МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ «БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра физики

Н. А. АХРАМЕНКО, И. И. ПРОНЕВИЧ, К. П. ШИЛЯЕВА

МЕХАНИКА

Лабораторный практикум по курсу «Физика»

Гомель 2015

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИЙ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТРАНСПОРТА»

Кафедра физики

Н. А. АХРАМЕНКО, И. И. ПРОНЕВИЧ, К. П. ШИЛЯЕВА

МЕХАНИКА

*Одобрено методической комиссией
строительного факультета в качестве лабораторного
практикума по курсу «Физика»*

Гомель 2015

УДК 53(076.5)
ББК 22.3
А95

Р е ц е н з е н т – зав. кафедрой физики УО «Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого» д-р физ.-мат. наук, профессор *П. А. Хило*

Ахраменко, Н. А.

А95 Механика: лаб. практикум по курсу «Физика» / Н. А. Ахраменко, И. И. Проневич, К. П. Шиляева ; М-во трансп. и коммуникаций Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2015. – 71 с.
(ISBN 978-985-554-451-8)

Приведены описания лабораторных работ по разделу "Механика" программы курса физики для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений.

Предназначено для методического обеспечения лабораторного практикума по физике студентов инженерно-технических специальностей.

УДК 53(076.5)
ББК 22.3

ISBN 978-985-554-451-8

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Лабораторный практикум предусматривает наличие значительного количества лабораторных работ по всем разделам курса физики. В связи с этим принята следующая нумерация: работы раздела «Механика» нумеруются 1.1, 1.2 и т.д.; работы раздела «Молекулярная физика и термодинамика» нумеруются 2.1, 2.2 и т.д.; работы раздела «Электростатика и постоянный ток» нумеруются 3.1, 3.2 и т.д.; работы раздела «Магнетизм» нумеруются 4.1, 4.2 и т.д.; работы раздела «Колебания и волны» нумеруются 5.1, 5.2 и т.д.; работы раздела «Волновая оптика» нумеруются 6.1, 6.2 и т.д.; работы раздела «Квантовая оптика, атомная физика, физика твердого тела» нумеруются 7.1, 7.2 и т.д. В данном лабораторном пособии авторы используют нумерацию, соответствующую разделу «Механика».

К выполнению лабораторной работы допускаются студенты, предварительно ознакомившиеся с ее основным содержанием и порядком проведения по данному методическому пособию, изучившие основные теоретические предпосылки к каждой работе по рекомендуемой литературе, успешно сдавшие предварительный зачет на допуск к работе. Допуск представляет собой контрольный опрос, проводимый преподавателем устно, с помощью карточек и т.д.

Подключать приборы и аппаратуру к источникам питания и проводить опыт студенты могут только с разрешения преподавателя (лаборанта)!

Чтобы устранить возможность искажения показаний приборов, не допускается произвольное хождение студентов по лаборатории, в ней должен соблюдаться порядок и поддерживаться тишина.

Все черновые записи, результаты измерений, а также предварительные вычисления необходимо вести в специальной тетради, которую после завершения работы в конце занятия предъявить преподавателю на подпись. Отчеты по выполненным работам нужно оформлять на *бланках отчета по лабораторным работам* чернилами четко, разборчиво, аккуратно.

Рисунки, схемы, графики требуется выполнять на миллиметровке с соблюдением всех правил технического черчения и государственных стандартов.

Зачеты по выполненным работам принимаются согласно расписанию занятий. К зачету студент обязан повторить основные теоретические сведения в объеме данной работы, содержание и порядок ее выполнения, а также подготовить ответы на контрольные вопросы.

При выполнении лабораторных работ вся группа согласно алфавитному списку разбивается на подгруппы (бригады) по 2-3 студента, которые в течение всего семестра выполняют работы по специальному графику.

Отработка всех пропущенных лабораторных работ проводится во внеучебное время под контролем преподавателя.

Студент должен соблюдать меры общей, электрической и противопожарной безопасности, которые следует предварительно изучить (в часы самоподготовки перед первым лабораторным занятием) и расписаться в журнале по технике безопасности.

Студент несет материальную ответственность за порчу лабораторного оборудования и приборов.

Лабораторная работа № 1.1

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Цель работы: ознакомиться с методами оценки погрешностей при измерении физических величин и формой представления результатов эксперимента.

1 Краткие сведения из теории погрешностей измерений

При измерении любой физической величины, как бы тщательно мы ни производили измерение, не представляется возможным получить свободный от искажения результат. Причины этих искажений или ошибок могут быть различными, например, несовершенство методов измерения, средств измерений, непостоянство условий измерений и др. Ошибки, которые получаются при любом измерении, обуславливают **погрешность измерения** – отклонение результатов измерения от истинного значения измеряемой величины.

Вследствие неточности измерительных приборов, неполноты наших знаний, трудности учета всех побочных явлений при измерениях неизбежно возникают погрешности, поэтому задача измерений заключается не в определении истинного значения измеряемой величины, а в установлении интервала, внутри которого находится истинное значение этой величины – доверительного интервала. В связи с этим для определения количественного значения физической величины проводят не одно, а серию из некоторого количества n измерений.

Погрешности измерений в зависимости от характера причин, вызывающих их появление, принято разделять на два больших класса: погрешности систематические и погрешности случайные.

Под систематической погрешностью понимают погрешность измерения, остающуюся постоянной или закономерно изменяющуюся при повторных измерениях одной и той же величины. Если систематические погрешности известны, т. е. имеют определенное значение и определенный знак, они могут быть исключены путем внесения поправок.

Обычно различают следующие разновидности систематических погрешностей: *инструментальные; метода измерений; субъективные; методические; установки.* При выполнении измерений систематические погрешности могут сильно исказить результат измерения, а поэтому прежде чем приступить к измерению, необходимо выяснить все возможные источники систематических погрешностей и принять меры к их исключению или определению. Математических формул, позволяющих определить систематические ошибки, не существует. Систематические ошибки оценивают из разных соображений: из сравнения прибора с приборами лучшего качества (эталоном), из технических или других соображений. Пределы, в которых может быть заключена систематическая ошибка, иногда указываются на самих приборах. Уменьшить вклад систематических ошибок можно путем усовершенствования прибора или изменения методики измерений.

Под случайной погрешностью понимают погрешность измерения, изменяющуюся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Она непостоянна по значению и знаку, меняется непредсказуемым образом от опыта к опыту. Присутствие случайных погрешностей можно обнаружить лишь при многократном повторении измерений одной и той же величины с одинаковой тщательностью. Влияние случайных ошибок на результат измерений может быть уменьшено при многократном повторении опыта, чего нельзя сделать для систематических ошибок.

С помощью теории вероятностей и методов математической статистики случайные погрешности могут быть количественно определены и охарактеризованы, причем тем надежнее, чем больше число проведенных наблюдений.

Иногда выделяют так называемую грубую погрешность, под которой понимается погрешность измерений, существенно превышающая ожидаемую в данных условиях. Ее не учитывают при обработке результатов эксперимента.

По способу определения значения физической величины **измерения** делятся на прямые и косвенные.

Под прямыми измерениями понимают измерения, при которых значение искомой физической величины находится непосредственно из опыта с помощью специальных технических средств (мер, измерительных приборов и др.), например, измерение длины линейкой, времени – секундомером, силы тока – амперметром.

Косвенные измерения – это измерения, результат которых получается на основе прямых измерений ряда величин: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$, связанных с искомой величиной y известной функциональной зависимостью

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n).$$

Так, для определения объема прямоугольного параллелепипеда можно осуществить прямые измерения его длины *a,* ширины b и высоты *c,* а объем вычислить по формуле

$$V = abc.$$

К косвенным измерениям прибегают в тех случаях, когда прямые измерения невозможны, сложны или не обеспечивают необходимой точности результата.

Пусть при измерении некоторой величины a в n опытах получены, вообще говоря, разные ее значения: $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$. При обработке полученных результатов возникают два вопроса: 1) как сконструировать из полученных значений наиболее вероятное значение измеряемой величины; 2) чему равна ожидаемая ошибка?

Если есть основания считать, что результаты отдельных опытов являются реализацией случайной величины, распределенной по нормальному закону, то обработка результатов эксперимента проводится с учетом соответствующих распределений.

Закон нормального распределения случайных погрешностей был сформулирован Гауссом и носит его имя. В основу своей теории он положил две аксиомы, базирующиеся на опытных данных.

1 *Аксиома случайности.* При очень большом числе измерений случайные погрешности, равные по величине, но различные по знаку, встречаются одинаково часто, т. е. число отрицательных погрешностей равно числу положительных.

2 *Аксиома распределения.* Малые погрешности встречаются чаще, чем большие. Очень большие погрешности не встречаются.

Наиболее вероятное значение измеряемой величины *a,* как следует из теории Гаусса, равно среднему арифметическому значению, найденному в результате *n* измерений:

$$\langle a\rangle = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i = \frac{1}{n}\left(a_1 + a_2 + \ldots + a_n\right). \qquad (1)$$

Чем больше *n,* тем точнее можно определить искомую величину. На практике, как правило, число измерений в большинстве случаев не превышает 10. В этом случае используют распределение Стьюдента. При $n \to \infty$ $(n > 200)$ распределение Стьюдента сходится с распределением Гаусса. При условии, что распределение погрешностей отдельных измерений следует нормальному закону, определяют **среднюю квадратичную погрешность** по формуле

$$\langle \sigma\rangle = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(\langle a\rangle - a_i)^2}. \qquad (2)$$

Величина $\Delta a_i = \langle a\rangle - a_i$ называется отклонением от среднего арифметического значения. Используя Δa_i, формулу (2) можно переписать в виде

$$\langle\sigma\rangle = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(\Delta a_i)^2}. \qquad (3)$$

Границы доверительного интервала при известном $\langle\sigma\rangle$ (доверительные границы) указывают следующим образом: нижняя граница $\langle a\rangle - \langle\sigma\rangle t_p$, верхняя граница $\langle a\rangle + \langle\sigma\rangle t_p$, или сокращенно $\langle a\rangle \pm \langle\sigma\rangle t_p$, за пределы которых с вероятностью P не выйдут значения случайных отклонений. Коэффициент t_p носит название **коэффициента Стьюдента.** Он зависит от доверительной вероятности P и числа измерений n. В лабораторной практике предпочтение отдается вероятности $P = 0,95$ (95 %). Для определения коэффициента t_p пользуются таблицей 1, основанной на распределении Стьюдента.

Таблица 1

Число измерений n	Доверительная вероятность, P				
	0,683	0,900	0,950	0,980	0,990
2	1,80	6,31	12,71	31,80	63,70
3	1,32	2,92	4,30	6,96	9,42
4	1,20	2,35	3,18	4,54	5,84
5	1,15	2,13	2,78	3,75	4,60
6	1,11	2,02	2,57	3,36	4,03
7	1,09	1,94	2,46	3,14	3,71
8	1,08	1,90	2,36	3,00	3,50
9	1,07	1,86	2,31	2,90	3,36
10	1,06	1,83	2,26	2,82	3,25
11	1,05	1,81	2,23	2,76	3,17
12	1,05	1,79	2,20	2,72	3,11

По найденной из формулы (2) или (3) средней квадратичной погрешности и определенному из таблицы 1 коэффициенту Стьюдента вычисляют **абсолютную погрешность измерений (полуширину доверительного интервала):**

$$\Delta a = \langle\sigma\rangle t_p. \qquad (4)$$

Абсолютная погрешность выражается в единицах измеряемой величины.

Относительную погрешность серии измерений вычисляют по формуле

$$\varepsilon = \frac{\Delta a}{\langle a \rangle} \cdot 100\ \%. \qquad (5)$$

Она показывает, с какой точностью и как качественно выполнены измерения. Относительная погрешность – величина безразмерная, она выражена в процентах.

Окончательный результат записывается следующим образом:

$$a = \langle a \rangle \pm \Delta a, \quad \varepsilon = \ldots, \quad \text{при} \quad P = \ldots. \qquad (6)$$

Если из тех или иных соображений получена систематическая ошибка $a_{\text{сист}}$, то, как показано в теории вероятностей, ожидаемое среднее значение полной ошибки измерений следует вычислять по формуле

$$\Delta a_{\text{полн}} = \sqrt{\Delta a^2 + \Delta a_{\text{сист}}^2},$$

а ответ – записать в форме

$$a = \langle a \rangle \pm \Delta a_{\text{полн}}.$$

Если в результате измерений получено, что $\Delta a_{\text{сист}} >> \langle \sigma \rangle$, то не следует предпринимать многократных повторных измерений, а можно считать $\Delta a_{\text{полн}} = \Delta a_{\text{сист}}$.

В случаях, когда контрольные измерения величины a не выявили случайных отклонений, результат записывают в виде

$$a = a_{\text{изм}} \pm \Delta a_{\text{пр}}, \quad \varepsilon = \ldots, \quad \text{при} \quad P = \ldots,$$

где $a_{\text{изм}}$ – значение измеряемой величины; $\Delta a_{\text{пр}}$ – погрешность средств измерения, которая зависит от прибора.

При округлении полученных в результате вычислений величин нужно придерживаться следующих правил:

– погрешности измерений должны округляться до одной значащей цифры;

– последняя цифра результата и последняя цифра его абсолютной погрешности должны принадлежать к одному и тому же десятичному разряду.

Кроме этого, во многих случаях рекомендуется пользоваться показательной формой записи числа.

Примеры:	Неправильная запись	Правильная запись
	$a = 81{,}432 \pm 0{,}8741$	$a = 81{,}4 \pm 0{,}9$
	$a = 147,\ 13 \pm 7{,}86$	$a = 147 \pm 8$
	$a = 3267,\ 44 \pm 32{,}63$	$a = 3270 \pm 30$
	$a = 0,\ 000016 \pm 0{,}0000013$	$a = (1{,}6 \pm 0{,}1)\cdot 10^{-5}$

2 Оборудование и приборы

Проводник с неизвестным сопротивлением, омметры, соединительные провода.

