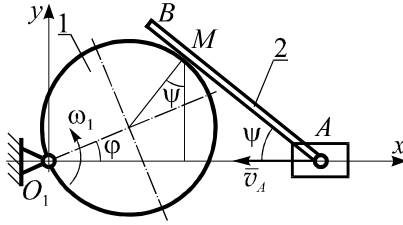


Задача К1–2020



Запишем выражения координат точки M в системе отсчета с началом в точке O_1 для произвольного положения:

$$x_M = R \cos \varphi + R \sin \psi = O_1 A - AM \cos \psi = O_1 A_0 - v_A t - AM \cos \psi;$$

$$y_M = R \sin \varphi + R \cos \psi = AM \sin \psi .$$

Тогда проекции вектора скорости точки M будут равны

$$v_{Mx} = -R \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} + R \cos \psi \frac{d\psi}{dt} = -v_A - \frac{dAM}{dt} \cos \psi + AM \sin \psi \frac{d\psi}{dt} ,$$

$$v_{My} = R \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} - R \sin \psi \frac{d\psi}{dt} = \frac{dAM}{dt} \sin \psi + AM \cos \psi \frac{d\psi}{dt} .$$

Поскольку $\frac{d\varphi}{dt} = \omega_1$, $\frac{d\psi}{dt} = \omega_2$ и $\frac{dAM}{dt} = v_{M2}$, то имеем

$$\begin{aligned} -R \sin \varphi \cdot \omega_1 + R \cos \psi \cdot \omega_2 &= -v_A - v_{M2} \cos \psi + AM \sin \psi \cdot \omega_2, \\ R \cos \varphi \cdot \omega_1 - R \sin \psi \cdot \omega_2 &= v_{M2} \sin \psi + AM \cos \psi \cdot \omega_2. \end{aligned} \quad (1)$$

В заданном положении $\varphi = 0$, $\psi = \alpha = 30^\circ$, $AM = R\sqrt{3}$, поэтому

$$\begin{aligned} R \cos 30^\circ \cdot \omega_2 &= -v_A - v_{M2} \cos 30^\circ + R\sqrt{3} \sin 30^\circ \cdot \omega_2; \\ \omega_1 R - R \sin 30^\circ \omega_2 &= v_{M2} \sin 30^\circ + R\sqrt{3} \cos 30^\circ \cdot \omega_2. \end{aligned} \quad (2)$$

Из первого уравнения получаем

$$\omega_2 R \frac{\sqrt{3}}{2} = -v_A - v_{M2} \frac{\sqrt{3}}{2} + R \frac{\sqrt{3}}{2} \omega_2; \quad v_{M2} = -v_A \frac{2}{\sqrt{3}} = -3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = -2\sqrt{3} \text{ см/с}$$

Тогда второе уравнение системы (2) примет вид

$$\omega_1 R - \omega_2 \frac{R}{2} = -2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \omega_2 R .$$

Отсюда

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 R + \sqrt{3}}{2R} = \frac{2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3}}{2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3}} = \frac{9}{8} \text{ рад/с} .$$

$$v_{M1} = (\omega_1 + \omega_2) R = \left(2 + \frac{9}{8}\right) \cdot 4\sqrt{3} = \frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ см/с} .$$

Продифференцируем систему уравнений (1) по времени

$$\begin{aligned}
& -\omega_1 R \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} + \frac{d\omega_2}{dt} R \cos \psi - \omega_2 R \sin \psi \frac{d\psi}{dt} = -\frac{dv_{M2}}{dt} \cos \psi + v_{M2} \sin \psi \frac{d\psi}{dt} + \\
& \quad + \frac{dAM}{dt} \sin \psi \cdot \omega_2 + AM \cos \psi \frac{d\psi}{dt} \cdot \omega_2 + AM \sin \psi \frac{d\omega_2}{dt}; \\
& -\omega_1 R \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} - \frac{d\omega_2}{dt} R \sin \psi - \omega_2 R \cos \psi \frac{d\psi}{dt} = \frac{dv_{M2}}{dt} \sin \psi + v_{M2} \cos \psi \frac{d\psi}{dt} + \\
& \quad + \frac{dAM}{dt} \cos \psi \cdot \omega_2 - AM \sin \psi \frac{d\psi}{dt} \cdot \omega_2 + AM \cos \psi \frac{d\omega_2}{dt}.
\end{aligned}$$

Для заданного положения получим

$$\begin{aligned}
& -\omega_1^2 R + \varepsilon_2 R \cos 30^\circ - \omega_2^2 R \sin 30^\circ = \\
& = -a_{M2}^\tau \cos 30^\circ + 2v_{M2}\omega_2 \sin 30^\circ + \omega_2^2 AM \cos 30^\circ + \varepsilon_2 AM \sin 30^\circ; \\
& \quad -\varepsilon_2 R \sin 30^\circ - \omega_2^2 R \cos 30^\circ = \\
& = a_{M2}^\tau \sin 30^\circ + 2v_{M2}\omega_2 \cos 30^\circ - \omega_2^2 AM \sin 30^\circ + \varepsilon_2 AM \cos 30^\circ.
\end{aligned}$$

Решаем систему уравнений относительно a_{M2}^τ и ε_2 .

$$\begin{aligned}
& -R\omega_1^2 + \varepsilon_2 R \frac{\sqrt{3}}{2} - \omega_2^2 R \frac{1}{2} = -a_{M2}^\tau \frac{\sqrt{3}}{2} + 2v_{M2}\omega_2 \cdot \frac{1}{2} + R\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \omega_2^2 + R\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_2; \\
& -\varepsilon_2 R \frac{1}{2} - \omega_2^2 R \frac{\sqrt{3}}{2} = a_{M2}^\tau \frac{1}{2} + 2v_{M2}\omega_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - R\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \omega_2^2 + R\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \varepsilon_2.
\end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned}
a_{M2}^\tau &= \frac{2\omega_2^2 R + \omega_1^2 R + v_{M2}\omega_2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2 \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^2 \cdot 4\sqrt{3} + 2^2 \cdot 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \cdot \frac{9}{8}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{191}{4} \text{ см/с}^2; \\
\varepsilon_2 &= -\frac{a_{M2}^\tau \cdot \frac{1}{2} + v_{M2}\omega_2 \sqrt{3}}{2R} = -\frac{\frac{191}{4} \cdot \frac{1}{2} - 2\sqrt{3} \cdot \frac{9}{8} \cdot \sqrt{3}}{2R} = -\frac{137}{16R} \text{ рад/с}^2.
\end{aligned}$$

Тогда относительное ускорение точки M в ее движении относительно кулачка

$$a_{M1}^\tau = \varepsilon_2 R = -\frac{137}{16} \text{ см/с}^2.$$

$$a_{M1}^n = (\omega_1 + \omega_2)^2 R = \left(2 + \frac{9}{8}\right)^2 4\sqrt{3} \text{ см/с}^2.$$

$$a_{M1} = \sqrt{\left(\frac{137}{16}\right)^2 + \left(\frac{625 \cdot \sqrt{3}}{16}\right)^2} = \frac{\sqrt{137^2 + 3 \cdot 625^2}}{16} = 68,2 \text{ см/с}^2.$$