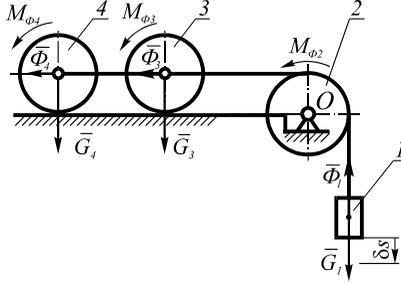


Задача Д-1–2020

Определим ускорение тела 1 при качении без проскальзывания, используя общее уравнение динамики:

$$G_1 \delta S - \Phi_1 \delta S - M_{\Phi 2} \frac{\delta S}{r_2} - M_{\Phi 3} \frac{\delta S}{r_3} - \Phi_3 \delta S - M_{\Phi 4} \frac{\delta S}{r_3} - \Phi_4 \delta S = 0.$$



Причем, $\Phi_1 = \Phi_3 = \Phi_4 = m_1 a_1$; $\varepsilon_3 = \frac{a_1}{r_3}$; $\varepsilon_4 = \frac{a_1}{r_4}$;

$$M_{\Phi 2} = \frac{m r_2^2}{2} \cdot \frac{a_1}{r_2}; \quad M_{\Phi 3} = \frac{m r_3^2}{2} \cdot \frac{a_1}{r_3}; \quad M_{\Phi 4} = \frac{m r_4^2}{2} \cdot \frac{a_1}{r_4}.$$

Подстановка в общее уравнение динамики дает:

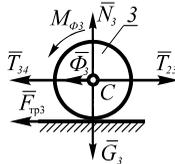
$$m_1 g - m_1 a_1 - \frac{m a_1}{2} - \frac{m a_1}{2} - m a_1 - m a_1 - m a_1 = 0.$$

Отсюда
$$a_1 = \frac{m_1 g}{m_1 + 4m}; \tag{1}$$

Условие качения без проскальзывания: $F_{\text{тр}} \leq f N$. Нормальные реакции опорной поверхности $N_3 = N_4 = mg$.

Для определения силы трения составим уравнение моментов относительно центра масс катка:

$$\sum M_{iC3} = 0; \quad M_{\Phi 3} - F_{\text{тр}3} r_3 = 0.$$



Тогда

$$F_{\text{тр}3} = \frac{m r_3^2}{2} \cdot \frac{a_1}{r_3^2} = \frac{m a_1}{2}.$$

Аналогично определяем: $F_{\text{тр}4} = ma_1$.

Таким образом, проскальзывание третьего катка начнется при $a_1 > 2fg$, а четвертого при $a_1 > fg$. То есть каток 4 проскальзывает при меньшей массе m_1 . Ее значение найдем из уравнения (1):

$$\frac{m_1 g}{m_1 + 4m} = fg; \quad m_1 = \frac{4mf}{1-f}.$$

При полном проскальзывании имеем:

$$\begin{cases} m_4 a_1 = T_{34} - fmg; \\ m_3 a_1 = T_{23} - T_{34} - fmg; \\ J_{20} \frac{a_1}{r} = (T_1 - T_{23})r; \\ m_1 a_1 = G_1 - T_1 r. \end{cases}$$

Последовательная подстановка выражений сил в последнее уравнение системы дает:

$$m_1 a_1 = m_1 g - \frac{m_1 a_1}{2} - m_3 a_1 - fmg - m_4 a_1 - fmg.$$

Отсюда
$$a_1 = \frac{m_1 g - 2fmg}{m_1 + 2,5m}.$$

Для начала проскальзывания катка 3 необходимо выполнение условия

$$a_1 = 2fg.$$

Тогда

$$\frac{m_1 g - 2fmg}{m_1 + 2,5m} = 2fg; \quad m_1 = \frac{7fm}{1-2f}.$$

Если $f \geq 0,5$, то значение массы $m_1 < 0$. Эта ситуация означает, что каток 3 никогда не будет проскальзывать.

Таким образом,

$$\begin{aligned} \text{If } f < 0,5, \text{ then } \frac{4mf}{1-f} < m_1 < \frac{7fm}{1-2f}; \\ \text{if } f \geq 0,5, \text{ then } \frac{4mf}{1-f} < m_1 < \infty. \end{aligned}$$