3 Порядок выполнения работы

Измерение электрического сопротивления проводника (катушки из медной проволоки) производят несколькими (n) омметрами (три, четыре или пять – по указанию преподавателя). В результате измерений значения сопротивления $R_1, R_2, \ldots, R_n$, полученные при использовании омметров, будут отличаться от истинного значения сопротивления проводника $R_{\text{ист}}$ ввиду погрешности измерения, т. к. каждый прибор имеет какую-то погрешность. Величины $R_1, R_2, \ldots, R_n$, а также $(R_1 - R_{\text{ист}}), (R_2 - R_{\text{ист}}), \ldots, (R_n - R_{\text{ист}})$ будем считать распределенными по нормальному закону. В этом случае обработка результатов измерения проводится следующим образом:

1) вычисляют среднее арифметическое значение

$$\langle R \rangle = \frac{1}{n}\left(R_1 + R_2 + \ldots + R_n\right);$$

2) вычисляют отклонения от среднего арифметического значения $\Delta R_i = \langle R \rangle - R_i$;

3) определяют среднеквадратичную погрешность по формуле

$$\langle\sigma\rangle = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\left[\left(\langle R\rangle - R_1\right)^2 + \left(\langle R\rangle - R_2\right)^2 + \ldots + \left(\langle R\rangle - R_n\right)^2\right]}$$

или

$$\langle\sigma\rangle = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\left[\left(\Delta R_1\right)^2 + \left(\Delta R_2\right)^2 + \ldots + \left(\Delta R_n\right)^2\right]};$$

4) находят коэффициент Стьюдента t_p из таблицы 1 по заданной доверительной вероятности P и проведенному числу измерений n;

5) рассчитывают абсолютную погрешность измерений (полуширину доверительного интервала)

$$\Delta R = \langle\sigma\rangle t_p;$$

6) определяют относительную погрешность измерений

$$\varepsilon = \frac{\Delta R}{\langle R\rangle} \cdot 100\ \%;$$

7) записывают результат в виде

$$R = \left(\langle R\rangle \pm \Delta R\right)\text{Ом}, \quad \varepsilon = \ldots, \quad \text{при} \quad P = \ldots.$$

Замечание – Полученный интервал значений величины сопротивления $\left[\langle R\rangle - \Delta R; \langle R\rangle + \Delta R\right]$ можно интерпретировать двояко:

1) это интервал, в который попадает значение $R_{ист}$ с вероятностью P;

2) измерения данного сопротивления R n приборами (например, n =100, P = 0,95) покажут, что $m = nP$ приборов (т. е. m = 100 · 0,95 = 95) покажут значения сопротивления, принадлежащие указанному интервалу.

Работу следует выполнять в такой последовательности:

3.1 Ознакомиться с инструкцией по пользованию приборами.

3.2 Измерить сопротивление катушки с проволокой на каждом омметре

3.3 Произвести обработку результатов прямых измерений и записать результат согласно пп. 1-6. Доверительную вероятность принять равной P = 0,95.

3.4 Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 2.

Таблица 2

Номер опыта	R_i	$\langle R \rangle$	ΔR_i	$\langle \sigma \rangle$	ΔR	ε, %
	кОм					
1						
2						
3						
4						
5						

Контрольные вопросы

1 Почему нельзя абсолютно точно измерить любую физическую величину?

2 Что такое погрешность? Как ее обнаружить? Как она меняется от опыта к опыту?

3 На какие два больших класса делятся погрешности измерений?

4 Что такое систематическая погрешность? От чего она зависит? Как ее можно уменьшить?

5 Что такое абсолютная и относительная погрешности?

6 Какие аксиомы были положены Гауссом в основу своей теории случайных ошибок?

7 Как находится среднее арифметическое значение измеряемой величины и как увеличить ее точность?

8 Что такое средняя квадратичная погрешность?

9 Как находится коэффициент Стьюдента?

10 Как представляется окончательный результат измерений физической величины?

Лабораторная работа № 1.2

ИЗУЧЕНИЕ РАВНОУСКОРЕННОГО ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ НА МАШИНЕ АТВУДА

Цель работы: изучить машину Атвуда, определить ускорение движущихся грузов, сравнить значения ускорения, полученные опытным и расчетным путями.

1 Краткие сведения из теории

В механике для описания движения тел в зависимости от условий конкретных задач используются разные физические модели**.** Простейшей моделью является материальная точка – тело, обладающее массой, размерами которого в данной задаче можно пренебречь. При движении материальной точки ее координаты с течением времени изменяются. Для характеристики движения материальной точки вводится векторная величина – скорость, которой определяется как быстрота движения, так и его направление в данный момент времени. Мгновенная скорость $\vec{v}$ есть векторная величина, определяемая первой производной радиуса вектора движущейся точки по времени:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \qquad (1)$$

вектор скорости $\vec{v}$ направлен по касательной к траектории в сторону движения.

В случае равномерного движения числовое значение мгновенной скорости постоянно и уравнение движения материальной точки имеет вид

$$x = x_0 + vt. \qquad (2)$$

При неравномерном движении мгновенная скорость с течением времени изменяется. Физической величиной, характеризующей быстроту изменения скорости по модулю и направлению, является ускорение $\vec{a}$, которое определяется как первая производная скорости по времени:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \qquad (3)$$

Ускорение материальной точки можно разложить на две составляющие. Тангенциальная составляющая ускорения равна первой производной по времени от модуля скорости, она определяет быстроту изменения скорости по модулю и направлена по касательной к траектории. Нормальная составляющая ускорения направлена по нормали к траектории к центру ее кривизны и характеризует быстроту изменения направления скорости. Модуль нормального ускорения определяется как

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \qquad (4)$$

где R – радиус кривизны траектории.

Полное ускорение тела есть геометрическая сумма тангенциальной и нормальной составляющих

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau. \qquad (5)$$

Уравнение движения точки при равноускоренном движении и зависимость скорости от времени имеют вид:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}; \quad v = v_0 + at. \qquad (6)$$

В основе классической динамики лежат три закона Ньютона.

Первый закон Ньютона: всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние. Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется инертностью. Первый закон Ньютона выполняется не во всякой системе отсчета, а те системы, по отношению к которым он выполняется, называются инерциальными системами отсчета.

Инерциальной системой отсчета является такая система отсчета, относительно которой материальная точка, свободная от внешних воздействий, либо находится в состоянии покоя, либо движется равномерно и прямолинейно.

Второй закон Ньютона – основной закон динамики поступательного движения – отвечает на вопрос, как изменяется механическое движение материальной точки (тела) под действием приложенных к ней сил. Он гласит: в инерциальной системе отсчета ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с нею по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела)

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \qquad (7)$$

Взаимодействие между материальными точками (телами) определяется ***третьим законом Ньютона:*** всякое действие материальных точек (тел) друг на друга носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки. Эти силы приложены к разным материальным точкам (телам), всегда действуют парами и являются силами одной природы. Третий закон Ньютона справедлив только в инерциальных системах отсчета.

Рассмотрим систему, состоящую из неподвижного блока, вращающегося с малым трением, и двух грузов одинаковой массы m, подвешенных на нерастяжимой нити, перекинутой через блок (рисунок 1). Масса грузов может быть увеличена небольшим добавочным грузом Δm (перегрузком). Если на один из грузов положить перегрузок, то вся система начнет двигаться равноускоренно.

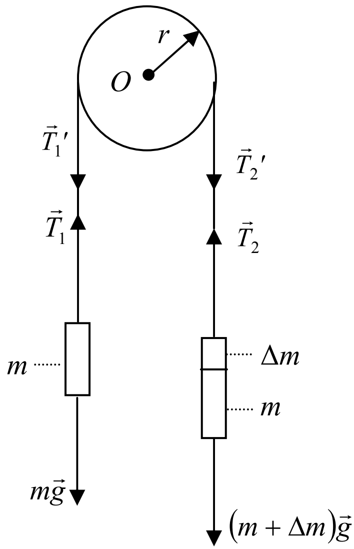


Рисунок 1

Для описания движения данной системы воспользуемся основными уравнениями динамики поступательного и вращательного движений. На каждый груз действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вниз, и сила натяжения нити $\vec{T}$, направленная вверх (пренебрегаем силами трения и считаем нить невесомой). Так как нить нерастяжима, то ускорения левого и правого грузов будут равны по величине. Очевидно, что груз большей массы ($m + \Delta m$) будет двигаться вниз, а груз меньшей массы – вверх, ускорения этих грузов будут направлены вниз и вверх, соответственно.

Используя второй закон Ньютона, получим уравнения для первого и второго грузов в проекции на ось, совпадающую по направлению с ускорением груза:

$$\begin{aligned} &T_1 - mg = ma; \\ &(m + \Delta m)g - T_2 = (m + \Delta m)a. \end{aligned} \tag{8}$$

Согласно основному закону динамики вращательного движения момент приложенных к диску сил M (вращающий момент) равен произведению момента инерции I диска на его угловое ускорение ε:

$$M = I\varepsilon. \tag{9}$$

Определим вращающий момент. Силы натяжения нитей действуют не только на грузы, но и на диск. По третьему закону Ньютона силы T_1' и T_2', приложенные к ободу диска, равны соответственно силам T_1 и T_2, но противоположны им по направлению. Так как $T_2 > T_1$, то диск ускоренно вращается по часовой стрелке. Модуль момента сил, приложенных к диску, в данном случае определяется как произведение разности этих сил на плечо, равное радиусу диска:

$$M = (T_2 - T_1)R. \tag{10}$$

Момент инерции диска

$$I = \frac{m_0 R^2}{2}, \tag{11}$$

где m_0 – масса диска. Угловое ускорение диска связано с тангенциальным ускорением точек, лежащих на ободе диска соотношением $a_\tau = \varepsilon R$. Если скольжение нити по блоку исключено, то тангенциальное ускорение a_τ будет равно ускорению грузов a и для момента сил можно записать:

$$T_2 - T_1 = \frac{m_0 a}{2}. \tag{12}$$

Выражая из уравнений (8) силы T_1 и T_2 и подставляя их в уравнение (12), получим формулу для расчета ускорения

$$a_{\text{расч}} = \frac{2\Delta m}{4m + 2\Delta m + m_0} g. \tag{13}$$

Из данной формулы видно, что система грузов будет двигаться с ускорением, меньшим, чем ускорение свободного падения. Изменяя перегрузок Δm, можно изменять ускорение системы. Из выражения (6) получим соотношение, позволяющее определить ускорение экспериментальным путем. Полагая $x_0 = 0, v_0 = 0$ и обозначая пройденный путь h, запишем

$$a_i = \frac{2h}{t_i^2}, \qquad (14)$$

где t_i – время, за которое грузы переместятся на расстояние h. Так как ускорение зависит еще от трения в оси блока, то $a_i < a_{\text{расч}}$.

2 Оборудование и приборы

Машина Атвуда. Электронный секундомер. Источник питания. Ключ. Набор дополнительных грузов (перегрузков).

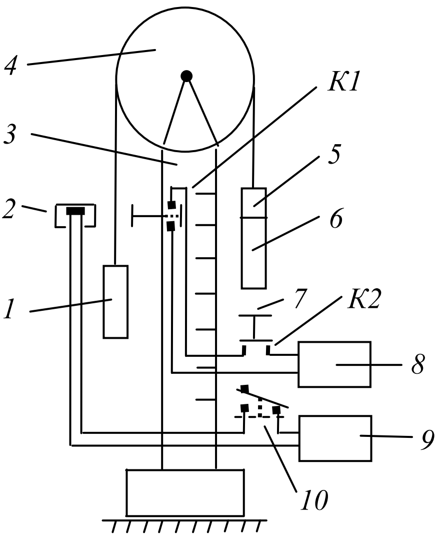


Рисунок 2

Равноускоренное движение изучается на машине Атвуда (рисунок 2), которая состоит из вертикальной стойки со шкалой *3*, на которой закреплены блок *4*, электромагнит *2* и подвижный столик с контактом *7*. Через блок *4* перекинута нить с прикрепленными к ней грузами равной массы *1* и *6*. На груз *6* можно накладывать один или несколько перегрузков *5*. Система грузов при этом выходит из равновесия и начинает двигаться ускоренно.

Для выполнения работы необходимо установить столик на некотором делении шкалы *3*, положить перегрузок *5* на груз *6*, поднять его до заданной отметки (с отметкой совмещается основание груза) и замкнуть ключ *10*, при этом нить с грузами фиксируется. Не отпуская ключ, поднять площадку столика *7* и нажать на секундомере *8* кнопку "сброс" и разомкнуть ключ *10*. Выключение тока, текущего через электромагнит *2*, приводит к замыканию контакта *К1*. При этом нить с грузами освобождается, и они начинают двигаться. Одновременно секундомер начинает отсчет времени, который будет продолжаться до тех пор, пока груз *6*, опускаясь, не нажмет на площадку столика *7*, размыкая контакт *К2*.

3 Порядок выполнения работы

Узнать у преподавателя конкретные значения h и Δm.

3.1 Включить в сеть источник питания и секундомер.

3.2 Установить подвижный столик 7 на высоте, указанной преподавателем.

3.3 Положить на груз 6 перегрузок 5 массой Δm .

3.4 Провести 5 измерений времени движения грузов от нулевой отметки до столика 7.

3.5 Вычислить по формуле (14) значения ускорения a_i .

3.6 Найти среднее арифметическое значение ускорения $\langle a \rangle$.

3.7 Вычислить отклонения от среднего значения Δa_i и среднюю квадратичную погрешность $\langle \sigma \rangle$.

3.8 Найти абсолютную погрешность Δa при доверительной вероятности P = 0,95. Вычислить по формуле (13) значения расчетного ускорения.

3.9 Результаты занести в таблицу 1. Окончательный результат для ускорения записать в виде

$$a = \left(\langle a \rangle \pm \Delta a \right) \text{м/с}^2, \quad \varepsilon = \ldots, \quad \text{при} \quad P = 0{,}95.$$

Таблица 1

<table>
<tr><td rowspan="2">Номер измерения</td><td rowspan="2">t,с</td><td>a_i</td><td>$< a >$</td><td>Δa_i</td><td>$<\sigma>$</td><td>$a_{расч}$</td><td rowspan="2">Примечание</td></tr>
<tr><td colspan="5">м/с^2</td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td><td rowspan="5"></td><td></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5">m =
m_0 =
Δm =
h =</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Контрольные вопросы

1 Дать определение ускорения.

2 Какое движение называется равномерным? Равноускоренным? Равнозамедленным?

3 Что такое нормальное и тангенциальное ускорения?

4 Сформулировать и записать второй закон Ньютона для материальной точки.

5 Сформулировать и записать третий закон Ньютона.

