^{238}_{92}U$	$4{,}5 \cdot 10^{9}$ лет
Иод	${}^{131}_{53}I$	8 сут	Плутоний	${}^{239}_{94}Pu$	$2{,}44 \cdot 10^{4}$ лет

6 Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	Масса покоя		Энергия покоя	
	кг	а. е. м.	Дж	МэВ
Электрон	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8{,}16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1{,}5 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1{,}51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтон	$3{,}35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3{,}00 \cdot 10^{-10}$	1876
α-частица	$6{,}64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5{,}96 \cdot 10^{-10}$	3733

7 Единицы измерения некоторых производных электрических и магнитных величин

Наименование величины и ее условное обозначение		Название единицы измерения в СИ и ее сокращенное обозначение	
Электрический заряд	q	кулон	Кл
Линейная плотность заряда	τ	кулон на метр	Кл/м
Поверхностная плотность заряда	σ	кулон на квадратный метр	Кл/м^2
Объемная плотность заряда	ρ	кулон на кубический метр	Кл/м^3
Электрический момент	p	кулон-метр	Кл·м
Напряженность электрического поля	E	ньютон на кулон, вольт на метр	Н/Кл, В/м
Поток напряженности	Φ_E	вольт-метр	В· м
Потенциал поля	φ	вольт	В
Напряжение	U	вольт	В
ЭДС	ε	вольт	В
Плотность тока	j	ампер на квадратный метр	А/м^2
Электрическая емкость	C	фарад	Ф
Поляризованность	P	кулон на квадратный метр	Кл/м^2
Диэлектрическая восприимчивость	χ	величина безразмерная	
Диэлектрическая проницаемость	ε	величина безразмерная	
Электрическое сопротивление	R	ом	Ом
Удельное сопротивление	ρ	ом-метр	Ом·м
Удельная проводимость	γ	сименс на метр	См/м
Магнитная индукция	B	тесла	Тл
Напряженность магнитного поля	H	ампер на метр	А/м
Магнитный момент	p_m	ампер-квадратный метр	А·м^2
Магнитный поток	Φ_B	вебер	Вб
Индуктивность	L	генри	Гн
Намагниченность	J	ампер на метр	А/м
Магнитная восприимчивость	χ	величина безразмерная	
Магнитная проницаемость	μ	величина безразмерная	

8 Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц

Наименование	Множитель	Обозначение	
		русское	международное
экса	10^{18}	Э	E
пэта	10^{15}	П	P
тера	10^{12}	Т	T
гига	10^{9}	Г	G
мега	10^{6}	М	M
кило	10^{3}	к	k
гекта	10^{2}	г	h
дека	10^{1}	да	da
деци	10^{-1}	д	d
санти	10^{-2}	с	c
милли	10^{-3}	м	m
микро	10^{-6}	мк	μ
нано	10^{-9}	н	n
пико	10^{-12}	п	p
фемто	10^{-15}	ф	f
атто	10^{-18}	а	a

9 Греческий алфавит

Обозначения букв		Названия букв	Обозначения букв		Названия букв
Α	α	альфа	Ν	ν	ни
Β	β	бета	Ξ	ξ	кси
Γ	γ	гамма	Ο	ο	омикрон
Δ	δ	дельта	Π	π	пи
Ε	ε	эпсилон	Ρ	ρ	ро
Ζ	ζ	дзета	Σ	σ	сигма
Η	η	эта	Τ	τ	тау
Θ	θ, ϑ	тета	Υ	υ	ипсилон
Ι	ι	йота	Φ	φ	фи
Κ	κ	каппа	Χ	χ	хи
Λ	λ	ламбда	Ψ	ψ	пси
Μ	μ	ми	Ω	ω	омега

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

АХРАМЕНКО Николай Арсеньевич
БУЙ Михаил Владимирович
ПРОНЕВИЧ Игорь Иванович
СЕРГЕЕНКО Михаил Николаевич

ФИЗИКА
Ч а с т ь 6
Квантовая оптика. Физика атома и ядра

Учебно-методическое пособие
для студентов инженерно-технических специальностей ФБО

Редактор И. И. Э в е н т о в
Технический редактор В. Н. К у ч е р о в а
Корректор Т. А. Пугач

Подписано в печать 28.09.2012 г. Формат 60x84 $^{1}/_{16}$.
Бумага газетная. Гарнитура “Таймс”. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 6,04. Уч.-изд. л. 4,79. Тираж 1000 экз.
Зак. № . Изд. № 63.

Издатель и полиграфическое исполнение
Белорусский государственный университет транспорта:
ЛИ № 02330/0552508 от 09.07.2009 г.
ЛП № 02330/0494150 от 03.04.2009 г.
246653, г. Гомель, ул. Кирова, 34