6 Какие силы действуют на каждый груз?

7 Вывести формулу (13). Почему расчетное значение ускорения не совпадает с ускорением, полученным в результате эксперимента?

Лабораторная работа №1.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

Цель работы: определить ускорение свободного падения.

1 Краткие сведения из теории

Ускорением свободного падения называется ускорение, с которым движется тело, если на него действует только сила тяжести.

Сила тяжести обусловлена притяжением между телом и Землей. Согласно **закону всемирного тяготения** две материальные точки, массы которых m_1 и m_2, притягивают друг друга с силой, модуль которой прямо пропорционален произведению масс этих точек и обратно пропорционален квадрату расстояния r между ними:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (1)$$

где $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$ – гравитационная постоянная.

Формулу (1) можно также использовать для вычисления силы притяжения между двумя однородными шарами, а также между однородным шаром и материальной точкой, при этом в первом случае r – расстояние между центрами шаров, а во втором – между центром шара и материальной точкой. Следовательно, на тело массой m, находящееся вблизи поверхности Земли и рассматриваемое как материальная точка, действует **сила притяжения (гравитационная сила),** модуль которой

$$F = G\frac{mM_З}{R_З^2}, \qquad (2)$$

где $M_З$ – масса Земли; $R_З$ – радиус Земли (высотой тела над Землей пренебрегаем). Эта сила направлена вдоль радиуса к центру Земли.

Рассматривая ускорение свободного падения относительно Земли, необходимо учитывать, что система отсчета, связанная с Землей, участвует в ее суточном вращении и поэтому является неинерциальной системой. В ней, кроме гравитационной силы, на тело массой m действует **центробежная сила инерции,** модуль которой

$$F_{\text{цб}} = m\omega^2 r, \qquad (3)$$

где ω – угловая скорость вращения Земли; r – расстояние от тела до земной оси, т. е. радиус окружности, которую описывает тело вследствие вращения Земли вокруг своей оси.

Сила $F_{\text{цб}}$ направлена от оси вращения вдоль продолжения радиуса r (рисунок 1).

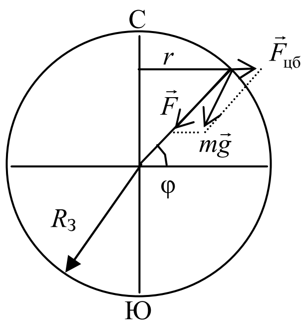


Рисунок 1

Равнодействующая (векторная сумма) гравитационной силы $\vec{F}$ и центробежной силы инерции $\vec{F}_{\text{цб}}$ называется **силой тяжести** $\vec{F}_{\text{т}} = m\vec{g}$,

$$m\vec{g} = \vec{F} + \vec{F}_{\text{цб}}.$$

Если подвесить на нити груз, то направление натянутой грузом нити совпадает с направлением силы тяжести $m\vec{g}$. Оно называется направлением отвеса, или **вертикальным направлением.**

Из рисунка 1 видно, что расстояние r зависит от географической широты φ:

$$r = R_З \cos\varphi.$$

Подставив это значение в формулу (3), получим

$$F_{\text{цб}} = m\omega^2 R_З \cos\varphi. \qquad (4)$$

Следовательно, на полюсах Земли, т.е. на широте φ = 90°, центробежная сила минимальна: $F_{\text{цб}} = 0$, а на экваторе (φ = 0) $F_{\text{цб}}$ имеет максимальное значение. С учетом этого и выражения (4) приходим к выводу, что на полюсах Земли сила тяжести имеет максимальное значение, равное модулю силы тяготения $\vec{F}$, а на экваторе – минимальное значение, модуль которого равен разности модулей силы тяготения $\vec{F}$ и центробежной силы инерции. Отсюда следует, что ускорение свободного падения зависит от географической широты места: оно максимально на полюсах Земли, уменьшается с уменьшением широты и имеет минимальное значение на экваторе. Расчеты показывают, что на полюсах ускорение свободного падения равно 9,832 м/с^2, а на экваторе – 9,780 м/с^2. Если пренебречь центробежной силой инерции, то g = 9,81 м/с^2.

Если не учитывать суточное вращение Земли, то сила тяжести равна силе тяготения: $\vec{F} = m\vec{g}$. Тогда, учитывая формулу (2), получим

$$g = G\frac{M_З}{R_З^2}. \tag{5}$$

Отсюда следует, что ускорение свободного падения не зависит от массы тела, т. е. оно одинаково для всех тел. Если тело находится на большой высоте H над поверхностью Земли, то на этой высоте ускорение свободного падения

$$g_H = G\frac{M_З}{(R_З + H)^2}.$$

Следовательно, ускорение свободного падения уменьшается с увеличением высоты над поверхностью Земли.

В данной работе метод определения ускорения свободного падения основан на том, что вблизи поверхности Земли свободно падающее с некоторой высоты без начальной скорости тело движется равноускоренно под действием силы тяжести (сопротивлением воздуха пренебрегаем) и за время t проходит путь

$$h = \frac{gt^2}{2}.$$

Отсюда, зная h и t, можно вычислить ускорение свободного падения:

$$g = \frac{2h}{t^2}. \tag{6}$$

2 Оборудование и приборы

Установка (рисунок 2) выполнена в виде вертикальной линейки *1* со шкалой, по которой фиксируется высота падения шарика. На верхней части линейки установлен электромагнит, удерживающий шарик *2* от падения. При замыкании ключа *6* срабатывает реле, которое своими контактами отключает электромагнит от источника питания *7* и одновременно включает секундомер *5*. Оторвавшись от электромагнита, шарик падает на приемный столик *4* и разрывает электрическую цепь счетчика-секундомера.

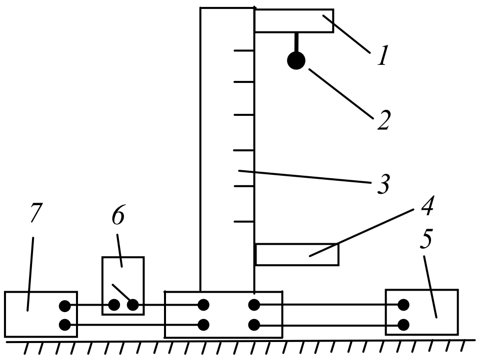


Рисунок 2

3 Порядок выполнения работы

3.1 Изучить блок-схему согласно рисунку 2.

3.2 Включить в сеть источник питания и счетчик-секундомер.

3.3 Установить приемный столик на некотором расстоянии от электромагнита (но не ближе, чем на 0,5 м от него) и 3 раза измерить время падения шарика. Найти среднее арифметическое значение времени. Рассчитать ускорение свободного падения по формуле (6).

3.4 Провести измерения еще для четырех значений высоты падения h. Результаты измерений занести в таблицу 1.

3.5 Вычислить среднее арифметическое значение ускорения свободного падения $\langle g \rangle$, абсолютную погрешность Δg при доверительной вероятности P = 0,95, а также относительную погрешность ε (см. лабораторную работу № 1.1). Окончательный результат записать в виде

$$g = \left(\langle g \rangle \pm \Delta g\right) \text{м/с}^2, \quad \varepsilon = \ldots, \quad \text{при} \quad P = 0{,}95.$$

Таблица 1

№	h, м	Время падения, с				g	$\langle g \rangle$	Δg
		t_1	t_2	t_3	$\langle t \rangle$	м/с^2		
1								
2								
3								
4								
5								

Контрольные вопросы

1 Что такое ускорение?

2 Что такое ускорение свободного падения?

3 Сформулируйте закон всемирного тяготения.

4 Какие силы действуют на неподвижное тело на поверхности Земли?

5 Какая система отсчета называется неинерциальной и чем она отличается от инерциальной?

6 Что такое сила тяжести?

7 Что такое вес тела и в чем его отличие от силы тяжести?

8 Что такое центробежная сила инерции и как она направлена?

9 Как и почему ускорение свободного падения зависит от географической широты местности?

10 Почему ускорение свободного падения зависит от высоты над поверхностью Земли?

Лабораторная работа № 1.4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНЕШНЕГО ТРЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ НАКЛОННОГО МАЯТНИКА

Цель работы: ознакомиться с методом определения коэффициентов внешнего трения при помощи наклонного маятника.

1 Краткие сведения из теории

Силы трения зависят от взаимного расположения и от относительных скоростей тел, между которыми они действуют. Силы трения могут действовать между соприкасающимися телами или их частями как при их относительном движении, так и при их относительном покое. Трение называется **внешним**, если оно действует между различными соприкасающимися телами, не образующими единого тела (например, трение между бруском и наклонной плоскостью, на которой он лежит или с которой он соскальзывает). Если же трение проявляется между различными частями одного и того же тела, например между различными слоями жидкости или газа, скорости которых непрерывно меняются от слоя к слою, то трение называется **внутренним.**

В зависимости от кинетики контакта **внешнее трение** делят на статическое (трение покоя) – между взаимно неподвижными телами и кинетическое – между телами, движущимися относительно друг друга (скольжение, качение, верчение).

Если при скольжении твердых тел между ними имеется толстый слой смазки (более 0,1 мкм), то такое трение называют гидродинамическим. Граничным трением называется трение, происходящее в прослойке смазки, меньшей 0,1 мкм.

Чистое (ювенильное) внешнее трение происходит при отсутствии смазки и окисных пленок на контактируемых поверхностях. При сухом трении касательные силы, препятствующие перемещению тел, возникают при отсутствии смазки между трущимися поверхностями, но при наличии окисных пленок или мономолекулярных слоев адсорбированных газов.

Поверхность реальных тел всегда волниста и шероховата, поэтому контакт их происходит лишь в отдельных пятнах, сосредоточенных на вершинах волн. На этих пятнах при относительном движении и покое образуются адгезионные мостики (мостики сварки между твердыми телами), являющиеся результатом различного рода молекулярных взаимодействий. Помимо этого контакт реальных тел сопровождается внедрением, а при относительном движении – деформацией поверхностных слоев. Таким образом, процесс внешнего трения представляет собой деформирование весьма тонких поверхностных слоев, осложненное разрушением адгезионных мостиков.

Г. Амонтон, а затем Ш. Кулон опытным путем установили законы внешнего трения. Большая заслуга в уточнении и развитии теории внешнего трения принадлежит Ф. Боудену, Д. Тейбору, И. Крагельскому, Б. Дерягину, А. Ахматову.

Подействуем на тело, лежащее на неподвижной поверхности, внешней силой $\vec{F}$, направленной вдоль поверхности, постепенно увеличивая ее модуль. Вначале тело будет оставаться неподвижным, то есть сила $\vec{F}$ будет уравновешиваться некоторой силой $\vec{F}_{ст}$, направленной по касательной к трущимся поверхностям противоположно внешней силе. Это и будет сила трения покоя. Когда модуль внешней силы превысит предельное значение, тело начнет двигаться и трение статическое сменится трением кинетическим.

Закон Кулона для статического трения заключается в том, что предельное значение силы статического трения не зависит от площади соприкосновения тел и прямо пропорционально величине силы нормального давления, с которой одно тело действует на другое:

$$F_{ст} = \mu_{ст} N. \qquad (1)$$

Безразмерный коэффициент пропорциональности $\mu_{ст}$ называют *коэффициентом статического трения.* Он, как показывает опыт, зависит от материала и состояния поверхностей соприкосновения, продолжительности контакта.

Для трения скольжения выполняется **закон Амонтона-Кулона:** модуль силы трения скольжения $F_{ск}$ прямо пропорционален модулю силы нормального давления *N*, т. е.

$$F_{ск} = \mu_{ск} N, \qquad (2)$$

где $\mu_{ск}$ – коэффициент трения скольжения. Он зависит от скорости, температуры, давления и ряда других факторов. При малых скоростях скольжения $\mu_{ск} \approx \mu_{ст}$.

Силы трения играют важную роль. Например, автомобиль приводится в движение силами трения, действующими между шинами колес и полотном дороги. Силы трения, возникающие между приводным ремнем и шкивами, осуществляют передачу движения от одного маховика к другому. Силы трения также могут быть вредными, например, силы трения, возникающие между деталями машин. Они приводят к преждевременному износу, и с ними приходится бороться. Для этой цели применяется смазка. Однако более радикальным способом уменьшения силы трения является замена трения скольжения трением качения.

Под трением качения понимают трение, возникающее, между шарообразным или цилиндрическим телом, катящимся без скольжения по плоской или изогнутой поверхности. По закону Кулона *модуль силы трения качения* $F_к$ определяется по формуле

$$F_к = \mu_к \frac{N}{r}, \quad (3)$$

где $\mu_к$ – коэффициент трения качения, r – радиус катящегося цилиндра или шара. Коэффициент трения качения в СИ измеряется в метрах и имеет значительно меньшее значение, чем безразмерные коэффициенты $\mu_{ст}$ и $\mu_{ск}$.

Для определения статического и кинетического коэффициентов трения для различных материалов в лабораторной работе используют наклонный маятник. Он представляет собой сочетание математического маятника (шарик на тонкой нити) с наклонной плоскостью (плоская плита). Схема наклонного маятника приведена на рисунке 1.

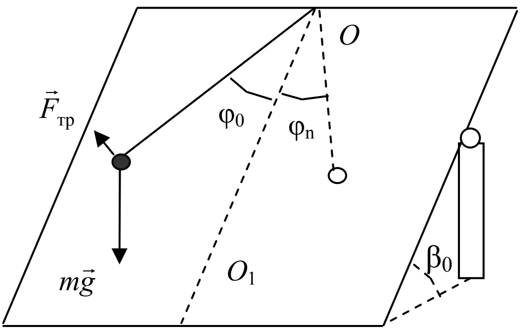


Рисунок 1

Для определения статического коэффициента трения поместим на наклонную платформу брусок. При определенном угле наклона β_0 составляющая веса бруска, параллельная платформе, станет равной предельному значению силы трения покоя, и брусок придет в движение. В случае статического трения согласно формуле (1) имеем:

$$F_{тр} = F_{ст} = \mu_{ст} N.$$

Модуль силы нормального давления

$$N = mg\cos\beta_0.$$

Тогда получим

$$mg\sin\beta_0 = \mu_{ст} mg\cos\beta_0,$$

откуда

$$\mu_{\text{ст}} = \operatorname{tg}\beta_0. \qquad (4)$$

Таким образом, если определить угол трения β_0, при котором брусок начнет движение, то по формуле (4) можно определить и коэффициент статического трения.

При отклонении шарика от положения равновесия на угол $\varphi = \varphi_0$ могут возникнуть колебания, которые при наличии сил трения будут затухающими. Если же запас потенциальной энергии шарика будет меньше, чем необходимо для преодоления сил трения, то колебания не возникают.

Для вывода формулы по определению коэффициента трения качения воспользуемся законом сохранения энергии. Пусть шарик радиусом *r*, подвешенный на неупругой тонкой нити длиной *l*, отклонили на угол φ_0 и без толчка отпустили. Так как на шарик, согласно формуле (3), действует сила трения, которую на всем пути его движения можно считать постоянной, то он за *n* колебаний окажется отклоненным от положения равновесия на угол $\varphi_n < \varphi_0$.

Угловым амплитудам колебания φ_0 и φ_n соответствуют линейные амплитуды $l_0 = l\varphi_0$ и $l_n = l\varphi_n$ (углы представлены в радианной мере). Постоянное значение силы трения качения обусловливает убывание амплитуды по линейному закону. Пройденный шариком путь *s* за *n* колебаний находим по формуле

$$s = 2nl(\varphi_0 + \varphi_n).$$

Работа силы трения на пути *s*

$$A_{\text{тр}} = F_{\text{к}} s = \mu_{\text{к}} \frac{mg\cos\beta_0}{r} 2nl(\varphi_0 + \varphi_n). \qquad (5)$$

Эта работа совершается за счет убыли потенциальной энергии шарика ($A_{\text{тр}} = -\Delta W$). Ее определяем по формуле

$$\Delta W = W_0 - W_n,$$

где W_0 и W_n – потенциальная энергия шарика соответственно в начальном и конечном положениях:

$$W_0 = mgh_0 = mgl\cos\varphi_0 \sin\beta_0; \quad W_n = mgl\cos\varphi_n \sin\beta_0.$$

Учитывая последние выражения и соотношение (5), получаем

$$2\frac{\mu_к mg\cos\beta_0}{r} nl(\varphi_0 + \varphi_n) = mgl\sin\beta_0(\cos\varphi_n - \cos\varphi_0),$$

откуда коэффициент трения качения

$$\mu_к = \frac{r(\cos\varphi_n - \cos\varphi_0)\,\mathrm{tg}\,\beta_0}{2n(\varphi_n + \varphi_0)}. \qquad (6)$$

2 Оборудование и приборы

Наклонный маятник. Набор шаров и ползунов из различных материалов. Транспортир. Штангенциркуль или микрометр.

3 Порядок выполнения работы

3.1 Определение коэффициента статического трения.

3.1.1 На плоскую плиту наклонного маятника, расположенного горизонтально, поочередно поставить ползуны (бруски) из исследуемых материалов (сталь, алюминий, резина и др.).

3.1.2 Плавно меняя угол наклона плиты по началу скольжения ползуна определить угол трения β_{0i}. Для каждого ползуна опыт повторить три раза.

3.1.3 Для каждого бруска вычислить среднее значение угла трения $\langle\beta_0\rangle$, затем по формуле (4) определить $\mu_{ст}$. Результаты занести в таблицу 1.

3.2 Определение коэффициента трения качения.

3.2.1 Измерить радиус стального шара *r*.

3.2.2 Прикрепить шар к плоской плите наклонного маятника. Расположить плиту под углом β_0 (30-45°) к горизонту.

Таблица 1

Материал пары трения	β_{01}	β_{02}	β_{03}	$\langle\beta_0\rangle$	$\mu_{ст}$

3.2.3 Отклонить шар на угол φ_0 (10-25°) и отсчитать число колебаний *n* до полной остановки ($\varphi_n = 0$). Опыт повторить пять раз

3.2.4 По формуле (6) определить коэффициент трения качения $\mu_к$. *Углы в знаменателе выражаются в радианной мере!*

3.2.5 Определить среднее значение коэффициента трения качения, отклонения от среднего значения, среднюю квадратичную погрешность, абсолютную погрешность при *P* =0,95, относительную погрешность измерений. Заполнить таблицу 2. Результат представить в следующем виде:

$$\mu_к = \left(\langle\mu_к\rangle \pm \Delta\mu_к\right)\text{м}, \quad \varepsilon = \ldots, \quad \text{при} \quad P = 0{,}95.$$

Таблица 2

<table>
<tr><th rowspan="2">Номер опыта</th><th>β_0</th><th>φ_0</th><th rowspan="2">n</th><th>$\mu_к$</th><th>$\langle\mu_к\rangle$</th></tr>
<tr><th colspan="2">град</th><th colspan="2">м</th></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="5"></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Контрольные вопросы

1 Что такое внешнее и внутреннее трение?
2 Природа и классификация внешнего трения.
3 Что такое сила трения? Когда возникает? Куда направлена?
4 Законы внешнего трения.
5 Вывести формулы (4), (6)

Лабораторная работа № 1.5

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ СТОЛКНОВЕНИЯ ТЕЛ

Цель работы: изучить закон сохранения импульса (количества движения) при центральном упругом и неупругом ударах шаров и определить энергию остаточной деформации.

1 Краткие сведения из теории

Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое, называется механической системой. Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются внутренними. Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются внешними. Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называется замкнутой (или изолированной).

Импульсом материальной точки называется векторная величина $\vec{p}$, численно равная произведению массы m материальной точки на ее скорость $\vec{v}$ и имеющая направление скорости:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \qquad (1)$$

Для замкнутой механической системы справедлив **закон сохранения импульса**: импульс замкнутой системы сохраняется, т.е не изменяется с течением времени. Импульс сохраняется и для незамкнутой системы, если геометрическая сумма всех внешних сил равна нулю. Также сохраняется проекция импульса на направление, вдоль которого равнодействующая сил равна нулю.

Энергия – универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. Кинетическая энергия механической системы Т – энергия механического движения этой системы. Потенциальная энергия П – механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними. **Полная механическая энергия системы** – энергия механического движения и взаимодействия:

$$E = \mathrm{T} + \Pi, \qquad (2)$$

т. е. равна сумме кинетической и потенциальной энергий. Если работа, совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, по какой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начального и конечного положений, то такие силы называют консервативными. **Закон сохранения механической энергии:** в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется, т. е. не изменяется со временем. В системе, в которой действуют также неконсервативные силы, например силы трения, полная механическая энергия системы не сохраняется. В таких системах не действует закон сохранения механической энергии. Для подобных систем справедлив **закон сохранения и превращения энергии:** энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой.

Ударом называется кратковременное взаимодействие соприкасающихся тел, приводящее к значительному изменению состояния их движения. Удар имеет место при столкновении движущихся макроскопических тел при шквальных порывах ветра, падении лавины. Удар широко используется в технике при штамповке, ковке и дроблении материалов. Используя явления удара, вгоняют молотком гвоздь в стенку, водяной струей размывают горные породы, вбивают сваи в землю и т. п.

В измерительной технике удар применяется для измерения скорости быстродвижущихся тел (например, измерение скорости полета снаряда или пули баллистическим маятником), для исследования быстропротекающих процессов (баллистический гальванометр для исследования кратковременных импульсов тока) и т. д. Явление удара протекает обычно в сотые, тысячные и миллионные доли секунды. Время соударения тем меньше, чем меньше деформации тел.

Процесс удара обычно разделяют на две фазы. Первая фаза – с момента соприкосновения тел до момента, когда их относительная скорость становится равной нулю. Вторая фаза – от этого последнего момента до момента, когда соприкосновение тел прекращается.

С момента возникновения деформаций в месте соприкосновения тел начинают действовать силы, направленные противоположно относительным скоростям тел. Если два шара движутся навстречу друг другу, то сила, действующая со стороны первого на второй шар, возникшая в результате деформации первого шара, направлена против движения второго шара, а сила, действующая со стороны второго шара на первый, направлена против движения первого. При этом скорости тел уменьшаются до тех пор, пока их относительная скорость не станет равной нулю. Одновременно происходит переход энергии механического движения шаров в энергию упругой деформации. С момента, когда относительная скорость стала равной нулю, начинается частичное или полное восстановление деформаций. Силы, продолжая действовать в прежнем направлении, сообщают телам положительные ускорения. При этом скорости шаров возрастают по абсолютной величине, направление же их меняется на противоположное по сравнению с первоначальным. У реальных тел относительная скорость после удара не достигает той величины, которую она имела до удара, так как часть энергии механического движения необратимо переходит в молекулярно-тепловую и другие формы энергии.

Прямая, совпадающая с нормалью к поверхности тел в точке их соприкосновения, называется л и н и е й у д а р а. Удар называется ц е н т р а л ь н ы м, если линия удара проходит через центры тяжести тел. Если векторы скоростей шаров до удара лежали на линии удара, то удар называется п р я м ы м, в случае, если они не лежат на этой линии, – к о с ы м.

Частное от деления относительной скорости тел после удара на их относительную скорость до удара называется к о э ф ф и ц и е н т о м в о с с т а н о в л е н и я:

$$K_{\text{в}} = \frac{|\vec{u}_1 - \vec{u}_2|}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|}, \qquad (3)$$

где $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ – скорость первого и второго тел до удара, а $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ – скорость первого и второго тел после удара. Для деревянных шаров $K_{\text{в}} = 0{,}50$; стальных $K_{\text{в}} = 0{,}55$; стеклянных $K_{\text{в}} = 0{,}95$.

Различают два предельных типа удара: а) удар абсолютно упругий ($K_{\text{в}} = 1$), б) удар абсолютно неупругий ($K_{\text{в}} = 0$).

А б с о л ю т н о у п р у г и м называется удар, после которого возникшие в телах деформации полностью исчезают (суммарная потенциальная энергия сжатия и растяжения равна нулю). При абсолютно упругом ударе не происходит превращения механической энергии системы в другие виды энергии, поэтому выполняется как закон сохранения импульса (количества движения), так и закон сохранения механической энергии.

Пусть происходит абсолютно упругий центральный удар двух шаров с массами m_1 и m_2. Скорости шаров до удара, соответственно равны $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ (рисунок 1), причем $v_1 > v_2$. Найдем скорости шаров $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ после соударения.

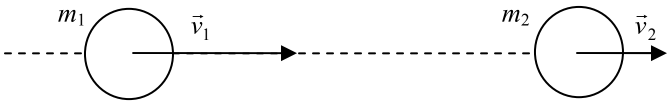


Рисунок 1

Воспользуемся для решения этой задачи двумя законами сохранения. По закону сохранения импульса

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2. \tag{4}$$

При центральном ударе все векторы скорости параллельны. Выберем направление вектора $\vec{v}_1$ за положительное и перейдем в уравнении (4) от векторов к их модулям:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2. \tag{5}$$

По закону сохранения энергии

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_1v_2^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_1u_2^2}{2}. \tag{6}$$

Преобразуем уравнения (5) и (6):

$$m_1(u_1 - v_1) = m_2(v_2 - u_2); \tag{7}$$

$$m_1(u_1^2 - v_1^2) = m_2(v_2^2 - u_2^2). \tag{8}$$

Разделим формулу (8) на выражение (7), получим:

$$u_1 + v_1 = u_2 + v_2. \tag{9}$$

Совместное решение уравнений (9) и (5) позволяет получить значения скоростей шаров после удара:

$$u_1 = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}; \qquad u_2 = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}. \qquad (10)$$

Если второй шар до удара покоится ($v_2 = 0$), то

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}v_1; \qquad u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1. \qquad (11)$$

В этом случае второй шар движется после удара в ту же сторону, в которую двигался первый шар до удара ($u_2 > 0$). Если $m_1 > m_2$, то первый шар после удара будет продолжать двигаться в ту же сторону, что и до удара ($u_1 > 0$), но с меньшей скоростью, причем $u_2 > u_1$. Если $m_1 < m_2$, то после удара первый шар отскочит обратно ($u_1 < 0$). Если $m_1 = m_2$, то шары обмениваются скоростями $u_2 = v_1, u_1 = v_2$.

Абсолютно неупругим называется удар, после которого возникшие в телах деформации полностью сохраняются. После абсолютно неупругого удара тела движутся с общей скоростью. Часть энергии механического движения переходит при неупругом ударе во внутреннюю энергию тел. Поэтому при абсолютно неупругом ударе выполняется только закон сохранения импульса (количества движения):

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}. \qquad (12)$$

Если векторы скоростей шаров лежат на прямой линии, соединяющей их центры, за положительное направление выбрано направление вектора $\vec{v}_1$, то формулу (12) можно записать так:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u. \qquad (13)$$

Отсюда скорость шаров после удара

$$u = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}. \qquad (14)$$

Если шары движутся навстречу друг другу (знаки скоростей v_1 и v_2 разные), то после удара они будут двигаться в сторону, в которую двигался шар, имевший больший импульс. Если импульсы шаров перед ударом равны, то шары остановятся. Если оба шара двигались в одну сторону (знаки скоростей v_1 и v_2 одинаковые), то и после удара шары будут двигаться в ту же сторону.

Зная скорость движения шаров после удара, нетрудно найти ту часть их кинетической энергии, которая пошла на совершение работы деформации тел, как разность кинетической энергии шаров до и после удара:

$$A_{\text{деф}} = \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2}. \tag{15}$$

Воспользовавшись формулой (14), будем иметь

$$A_{\text{деф}} = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 + v_2)^2. \tag{16}$$

В работе проверяется закон сохранения импульса на примере упругого и неупругого ударов двух шаров, подвешенных на нерастяжимых тонких нитях, массами m_1 и m_2, причем шар массой m_2 вначале покоится, а шар m_1 – движется (рисунок 2).

Шар m_1, отклоненный от положения равновесия, обладает потенциальной энергией

$$\Pi = m_1 g h, \tag{17}$$

где

$$h = l(1 - \cos\alpha), \tag{18}$$

Поэтому

$$\Pi = m_1 g h (1 - \cos\alpha). \tag{19}$$

При прохождении шара через положение равновесия (место удара) его потенциальная энергия перейдет в кинетическую, т. е.

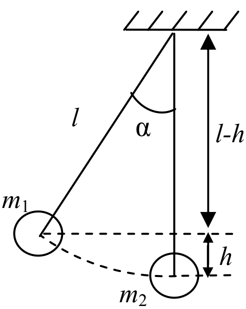


Рисунок 2

$$m_1 g l(1-\cos\alpha) = \frac{m_1 v_1^2}{2}.$$

Отсюда определяется скорость первого шара до удара:

$$v_1 = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} = 2\sqrt{gl}\sin\frac{\alpha}{2}. \qquad (20)$$

Подставляя углы отклонения шаров β_1 и β_2 в формулу (20) можно вычислить скорости шаров $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ после удара. Зная скорости до и после взаимодействия, по формуле (3) можно определить коэффициент восстановления.

Для проверки закона сохранения импульса при неупругом ударе необходимо воспользоваться пластилиновыми шарами. Формула (20) дает скорости шаров до и после удара. Энергию остаточной деформации в данном случае можно вычислить следующим образом:

$$\Delta E = A_{\text{деф}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{(m_1+m_2)u^2}{2}. \qquad (21)$$

2 Оборудование и приборы

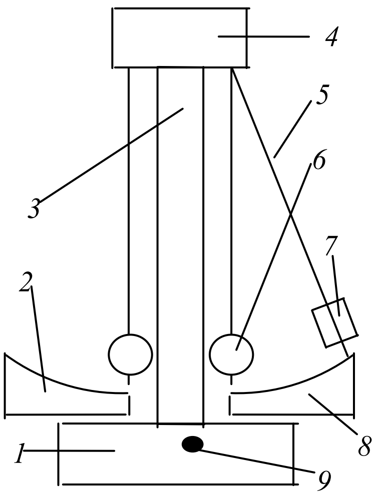


Рисунок 3

Установка для изучения упругого и неупругого ударов шаров. Набор шаров различного диаметра и из разных материалов: стали, дюралюминия, пластмассы, пластилина. Весы. Разновесы.

Установка для изучения упругого и неупругого ударов шаров (рисунок 3) представляет собой два математических маятника равной длины в виде шаров (металлических и неметаллических, в общем случае разных масс), укрепленных на нерастяжимых тонких нитях.

Установка состоит из треноги *1* на трех подъемных винтах с трубой *3*, несущей подвески шаров *6*. Бифилярный подвес *4*, несущий правый шар может перемещаться, изменяя тем самым межцентровое расстояние. Направляющая с подвесами перемещается при помощи ручки *9*, которая связана с валиком и выведена на лицевую сторону треноги. При изменении межцентрового расстояния левую шкалу *2* необходимо сместить. Электромагнит *7*, удерживающий шар, укреплен на штанге и может перемещаться вдоль шкалы *8*.

3 Порядок выполнения работы

3.1 Проверка закона сохранения импульса при упругом столкновении шаров

3.1.1 Взять два шарика (материал указывает преподаватель) и определить их массу путем взвешивания.

3.1.2 Укрепить эти шары на подвесах (центры шаров должны совпадать, это достигается путем изменения длины бифилярных подвесов).

3.1.3 Включить установку в сеть.

3.1.4 Отвести правый шар в сторону к электромагниту, который будет его удерживать.

3.1.5 Определить длину нити подвеса шаров l.

3.1.6 Записать значения угла α (угол задается изменением положения электромагнита).

3.1.7 Выключить питание электромагнита, и после соударения шаров записать значения углов β_1 и β_2, на которые отскочили шары. Значения углов измеряются при помощи специальной шкалы на приборе. Опыт повторить не менее пяти раз.

3.1.8 Данные записать в таблицу 1.

3.1.9 Подставить в формулу (20) углы α, β_1 и β_2 и вычислить скорости шаров v_1, u_1, u_2.

3.1.10 Вычислить значения импульсов до и после удара с целью проверки закона сохранения импульса при упругом ударе.

3.1.11 По формуле

$$\varepsilon = \frac{m_1 v_1 - (m_1 u_1 + m_2 u_2)}{m_1 v_1}$$

вычислить относительную потерю импульса при упругом ударе (учесть направление скоростей шаров).

3.1.12 Вычислить коэффициент восстановления по формуле (3).

Таблица 1

№	l, м	m_1	m_2	α	β_1	β_2	$\langle\beta_1\rangle$	$\langle\beta_2\rangle$	v_1	u_1	u_2	ε
		кг		град					м/с			
1												
2												
3												
4												
5												

3.2 Проверка закона сохранения импульса при неупругом столкновении шаров

3.2.1 Взять два пластилиновых шара, определить их массы путем взвешивания.

3.2.2 Проделать с этой парой шаров опыты согласно пп. 3.1.2–3.1.7.

3.2.3 Данные занести в таблицу 2.

3.2.4 Вычислить импульсы шаров до и после удара.

3.2.5 Вычислить относительную потерю импульса при неупругом ударе

3.2.6 Определить энергию остаточной деформации при неупругом ударе шаров по формуле (21).

3.2.7 Вычислить коэффициент восстановления по формуле (3).

Таблица 2

№	l, м	m_1	m_2	α	β	$\langle\beta\rangle$	v	u	ΔE	ε
		кг		град			м/с			
1										
2										
3										
4										
5										

Контрольные вопросы

1 Что называется ударом? Классификация ударов.

2 Что называется коэффициентом восстановления?

3 Сформулировать закон сохранения импульса, закон сохранения механической энергии, закон сохранения и превращения энергии.

4 Дать определение упругого и неупругого центральных ударов.

5 Вывести формулы для подсчета скоростей шаров в случае упругого и неупругого центральных ударов.

6 Вывести формулу (20).

7 Объяснить, почему при неупругом ударе не выполняется закон сохранения механической энергии.

8 Как вычисляется работа деформации тел при неупругом ударе?

Лабораторная работа № 1.6

ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Цель работы: экспериментально проверить основной закон динамики вращательного движения твердого тела, определить его момент инерции и сравнить со значением, полученным в результате расчетов.

1 Краткие сведения из теории

Вращательное движение – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения. Рассмотрим материальную точку, вращающуюся относительно неподвижной оси. Эта точка движется по окружности радиуса r. Положение точки характеризуется радиус-вектором $\vec{r}$. Также положение точки через некоторое время t характеризуется **углом поворота** φ, на которое точка повернулась за данное время. Длина пути, пройденного по дуге окружности радиуса r, связана с углом поворота как $s = \varphi r$.

Угловой скоростью $\vec{\omega}$ называется векторная величина, определяемая первой производной угла поворота по времени

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \tag{1}$$

направление вектора $\vec{\omega}$ определяется по правилу буравчика и совпадает с направлением вектора элементарного угла поворота $d\vec{\varphi}$ (рисунок 1). Линейная скорость точки связана с угловой скоростью следующим выражением

$$\vec{v} = \left[\vec{\omega}\,\vec{r}\right]. \qquad (2)$$

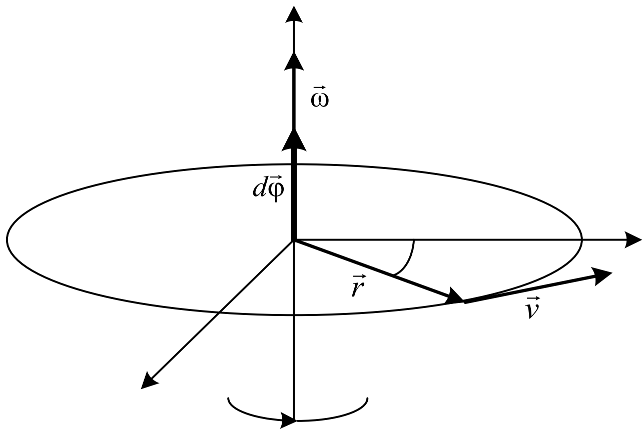


Рисунок 1

Угловым ускорением называется векторная физическая величина, равная первой производной угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \qquad (3)$$

При вращении тела вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения. Если тело ускоряется, то вектор $\vec{\varepsilon}$ сонаправлен вектору угловой скорости, если тело замедляется, то векторы $\vec{\varepsilon}$ и $\vec{\omega}$ направлены в противоположные стороны. Угловое ускорение связано с тангенциальным ускорением точки выражением

$$\vec{a}_\tau = \left[\vec{\varepsilon},\vec{r}\right]. \qquad (4)$$

Нормальное ускорение точки можно выразить через угловую скорость

$$\vec{a}_n = -\omega^2\vec{r}. \qquad (5)$$

X

При изучении вращения твердых тел пользуются понятием момента инерции. **Момент инерции тела** – мера инертности твердых тел при вращательном движении. Всякое тело, независимо от того, вращается оно или покоится, обладает моментом инерции относительно любой оси, подобно тому, как тело обладает массой независимо от того, движется оно или находится в покое. Момент инерции является скалярной величиной. Для материальной точки массой m, находящейся на некотором расстоянии r от неподвижной оси вращения, момент инерции относительно этой оси равен произведению массы точки на квадрат расстояния ее до оси вращения, т. е.

$$I = mr^2. \tag{6}$$

Момент инерции – величина аддитивная, то есть момент инерции системы тел равен сумме моментов инерции всех тел системы. Тогда для системы из n материальных точек получим

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2. \tag{7}$$

Момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси вращения в случае непрерывного распределения массы определяется интегралом

$$I = \int_V \rho r^2 dV, \tag{8}$$

где V – объем тела, а ρ – его плотность.

Для характеристики вращательного эффекта силы при действии ее на твердое тело вводят понятие момента силы. **Моментом силы относительно неподвижной точки** называется физическая величина $\vec{M}$, определяемая векторным произведением радиуса-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки этой в точку приложения силы, на силу $\vec{F}$:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right]. \tag{9}$$

Направление $\vec{M}$ совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от $\vec{r}$ к $\vec{F}$. Моментом силы относительно неподвижной оси называется проекция вектора $\vec{M}$, определенного для некоторой точки данной оси, на эту ось.

Основной закон динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси заключается в том, что угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ прямо пропорционально суммарному моменту внешних сил $\vec{M}$, действующих на тело, и обратно пропорционально моменту инерции *I* этого тела:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}. \tag{10}$$

Уравнение (10) аналогично второму закону Ньютона $\vec{a} = \vec{F} / m$. Роль равнодействующей силы $\vec{F}$ играет суммарный момент сил $\vec{M}$, роль ускорения $\vec{a}$ – угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$, а массе *m* соответствует момент инерции *I*.

В проекции на ось вращения *OZ* уравнение (10) запишется так:

$$M_Z = I\varepsilon_Z, \tag{11}$$

где M_Z – проекция суммарного момента внешних сил на ось вращения, ε_Z – проекция вектора углового ускорения на ось вращения.

Рассмотрим систему, изображенную на рисунке 2. Если отпустить груз *m,* то он будет двигаться вниз под действием силы тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ и силы натяжения нити $\vec{T}'$ равноускоренно с ускорением $\vec{a}$, а шкив со спицами – равноускоренно вращаться с угловым ускорением $\vec{\varepsilon}$ под действием силы натяжения $\vec{T}$. Будем считать нить невесомой и нерастяжимой, тогда $T' = T$. Ускорение груза и угловое ускорение системы связаны следующим образом

$$a = \varepsilon r,$$

где $r = d / 2$ – радиус шкива. Если груз *m* опускается без начальной скорости с высоты *h* за время *t,* то ускорение

$$a = \frac{2h}{t^2}.$$

Следовательно, угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{2h}{rt^2} = \frac{4h}{dt^2}. \qquad (12)$$

Спроецировав момент внешних сил на ось вращения, получим

$$M = rT = \frac{d}{2}T. \qquad (13)$$

Согласно второму закону Ньютона составим уравнение движения опускающегося груза:

$$m\vec{g} + \vec{T}' = m\vec{a}.$$

В проекциях на вертикальную ось, направленную сверху вниз, получим (с учетом, что $T' = T$)

$$mg - T = ma.$$

Отсюда

$$T = m(g - a) \qquad (14)$$

На основании выражений (12) – (14) найдем

$$M = \frac{md}{2}\left(g - \frac{2h}{t^2}\right). \qquad (15)$$

Зная момент силы (15) и угловое ускорение (12), найдем момент инерции

$$I = \frac{M}{\varepsilon}. \qquad (16)$$

Расчетное значение момента инерции $I_{\text{Р}}$ определим, используя аддитивность момента инерции, по формуле

$$I_{\text{Р}} = I_0 + 4I_{\text{сп}} + 4I_{\text{гр}}, \qquad (17)$$

где $I_0 = \frac{1}{2}m_0 r^2$ – момент инерции шкива; $I_{\text{сп}} = \frac{1}{3}m_{\text{сп}}l^2$ – момент инерции спицы; $I_{\text{гр}} = \Delta m R^2$ – момент инерции грузика на спице, если рассматривать его как материальную точку.

Для расчетов принять: массу шкива m_0 = 1082 г; массу спицы $m_{\text{сп}}$ = 193 г.

Между экспериментальным значением (16) и расчетным (17) будет различие, обусловленное тем, что мы не учитывали момент сил трения.

2 Оборудование и приборы

Крестообразный маятник. Набор грузов. Электронный секундомер. Весы. Штангенциркуль. Линейка.

Законы вращательного движения изучаются с помощью крестообразного маятника (рисунок 2), который состоит из четырех стальных спиц длиной l, скрепленных под прямым углом с легко вращающимся шкивом диаметром d.

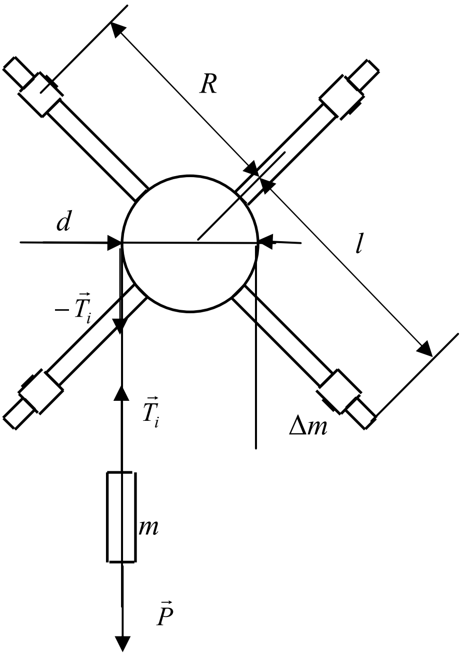


Рисунок 2

Ось вращения совпадает с геометрической осью шкива (цилиндра), т. е. ось OZ направлена из-за рисунка перпендикулярно его плоскости ("к читателю"). На спицах маятника с помощью стопоров на необходимых расстояниях от оси вращения могут закрепляться грузы одинаковой массы Δm. На шкив маятника намотана нить, к свободному концу которой может прикрепляться груз массой m.

3 Порядок выполнения работы

3.1 Узнать у преподавателя значения масс грузов m и высоту h.

3.2 Измерить диаметр шкива d, длину спицы l и расстояние R .

3.3 Прикрепить к нити один из грузов и поднять его на заданную высоту.

3.4 Отпустить груз и измерить время его движения на пути h. Время движения груза отсчитывается автоматически электронным секундомером. Опыт выполнить не менее трех раз и определить среднее время движения.

3.5 Провести серию опытов в прежней последовательности для остальных грузов.

3.6 Согласно уравнению (12) вычислить угловое ускорение ε, затем по уравнениям (15) и (16) – момент M внешних сил и момент инерции I. Результаты вычислений занести в таблицу 1.

Таблица 1

<table>
<tr><td rowspan="2">№</td><td rowspan="2">m, кг</td><td>t</td><td>$\langle t\rangle$</td><td rowspan="2">ε, $с^{-2}$</td><td rowspan="2">M, Н·м</td><td>I</td><td>$\langle I\rangle$</td><td>$I_р$</td></tr>
<tr><td colspan="2">с</td><td colspan="3">кг·$м^2$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="9"></td><td rowspan="9"></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
</table>

3.7 Определить среднее значение момента инерции, отклонения от среднего значения, среднюю квадратичную погрешность, абсолютную погрешность при P = 0,95, относительную погрешность измерений. Результат представить в следующем виде:

$$I = \left(\langle I\rangle \pm \Delta I\right) кг \cdot м^2, \quad ε = \ldots, \quad при\ P = 0{,}95.$$

3.8 Используя уравнение (17) и результаты измерений, вычислить расчетное значение момента инерции и занести его в таблицу 1.

3.9 Сравнить расчетное значение момента инерции $I_Р$ со значением $\langle I\rangle$, полученным опытным путем (найти разность $I_Р - \langle I\rangle$).

3.10 Построить график зависимости $ε = f(M)$.

Контрольные вопросы

1 Какие величины характеризуют вращательное движение?

2 Как связаны между собой угловые и линейные характеристики движения?

3 Что такое момент инерции материальной точки? Системы материальных точек? Твердого тела?

4 Что называется моментом силы относительно неподвижной точки? неподвижной оси?

5 Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения твердого тела.

6 Какую роль играют момент инерции и момент силы во вращательном движении?

Лабораторная работа № 1.7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ ТРИФИЛЯРНОГО ПОДВЕСА

Цель работы: ознакомиться с методикой определения моментов инерции твердых тел при помощи трифилярного подвеса. Сравнить моменты инерции, полученные экспериментально с расчетными значениями.

1 Краткие сведения из теории

При изучении вращательного движения твердых тел их инертные свойства характеризуют физической величиной, называемой **моментом инерции.** Всякое тело, независимо от того, вращается оно или покоится, обладает моментом инерции относительно любой оси, подобно тому как тело обладает массой независимо от того, движется оно или находится в покое. Момент инерции является скалярной величиной. Для материальной точки массой m, находящейся на некотором расстоянии r от неподвижной оси вращения, момент инерции относительно этой оси равен произведению массы точки на квадрат расстояния ее до оси вращения, т. е.

$$I = mr^2. \qquad (1)$$

Момент инерции – величина аддитивная, то есть момент инерции системы тел равен сумме моментов инерции всех тел системы. Тогда для системы из n материальных точек получим:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 . \qquad (2)$$

Момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси вращения в случае непрерывного распределения массы определяется интегралом:

$$I = \int_V \rho r^2 dV , \qquad (3)$$

где V – объем тела, а ρ – его плотность.

Если для какого-либо тела определен его момент инерции I_0 относительно оси, проходящей через центр масс, то момент инерции I относительно любой оси, параллельной первой, может быть найден по **теореме Штейнера**

$$I = I_0 + md^2 , \qquad (4)$$

где m – масса тела, d – расстояние от центра масс тела до оси вращения.

Моменты инерции твердых тел геометрически правильной и простой формы обычно рассчитывают, пользуясь выражениями (3), (2) и (4), для тел неправильной или сложной формы момент инерции определяют экспериментально. Одним из удобных методов измерения моментов инерции твердых тел является *метод трифилярного подвеса.* Устройство подвеса показано на рисунке 1.

Подвижная платформа *2* подвешена к платформе *1* на трех симметрично расположенных нитях *AA1, BB1* и *CC1*. Платформа *1* укреплена на кронштейне. Если повернуть нижнюю платформу *2* вокруг вертикальной оси на некоторый угол относительно верхней, то возникнет момент сил, стремящийся вернуть платформу в положение равновесия. В результате этого платформа начинает совершать крутильные колебания.

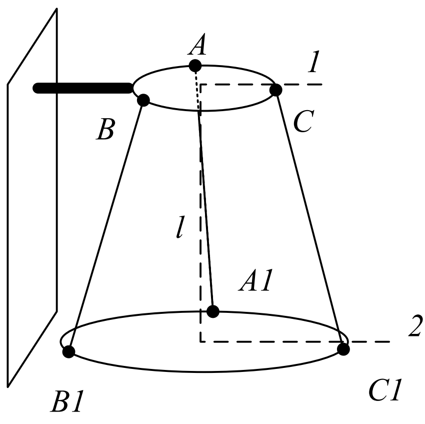


Рисунок 1

Период T колебаний системы и момент инерции I колеблющейся системы связаны соотношением

$$I = \frac{mgrR}{4\pi^2 l} T^2, \tag{5}$$

где m – масса колеблющейся системы; g – ускорение свободного падения; r – радиус верхней платформы; R – радиус нижней платформы; T – период колебаний системы; l – расстояние между платформами. Эта формула справедлива при отсутствии потерь энергии на трение и малых амплитудах колебаний. Так как потери энергии за период малы по сравнению с энергией колебаний системы, то поправки оказываются небольшими, и их можно не учитывать.

Формула (5) позволяет вычислить момент инерции платформы с телом и без него по измеренной величине периода T, массы тела m и массы платформы M. Очевидно, что для системы, состоящей из тела и платформы

$$I = \frac{(M+m)grR}{4\pi^2 l} T^2 = \frac{grR}{4\pi^2 n^2 l}(M+m)t_1^2, \tag{6}$$

где n – число полных колебаний системы, t_1 – время за которое система совершает n колебаний. С другой стороны момент инерции системы складывается из момента инерции тела I_1 и момента инерции платформы $I_{\text{пл}}$:

$$I = I_1 + I_{\text{пл}}.$$

Подставляя в эту формулу выражение (6), получим

$$I_1 = \frac{grR}{4\pi^2 n^2 l}(M+m)t_1^2 - I_{\text{пл}}. \tag{7}$$

Если пустая платформа совершает n колебаний за время t_0, то согласно формулам (5) и (7) получим

$$I_1 = \frac{grR}{4\pi^2 n^2 l}\left[(M+m)t_1^2 - Mt_0^2\right]. \tag{8}$$

2 Оборудование и приборы

Трифилярный подвес, секундомер, линейка, набор тел, подлежащих измерению.

3 Порядок выполнения работы

3.1 *Определение момента инерции.*

3.1.1 Повернув платформу 2 (см. рисунок 1) вокруг оси на небольшой угол (до 3°), возбудить крутильные колебания. Измерить время t_0, за которое совершается N (25–30) полных колебаний. Опыт повторить три раза. Определить среднее значение времени колебаний $\langle t_0 \rangle$.

3.1.2 Положить исследуемое тело (брусок) массой m на середину подвижной платформы 2 так, чтобы центр масс тела лежал на оси вращения. Измерить время t_1, за которое совершается N полных колебаний. Опыт повторить три раза. Определить среднее значение времени колебаний $\langle t_1 \rangle$.

3.1.3 Используя $\langle t_0 \rangle$ и $\langle t_1 \rangle$, вычислить момент инерции I_1 исследуемого тела по формуле (8).

3.1.4 Определить теоретическое значение момента инерции бруска по формуле

$$I_р = \frac{m(a^2 + b^2)}{12},$$

где a – ширина бруска; b – длина бруска.

3.2 *Проверка теоремы Штейнера.*

3.2.1 Положить два одинаковых исследуемых тела (бруска) на центр платформы (одно на другое). Повернув платформу 2 вокруг оси на небольшой угол (до 3°), возбудить крутильные колебания. Измерить время t_2, за которое совершается N (25–30) полных колебаний. Опыт повторить три раза. Определить среднее значение времени колебаний $\langle t_2 \rangle$.

3.2.2 Симметрично раздвинуть тела от центра на края платформы 2 на расстояние *2d,* где d – расстояние от центра масс тела до оси вращения платформы. Измерить время t_3, за которое совершается N

полных колебаний. Опыт повторить три раза. Определить среднее значение времени колебаний $\langle t_3 \rangle$.

3.2.3 Найти разность между моментами инерции тела, когда оно расположено на краю $I_к$ и в центре $I_ц$ платформы:

$$I_к - I_ц = \frac{(M+2m)grR}{8\pi^2 n^2 l}\left(\langle t_3 \rangle^2 - \langle t_2 \rangle^2\right). \tag{9}$$

3.2.4 Сравнить полученное значение с величиной md^2. Сделать выводы о выполнимости теоремы Штейнера ($I_к = I_ц + md^2$).

3.3 *Проверка аддитивности момента инерции.*

3.3.1 Определить момент инерции I_1 одного исследуемого тела в центре платформы (пп. 3.1.1 – 3.1.3).

3.3.2 Определить момент инерции I_2 двух одинаковых тел в центре платформы, используя среднее время $\langle t_2 \rangle$ и $\langle t_0 \rangle$:

$$I_2 = \frac{grR}{4\pi^2 n^2 l}\left[(M+2m)\langle t_2 \rangle^2 - M\langle t_0 \rangle^2\right]. \tag{10}$$

3.3.3 Сделать выводы о выполнимости равенства $I_1 + I_1 = 2I_1 = I_2$.

Таблица 1

Система тел	t, с	$\langle t \rangle$, с	Момент инерции	Примечание
Пустая платформа			——	——
Платформа с одним бруском			$I_1 =$	$2I_1 =$
Платформа с двумя брусками в центре			$I_2 =$	——
Платформа с двумя брусками по краям			$I_к - I_ц =$	$md^2 =$

Контрольные вопросы

1 Что называется моментом инерции материальной точки?

2 Дайте определение для момента инерции твердого тела.

3 Сформулируйте теорему Штейнера.

4 От чего зависит период колебаний трифилярного подвеса? При каких условиях справедлива формула (5).

5 Вывести формулу (8).

6 Вывести формулу (9).

Лабораторная работа № 1.8

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ И МОДУЛЯ СДВИГА ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: ознакомиться с экспериментальным методом определения моментов инерции и модуля сдвига твердых тел. Сравнить моменты инерции, полученные экспериментально, с расчетными значениями.

1 Краткие сведения из теории

При изучении вращательного движения твердых тел их инертные свойства характеризуют физической величиной, называемой **моментом инерции.** Всякое тело, независимо от того, вращается оно или покоится, обладает моментом инерции относительно любой оси, подобно тому как тело обладает массой независимо от того, движется оно или находится в покое. Момент инерции является скалярной величиной. Для материальной точки массой m, находящейся на некотором расстоянии r от неподвижной оси вращения, момент инерции относительно этой оси равен произведению массы точки на квадрат расстояния ее до оси вращения, т. е.

$$I = mr^2. \qquad (1)$$

Момент инерции – величина аддитивная, то есть момент инерции системы тел равен сумме моментов инерции всех тел системы, тогда для системы из n материальных точек получим

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2. \qquad (2)$$

Момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси вращения в случае непрерывного распределения массы определяется интегралом:

$$I = \int_V \rho r^2 dV, \qquad (3)$$

где V – объем тела, а ρ – его плотность. Моменты инерции твердых тел геометрически правильной и простой формы обычно рассчитывают, пользуясь выражениями (3) и (2), для тел неправильной или сложной формы момент инерции определяют экспериментально.

Для твердого однородного диска (сплошного цилиндра) массой m и радиуса R момент инерции относительно оси, проходящей через его центр инерции параллельно образующей, может быть вычислен по формуле

$$I = \frac{1}{2} m R^2. \qquad (4)$$

Момент инерции однородного стержня массой m и длиной l относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно к нему, определяется как

$$I = \frac{1}{12} m l^2. \qquad (5)$$

Если для какого-либо тела определен его момент инерции I_0 относительно оси, проходящей через центр масс, то момент инерции I относительно любой оси, параллельной первой может быть найден по **теореме Штейнера**

$$I = I_0 + m a^2, \qquad (6)$$

где m – масса тела, a – расстояние от центра масс тела до оси вращения.

Пусть имеется цилиндрический стержень диаметром d и длиной L, к которому подвешен диск, диаметр которого D и масса m (рисунок 1). Если к данной системе приложить пару сил с моментом силы M, то стержень закрутится на некоторый угол φ, и в стержне возникнет момент упругой силы $M_{упр}$. Если угол закручивания φ мал, то справедлив закон Гука для упругой деформации кручения

$$M_{\text{упр}} = f\varphi, \qquad (7)$$

где f – модуль кручения, зависящий от материала и геометрических размеров тела. Если системе диск-стержень предоставить свободу движения, то она будет совершать крутильные колебания. Период этих колебаний определяется формулой

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{f}}. \qquad (8)$$

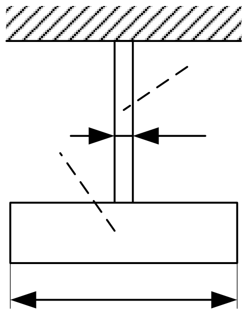


Рисунок 1

Модуль кручения и модуль сдвига материала стержня связаны следующим образом:

$$f = \frac{\pi d^4}{32L}G. \qquad (9)$$

Подставляя (9) в (8), можно легко получить выражение для определения модуля сдвига

$$G = \frac{128\pi LI}{T^2 d^4}, \qquad (10)$$

где момент инерции диска I рассчитывается по формуле (4).

Подвешивая на одном и том же стержне (проволоке) эталонное тело с известным моментом инерции (диск), а затем другое тело с неизвестным моментом инерции (стержень, брусок), для периодов их колебаний соответственно можно записать:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{f}}, \quad T_x = 2\pi\sqrt{\frac{I}{f}}.$$

Из этих выражений получим формулу для определения неизвестного момента инерции

$$I_x = I\frac{T_x^2}{T^2}. \qquad (11)$$

2 Оборудование и приборы

Крутильные маятники, состоящие из подвешенных на проволоке различных тел – диска, стержня, полого бруска; линейка, штангенциркуль, секундомер.

3 Порядок выполнения работы

3.1 Измерить диаметры эталонного диска D и проволоки d.

3.2 Вычислить момент инерции эталонного диска $I_{расч}$ по формуле (4), масса диска – 2980 г.

Таблица 1

Тело	t, с	T	$\langle T \rangle$	$I_{расч}$	I	Примечание
		с		кг·м^2		
Эталонное (Диск)					—	$D =$ $d =$ $m =$ $L =$ $G =$
Стержень						$d =$ $l =$ $m =$ $\varepsilon =$
Полый брусок				—		

3.3 Повернуть диск на малый угол (менее 5°) и предоставить ему возможность совершать колебания, определить время t, за которое диск совершает N полных колебаний (значение N узнать у преподавателя). Опыт проделать 5 раз. Вычислить период колебаний в каждом опыте по формуле $T = t/N$, а затем найти среднее значение $\langle T \rangle$.

3.4 Вычислить модуль сдвига по формуле (10), подставив в нее значения длины проволоки L (указана на установке), момента инерции диска $I_{расч}$, периода колебаний $\langle T \rangle$ и диаметра проволоки d.

3.5 Согласно п. 3.3 провести эксперимент для стержня. Определить среднее значение периода колебаний $\langle T_x \rangle$.

3.6 Вычислить момент инерции $I_{\text{расч}}$ стержня по формуле (5) (длина стержня l и его масса m указаны на установке).

3.7 По формуле (11) вычислить момент инерции стержня I_x, подставив в нее среднее значение периода колебаний для эталонного диска $\langle T \rangle$ и среднее значение периода колебаний стержня $\langle T_x \rangle$.

3.8 Сравнить экспериментальное I_x и теоретическое $I_{\text{расч}}$ значения моментов инерции стержня, найти величину несоответствия в процентах

$$\varepsilon = \frac{\left| I_{\text{расч}} - I_x \right|}{I_x} \cdot 100\ \%.$$

3.9 Согласно пп. 3.3 и 3.5 экспериментально определить значение момента инерции полого бруска.

3.10 Заполнить таблицу 1.

Контрольные вопросы

1 Что называется моментом инерции материальной точки?
2 Как теоретически определить момент инерции твердых тел?
3 От чего зависит период крутильных колебаний?
4 Сформулируйте теорему Штейнера.
5 Как в данной работе определяется момент инерции твердых тел?

Лабораторная работа № 1.9

ИЗУЧЕНИЕ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ

Цель работы: ознакомиться с методами определения модулей упругости по деформации растяжения.

1 Краткие сведения из теории

Изменение формы и объема твердого тела под действием внешних сил называется **деформацией**. Если после прекращения действия внешних сил тело восстанавливает свои размеры и форму, то такая деформация называется упругой. Деформация будет являться упругой в случае, если внешняя сила не превосходит определенного значения, которое называется *пределом упругости*. При превышении этого предела деформация становится пластической. В этом случае после устранения внешних сил первоначальные форма и размеры тела полностью не восстанавливаются. Деформации реального тела всегда пластические, так как они после прекращения действия внешних сил никогда полностью не исчезают. Однако если остаточные деформации малы, то ими можно пренебречь. Упругие деформации твердых тел подчиняются закону Гука, согласно которому величина деформации пропорциональна величине приложенной силы, т. е.

$$\Delta x = k'F, \tag{1}$$

где k' – постоянный коэффициент для данной деформации определенного твердого тела.

Деформация возникает вследствие относительного смещения частиц твердого тела. При этом появляется сила, стремящаяся вернуть частицы в их прежнее положение, которому соответствует минимум их потенциальной энергии. Она называется **силой упругости.** Согласно второму закону Ньютона

$$\vec{F}_{\text{упр}} = -\vec{F}, \tag{2}$$

т. е. сила упругости уравновешивает приложенную силу:

$$F_{\text{упр}} = F. \tag{3}$$

Из этого выражения и формулы (1) следует, что закон Гука может быть записан также в следующем виде:

$$F_{\text{упр}} = -k\Delta x; \quad F = k\Delta x, \tag{4}$$

где $F_{\text{упр}}, F$ – проекция силы упругости и внешней силы на ось x, k – *коэффициент упругости*, численно равный приложенной силе, вызывающей деформацию, равную единице ее измерения. Отметим, что $k = 1/k'$.

Упругие деформации бывают следующих видов: *растяжение (сжатие), изгиб, кручение, сдвиг*. В данной лабораторной работе изучается деформация растяжения.

Рассмотрим однородный стержень длиной l и площадью поперечного сечения S. Под действием силы $\vec{F}$ этот стержень растянется на величину Δl, называемую удлинением (рисунок 1). Деформация приводит к возникновению в стержне упругих сил. Эти силы характеризуются напряжением σ, которое определяют как отношение модуля силы к площади поперечного сечения:

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр}}}{S}. \tag{5}$$

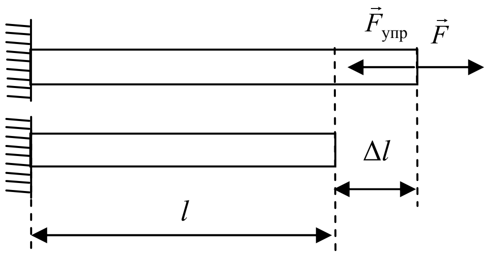


Рисунок 1

Введем относительное удлинение стержня как

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \tag{6}$$

тогда закон Гука для стержня запишется в виде

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \tag{7}$$

т.е. относительное удлинение стержня прямо пропорционально напряжению и обратно пропорционально коэффициенту E, который называется **модулем Юнга** и характеризует упругие свойства материала стержня. Подставляя (6) в (7), можно записать:

$$E = \frac{\sigma l}{\Delta l}. \tag{8}$$

Выражение (8) определяет **физический смысл модуля Юнга**: модуль Юнга равен такому напряжению, при котором относительное удлинение было бы равно единице ($E = \sigma$, если $\Delta l = l$), если бы столь большие упругие деформации были возможны. В СИ модуль упругости измеряется, как и напряжение, в паскалях (Па). Используя уравнения (4) – (7), можно найти связь между коэффициентом упругости и модулем Юнга:

$$k = \frac{ES}{l}.$$

В лабораторной работе роль стержня будет играть круглая в сечении проволока. Для экспериментального определения модуля Юнга подставим выражение (5) в (8), выразим площадь поперечного сечения через диаметр и, так как модуль силы упругости равен модулю внешней силы, получим

$$E = \frac{4l}{\pi d^2}\frac{F}{\Delta l}. \tag{9}$$

2 Оборудование и приборы

В работе используется установка для определения модуля Юнга металлической проволоки по ее растяжению (рисунок 2). В установке для определения модуля Юнга металлической проволоки *П* по ее растяжению (см. рисунок 2) верхний конец испытуемой проволоки прикреплен к кронштейну *K1* , а нижний – к параллелепипеду *P*. Натяжение проволоки можно менять, перекладывая грузы с площадки *Q1* на площадку *Q2* и наоборот. При этом параллелепипед *P* перемещается вниз при удлинении проволоки. Удлинение измеряется с помощью индикатора часового типа *M*, установленного так, что конец его ножки упирается в грань параллелепипеда *P*. При уменьшении нагрузки параллелепипед *P* перемещается вверх и проволока укорачивается.

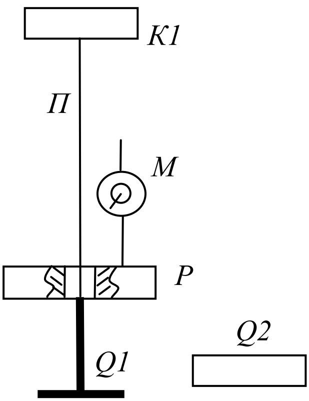


Рисунок 2

3 Порядок выполнения работы

3.1 Измерить длину проволоки l между зажимами.

3.2 Измерить диаметр проволоки в нескольких местах и найти его среднее значение.

3.3 Перекладывая грузы известной массы с площадки *Q2* на площадку *Q1*, записать показания индикатора, соответствующие каждой нагрузке. То же проделать в обратном порядке, т. е. снимая грузы с площадки *Q1*. Результаты занести в таблицу 1.

3.4 Для каждого значения нагрузки вычислить значение модуля Юнга по формуле (9).

3.5 Построить график зависимости удлинения Δl от приложенной силы *F*, убедиться, что имеет место линейная зависимость (выполняется закон Гука).

3.6 Определить среднее значение модуля Юнга, отклонения от среднего значения, среднюю квадратичную погрешность, абсолютную погрешность при $P = 0{,}95$, относительную погрешность измерений. Результат представить в следующем виде:

$$E = \left(\langle E \rangle \pm \Delta E\right)\text{Па}, \quad \varepsilon = \ldots, \quad \text{при} \quad P = 0{,}95.$$

Таблица 1

<table>
<tr><th rowspan="3">№</th><th rowspan="3">m, кг</th><th rowspan="3">F, Н</th><th colspan="3">Абсолютное удлинение проволоки, мм</th><th>d</th><th>l</th><th>E</th><th>$\langle E \rangle$</th></tr>
<tr><th rowspan="2">при увеличении нагрузки Δl_1</th><th rowspan="2">при уменьшении нагрузки Δl_2</th><th rowspan="2">$\Delta l = \frac{\Delta l_1 + \Delta l_2}{2}$</th><th colspan="2" rowspan="2">м</th><th colspan="2" rowspan="2">Па</th></tr>
<tr></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Контрольные вопросы

1 Что называется деформацией? Какие деформации называются упругими и какие пластическими? Примеры.

2 Виды упругих деформаций, их механизм.

3 Что такое сила упругости. Пояснить смысл выражения $\vec{F}_{\text{упр}} = -\vec{F}$.

4 Изложить сущность закона Гука.

5 Сформулировать закон Гука для упругого растяжения стержня. Что такое упругое напряжение?

6 Физический смысл модуля Юнга. Связь коэффициента упругости и модуля Юнга.

7 Изложить метод определения модуля Юнга.

Лабораторная работа № 1.10

ИЗУЧЕНИЕ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ИЗГИБЕ

Цель работы: ознакомиться с методом определения модуля упру гости по деформациям изгиба.

1 Краткие сведении из теории

Изменение формы и объема твердого тела под действием внешних сил называется **деформацией**. Если после прекращения действия внешних сил тело восстанавливает свои размеры и форму, то такая деформация называется упругой. Деформация будет являться упругой в случае, если внешняя сила не превосходит определенного значения, которое называется *пределом упругости*. При превышении этого предела деформация становится пластической. В этом случае после устранения внешних сил первоначальные форма и размеры тела полностью не восстанавливаются. Деформации реального тела всегда пластические, так как они после прекращения действия внешних сил никогда полностью не исчезают. Однако если остаточные деформации малы, то ими можно пренебречь. Упругие деформации твердых тел подчиняются закону Гука, согласно которому величина деформации пропорциональна величине приложенной силы:

$$\Delta x = k'\vec{F}, \tag{1}$$

где k' – постоянный коэффициент для данной деформации определенного твердого тела.

Деформация возникает вследствие относительного смещения частиц твердого тела. При этом появляется сила, стремящаяся вернуть частицы в их прежнее положение, которому соответствует минимум их потенциальной энергии. Она называется **силой упругости.** Согласно второму закону Ньютона

$$\vec{F}_{\text{упр}} = -\vec{F}, \tag{2}$$

т. е. сила упругости уравновешивает приложенную силу:

$$F_{\text{упр}} = F. \tag{3}$$

Из этого выражения и формулы (1) следует, что закон Гука может быть записан также в следующем виде:

$$F_{\text{упр}} = -k\Delta x; \quad F = k\Delta x, \qquad (4)$$

где $F_{\text{упр}}$, F – проекция силы упругости и внешней силы на ось x, k – *коэффициент упругости*, численно равный приложенной силе, вызывающей деформацию, равную единице ее измерения. Отметим, что $k = 1/k'$. Коэффициент упругости зависит не только от материала тела, но и от его размеров и формы. Упругие свойства материала характеризуются **модулем Юнга**, который связан с коэффициентом упругости следующим выражением:

$$k = \frac{ES}{l},$$

где S – поперечное сечение тела, l – его длина.

Упругие деформации бывают следующих видов: *растяжение (сжатие), изгиб, кручение, сдвиг*. Деформации растяжения и сдвига – однородные, т. е. все бесконечно малые элементы тела деформированы одинаково. Деформации кручения и изгиба – неоднородные. В данной лабораторной работе изучается деформация изгиба.

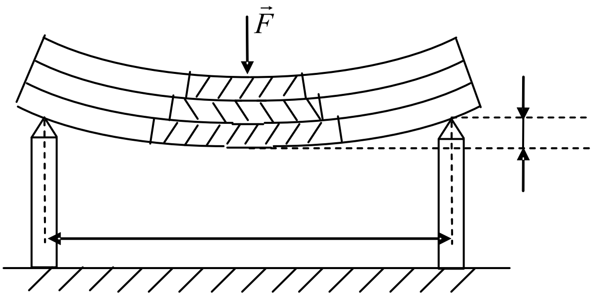


Рисунок 1

Если прямой упругий однородный стержень, положенный на две опоры, нагрузить в середине, то он прогнется (рисунок 1). При таком изгибе нижние слои стержня растягиваются, верхние –сжимаются, а некоторый средний слой (нейтральный) сохраняет длину и только искривляется. Смещение h середины стержня при изгибе называется **стрелой прогиба.**

При изгибе стержня прямоугольного сечения модуль Юнга определяется по формуле

$$E = \frac{Fl^3}{4ab^3h}, \qquad (5)$$

где F – деформирующая сила; l – расстояние между точками опоры; a,b – стороны прямоугольного сечения при условии, что сила F действует параллельно стороне b; h – стрела прогиба.

2 Оборудование и приборы

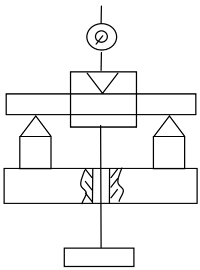


Рисунок 2

В работе используется установка для определения модуля Юнга по деформации изгиба (рисунок 2). В установке опорами для образца служат трехгранные призмы. Грузы подвешиваются к середине образца при помощи специальной рамки, снабженной в верхней части призмой, а в нижней – крючком. Стрела прогиба измеряется при помощи индикатора, упирающегося своей ножкой в верхнюю грань образца в его середине.

3 Порядок выполнения работы

3.1 Измерить в нескольких местах ширину a и толщину b стержня, найти их средние значения. Измерить среднее расстояние l между ребрами опорных призм.

3.2 Подвешивая к рамке грузы известной массы, измерить индикатором стрелу прогиба h при каждой нагрузке. То же самое проделать в обратном порядке, т. е. разгружая стержень. Результаты измерений занести в таблицу 1.

3.3 Для каждого значения F вычислить по формуле (5) значение модуля упругости E. Результаты занести в таблицу 1.

3.4 Построить график зависимости стрелы прогиба h от приложенной силы F, убедиться, что имеет место линейная зависимость (выполняется закон Гука).

3.5 Определить среднее значение модуля Юнга, отклонения от среднего значения, среднюю квадратичную погрешность, абсолютную погрешность при P = 0,95, относительную погрешность измерений. Результат представить в следующем виде:

$$E = \left(\langle E\rangle \pm \Delta E\right)\text{Па},\quad \varepsilon = \ldots,\quad \text{при}\quad P = 0{,}95.$$

Т а б л и ц а 1

№	m, кг	F, Н	Стрела прогиба, мм			a	b	l	E	$\langle E\rangle$
			при увеличении нагрузки h_1	при уменьшении нагрузки h_2	$h = \dfrac{h_1 + h_2}{2}$	м			Па	
1										
2										
3										
4										
5										

Контрольные вопросы

1 Что называется деформацией? Какие деформации называются упругими и какие пластическими? Примеры.

2 Виды упругих деформаций.

3 Что такое сила упругости? Пояснить смысл выражения $\vec{F}_{\text{упр}} = -\vec{F}$.

4 Изложить сущность закона Гука. Физический смысл модуля Юнга. Связь коэффициента упругости и модуля Юнга

5 Объяснить механизм деформации изгиба. Что такое стрела прогиба?

6 Изложить метод определения модуля Юнга.

Л а б о р а т о р н а я р а б о т а № 1.11

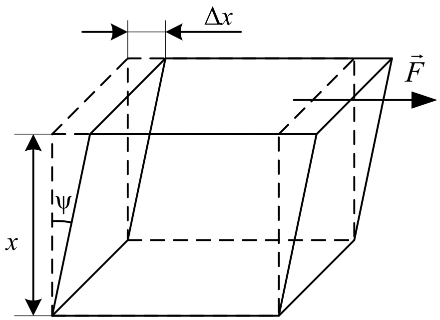
ИЗУЧЕНИЕ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ КРУЧЕНИИ

Цель работы: ознакомиться с методом определения модуля упругости по деформациям кручения.

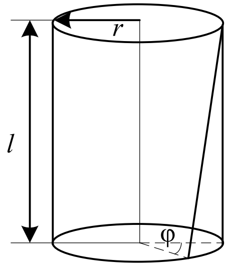
1 Краткие сведении из теории

Изменение формы и объема твердого тела под действием внешней силы называется **деформацией.** Деформация, которая исчезает с прекращением действия силы, называется у п р у г о й. Упругие деформации твердых тел подчиняются з а к о н у Г у к а, согласно которому *величина деформации пропорциональна приложенной силе.* Деформация возникает вследствие относительного смещения частиц твердого тела. При этом появляется сила, стремящаяся вернуть частицы в их прежнее положение, которому соответствует минимум их потенциальной энергии. Она называется **силой упругости**. Когда сила, действующая на тело, переходит определенный предел, наступает так называемая пластическая деформация, которая не исчезает полностью после прекращения действия силы. Деформации реального тела всегда пластические, так как они после прекращения действия внешних сил никогда полностью не исчезают. Однако если остаточные деформации малы, то ими можно пренебречь.

Упругие деформации бывают следующих видов: *растяжение (сжатие), изгиб, кручение, сдвиг*. Деформации растяжения и сдвига – однородные, т. е. все бесконечно малые элементы тела деформированы одинаково. Деформации кручения и изгиба – неоднородные. В лабораторной работе рассматриваются следующие виды упругих деформаций: сдвиг и кручение (рисунок 1).



Сдвиг



Кручение

Рисунок 1

Возьмем однородное твердое тело в форме прямоугольного параллелепипеда и, закрепив нижнее основание, приложим к верхнему по касательной силу F (см. рисунок 1). Под действием этой силы каждый слой сдвинется относительно соседних с ним слоев, в результате чего верхнее основание сместится относительно нижнего на Δx. Угол ψ между гранью до деформации и гранью после деформации называется **углом сдвига**. Этот угол характеризует относительный сдвиг:

$$\frac{\Delta x}{x} = \operatorname{tg}\psi. \qquad (1)$$

Так как при упругих деформациях угол сдвига ψ мал, то можно считать $\operatorname{tg}\psi \approx \psi$. Таким образом, относительный сдвиг определяется формулой

$$\frac{\Delta x}{x} \approx \psi. \tag{2}$$

Деформация сдвига приводит к возникновению в каждой точке параллелепипеда тангенциального (касательного) упругого напряжения, которое определяется как модуль силы, приходящейся на единицу площади воображаемой поверхности, параллельной верхней грани тела:

$$\sigma_\tau = \frac{F}{S}. \tag{3}$$

Закон *Гука для упругой деформации сдвига* можно записать в виде

$$\psi = \frac{1}{G}\frac{F}{S} = \frac{1}{G}\sigma_\tau, \tag{4}$$

где G – модуль сдвига. **Модуль сдвига** зависит только от свойств материала и численно равен такому касательному напряжению, при котором угол сдвига оказался бы равным 45° ($G = F / S = \sigma_\tau$, если $\operatorname{tg}\psi = 1$), если бы столь огромные упругие деформации были возможны. Измеряется G, как и модуль Юнга E, в паскалях.

Рассмотрим однородный стержень цилиндрической формы и, закрепив верхнее основание, приложим к нижнему момент силы M, закручивающий стержень на некоторый угол φ, тогда в стержне возникнет момент упругой силы $M_{упр}$. Относительной деформацией будет отношение дуги угла закручивания φ к длине стержня l (см. рисунок 1). Если угол закручивания φ мал, то справедлив закон Гука для упругой деформации кручения:

$$M_{упр} = f\varphi, \tag{5}$$

где f – модуль кручения, зависящий от материала и геометрических размеров тела. Модуль кручения и модуль сдвига материала стержня G связаны следующим образом:

$$f = \frac{\pi r^4}{2l} G, \tag{6}$$

где r – радиус стержня. Можно показать, что кручение сводится к сдвигу и что *закон Гука для упругой деформации кручения* выражается формулой

$$\frac{\varphi}{l} = \frac{1}{G} \frac{2M}{\pi r^4}. \tag{7}$$

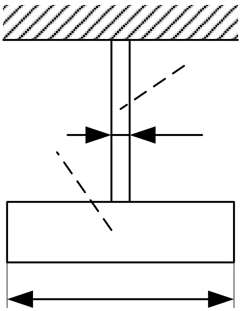


Рисунок 2

Пусть имеется цилиндрический стержень (диск) (рисунок 2) с радиусом основания R и высотой h, подвешенный на проволоке длиной l и радиусом r так, что оси цилиндра и проволоки совпадают (крутильный маятник). Приложив к диску пару сил, закрутим проволоку на некоторый угол φ, а затем предоставим систему самой себе. Система начнет совершать крутильные колебания. Период этих колебаний определяется формулой

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{f}} = 2\pi \sqrt{\frac{2Il}{\pi r^4 G}}. \tag{8}$$

Выражая из (8) модуль сдвига, получим

$$G = \frac{8\pi l I}{T^2 r^4}, \tag{9}$$

где момент инерции диска I рассчитывается по формуле

$$I = \frac{mR^2}{2}.$$

Если m – масса диска, ρ – плотность его вещества, h – высота диска, тогда момент инерции

$$I = \frac{\pi R^4 \rho h}{2}. \tag{10}$$

Подставляя величину момента инерции из уравнения (10) в уравнение (9), для модуля сдвига получаем

$$G = \frac{4\pi^2 l R^4 \rho h}{r^4 T^2}.$$

На практике удобнее измерять не радиусы, а диаметры диска D и проволоки d. Поэтому формулу для модуля сдвига перепишем в следующем виде:

$$G = \frac{4\pi^2 l D^4 \rho h}{d^4 T^2}. \qquad (11)$$

2 Оборудование и приборы

Крутильный маятник (см. рисунок 2), линейка, штангенциркуль, секундомер.

3 Порядок выполнения работы

3.1 Измерить диаметр диска D, диаметр проволоки d, длину проволоки l, высоту диска h. Значение плотности ρ взять из справочных таблиц.

3.2 Повернуть диск на малый угол (менее 5°) и предоставить ему возможность совершать колебания, определить время t, за которое диск совершает N полных колебаний (значение N узнать у преподавателя). Опыт проделать 5 раз. Вычислить период колебаний в каждом опыте по формуле $T = t/N$.

3.3 Вычислить модуль сдвига по формуле (11).

3.4 Определить среднее значение модуля сдвига, отклонения от среднего значения, среднюю квадратичную погрешность, абсолютную погрешность при $P = 0{,}95$, относительную погрешность измерений. Заполнить таблицу 1. Результат представить в следующем виде:

$$G = \left(\langle G \rangle \pm \Delta G\right)\text{Па}, \quad \varepsilon = \ldots, \quad \text{при} \quad P = 0{,}95.$$

Таблица 1

№	N	t	T	d	l	D	h	ρ,	G	$\langle G \rangle$
		с		м				кг/м^3	Па	
1										
2										
3										
4										
5										

Контрольные вопросы

1 Что называется деформацией? Какие деформации называются упругими и какие пластическими? Виды упругих деформаций.

2 Что такое сила упругости? Как она направлена?

3 Объяснить механизм деформаций сдвига, кручения.

4 Сформулировать закон Гука для упругих деформаций сдвига и кручения.

5 Объяснить физический смысл модуля сдвига и модуля Юнга.

6 Изложить методы определения модуля Юнга и модуля сдвига.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Савельев, И. В.** Курс общей физики. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. – СПб. : Лань, 2007. – 432 с.

2 **Детлаф, А. А.** Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М Яворский. – М. : Высшая школа, 2002. – 718 с.

3 **Трофимова, Т. И.** Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Издательский центр «Академия», 2006. – 560 с.

4 **Наркевич, И. И**. Физика / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. – Мн. : Новое знание, 2004. – 680 с.

5 Физика / А. В. Ильюшонок [и др.]. – Мн. : ИНФРА-М, 2013. – 600 с.

6 **Матвеев, А. Н.** Механика и теория относительности / А. Н. Матвеев. – М. : Мир и Образование, 2003. – 432 с.

7 **Сивухин, Д. В.** Общий курс физики. В 5 т. Т. I. Механика / Д. В. Сивухин. – М. : ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2005. – 560 с.

8 **Доценко, Е. И.** Физика. Механика. Молекулярная физика и термодинамика / Е. И. Доценко, В. А. Зыкунов, И. В. Приходько. – М-во образование Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2014. – 203 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
(*справочное*)

СПРАВОЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ

1 Некоторые физические постоянные (округленные значения)

Скорость света в вакууме	$c = 3\cdot10^8$ м/с
Гравитационная постоянная	$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м^2·кг$^{-2}$
Нормальное ускорение свободного падения	$g = 9{,}81$ м/с^2
Постоянная Авогадро	$N_А = 6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8{,}31$ Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Объём 1 моля газа при нормальных условиях	$V_\mu = 22{,}4\cdot10^{-3}$ м^3/моль
Элементарный электрический заряд	$q = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	$m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	$m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м
Магнетон Бора	$\mu_Б = 9{,}27\cdot10^{-24}$ Дж/Тл
Постоянная Планка	$h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с

2 Плотность твёрдых тел и жидкостей

Вещество	ρ, $\cdot10^3$ кг/м^3	Вещество	ρ, $\cdot10^3$ кг/м^3
Алюминий	2,71	Латунь	8,5
Сталь	7,80	Вода (при 4 ^{0}С)	1,00
Медь	8,93	Масло касторовое	0,90

3 Упругие свойства некоторых материалов

	Железо	Бронза	Сталь	Латунь
Модуль Юнга E, $\cdot\,10^{11}$ *Па*	1,96	9,8	2,16	6,9
Модуль сдвига G, $\cdot\,10^{10}$ *Па*	8,2	3,5	8,1	3,8

4 Множители и приставки для образования десятичных, кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка			Приставка		
Обозначение	Наименование	Множитель	Обозначение	Наименование	Множитель
Э	экса	10^{18}	д	деци	10^{-1}
П	пэта	10^{15}	с	санти	10^{-2}
Т	тера	10^{12}	м	милли	10^{-3}
Г	гига	10^{9}	мк	микро	10^{-6}
М	мега	10^{6}	н	нано	10^{-9}
к	кило	10^{3}	п	пико	10^{-12}
г	гекта	10^{2}	ф	фемто	10^{-15}
да	дека	10^{1}	а	атто	10^{-18}

5 Греческий алфавит

Обозначения букв		Названия букв	Обозначения букв		Названия букв
Α	α	альфа	Ν	ν	ню
Β	β	бета	Ξ	ξ	кси
Γ	γ	гамма	Ο	ο	омикрон
Δ	δ	дельта	Π	π	пи
Ε	ε	эпсилон	Ρ	ρ	ро
Ζ	ζ	дзета	Σ	σ	сигма
Η	η	эта	Τ	τ	тау
Θ	ϑ	тета	Υ	υ	ипсилон
Ι	ι	йота	Φ	φ	фи
Κ	κ	каппа	Χ	χ	хи
Λ	λ	ламбда	Ψ	ψ	пси
Μ	μ	мю	Ω	ω	омега

СОДЕРЖАНИЕ