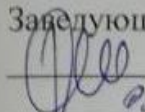


Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет транспорта»

Кафедра «Строительная механика»

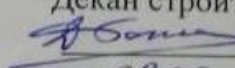
СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой

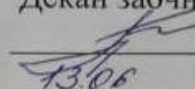
 Э.И. Старовойтов
22.05 2016г.

СОГЛАСОВАНО

Декан строительного факультета

 Д.И. Бочкарев
08.06 2016 г.

Декан заочного факультета

 В.В. Пигунов
13.06 2016 г.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ:

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ И ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ.

для специальности

1-70 03 01 Автомобильные дороги

Составитель: С.А. Воробьев, доцент кафедры «Строительная механика»
Учреждения образования «Белорусский государственный университет транспорта», кандидат физико-математических наук, доцент

Рассмотрено и утверждено
на заседании кафедры «Строительная механика» 28 апреля 2016 г.
протокол № 4

Рассмотрено и утверждено
на заседании совета строительного факультета 23.05 2016 г.
протокол № 4

Рассмотрено и утверждено
на заседании совета заочного факультета 20.05 2016 г.
протокол № 3

2016

СПИСОК РЕЦЕНЗЕНТОВ

1. Кафедра «Техническая механика» УО «Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого» (подп. д. ф.-м. н., профессор О. Н. Шабловский).
2. Зав. лабораторией «Механика композитов и биополимеров» ИММС НАНБ к.т.н., доцент С. А. Шилько.

ВВЕДЕНИЕ

Краткая характеристика. Учебно-методический комплекс дисциплины (далее УМКД) – совокупность нормативно-методических документов и учебно-программных материалов, обеспечивающих реализацию дисциплины в образовательном процессе и способствующих эффективному освоению студентами учебного материала, а также интерактивные учебные задания для тренинга, средства контроля знаний и умений обучающихся.

УМКД «Сопротивление» разработан с целью унификации учебно-методического обеспечения и повышения качества учебного процесса для студентов строительной специальности.

Цель дисциплины – формирование знаний, умений и профессиональных компетенций по методам расчета на прочность, жесткость и устойчивость стержневых элементов строительных конструкций в условиях воздействия квазистатических и динамических нагрузок, развитие и закрепление академических и социально-личностных компетенций.

Основными задачами дисциплины являются: развитие студентами навыков самостоятельной исследовательской работы в практике инженерных расчетов; освоение теоретического материала, который позволит заложить основу для изучения курсов строительной механики, строительных и инженерных конструкций.

При создании УМКД «Сопротивление материалов и теория упругости» использовались следующие нормативные документы: и

- «Положение об учебно-методическом комплексе специальности (направлению специальности) и дисциплины на уровне высшего образования» № П-49-2013 от 24.10.2013.
- «Положение о первой ступени высшего образования (утв. 18.01.2008 г. № 68);
- «Общегосударственный классификатор Республики Беларусь «Специальности и квалификации» ОКРБ 011-2009»;
- общеобразовательный стандарт ОСВО 1-70 03 01-2013.

Оглавление

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ.....	5
1.1 СПИСОК УЧЕБНИКОВ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИХ ПОСОБИЙ, ИМЕЮЩИХСЯ В БИБЛИОТЕКЕ БЕЛГУТА	5
1.2 СПИСОК УЧЕБНИКОВ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИХ ПОСОБИЙ, НЕ ИМЕЮЩИХСЯ В БИБЛИОТЕКЕ БЕЛГУТА	5
2. ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ.....	6
2.1. . ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ	6
-для дневного обучения	6
-для заочного обучения	6
2.2 ТЕМЫ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ.....	6
-для дневного обучения	6
-для заочного обучения	7
2.3. ТЕМЫ СУРС (для заочного обучения).....	7
3. РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ	8
3.1. ТЕМЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ (для заочного обучения)	8
3.2. ТЕМЫ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ (для дневного обучения)	8
3.3. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ (заочное обучение):.....	8
-первый семестр.....	8
-второй семестр	10
3.4. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ (дневное отделение):.....	11
-первый семестр.....	11
-второй семестр	12
-третий семестр.....	13
3.5. ТЕСТОВЫЕ ВОПРОСЫ	14
3.6. ТИПОВОЕ ЗАДАНИЯ НА РГР №1	31
3.7. ТИПОВОЕ ЗАДАНИЯ НА РГР №2	33
3.8. ТИПОВОЕ ЗАДАНИЯ НА РГР №3 и КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ	35
3.9. ТИПОВОЕ ЗАДАНИЯ НА РГР №4 и КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ	37
3.10. ТИПОВОЕ ЗАДАНИЯ НА РГР №5	39
3.11. ТИПОВОЕ ЗАДАНИЯ НА РГР №6	41
3.12. ТИПОВОЕ ЗАДАНИЯ НА РГР №7 и КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ	43
3.13. ТИПОВОЕ ЗАДАНИЯ НА РГР №8	44
3.14. ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ РГР по дисциплине	45
4. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ.....	90

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

1.1 Список учебников и учебно-методических пособий, имеющих в библиотеке БелГУТа

1. Старовойтов Э. И. Основы теории упругости пластичности и вязкоупругости. Гомель, БелГУТ, 2001 (учебник)
2. Горшков А. Г., Старовойтов Э. И., Тарлаковский Д. В. Теория упругости пластичности. М.: Физматлит, 2002. (учебник)
3. Александров А. В., Потапов В. Д. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высшая школа, 1990. (учебник)
4. Старовойтов Э. И. Сопротивление материалов. Гомель: БелГУТ, 1999. – 219 с. (учебное пособие)
<http://mechanika.org.ru/index.php?go=Files&in=view&id=67&cat=12>
5. Старовойтов Э. И. Сопротивление материалов. Гомель: БелГУТ, 2004. – 376 с. (учебник)
6. Старовойтов Э. И. Сопротивление материалов. ФИЗМАТЛИТ: Москва, 2008. – 384 с. (учебник)
7. Воробьев С. А. Сопротивление материалов. Прикладная теория колебаний. Гомель: БелГУТ, 2008. – 257 с. (учебное пособие)
8. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. М.:1986. (учебник)
<http://mechanika.org.ru/index.php?go=Files&in=view&id=62&cat=12>
9. Розинко М. И., Смыкова Л. Е., Старовойтов Э. И. Лабораторные работы по сопротивлению материалов (пособие)

1.2 Список учебников и учебно-методических пособий, не имеющих в библиотеке БелГУТа

10. Леоненко Д. В. Эпюры внутренних силовых факторов (электронное издание)
<http://mechanika.org.ru/index.php?go=Files&in=view&id=80&cat=12>
11. Розинко М. И., Смыкова Л. Е. Расчет на прочность и жесткость балки при плоском изгибе (электронное издание)
<http://mechanika.org.ru/index.php?go=Files&in=cat&id=11>

2. ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

2.1. Темы практических занятий

-для дневного обучения

1. Построение эпюр продольных сил N в стержнях
2. Построение эпюр крутящих моментов M_z в стержнях.
3. Построение эпюр поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x в стержнях.
4. Построение эпюр внутренних усилий в рамах.
5. Контрольная работа на построение эпюр внутренних силовых факторов.
6. Геометрические характеристики плоских сечений.
7. Плоский изгиб.
8. Дифференциальное уравнение упругой линии балки.
9. Определение перемещений в упругих системах
10. Расчет статически неопределимых балок и рам
11. Расчет пространственного бруса.
12. Расчеты на устойчивость.
13. Тестовый контроль.
14. Динамические задачи. Циклические нагрузки.
15. Изгиб пластин.
16. Плоская задача теории упругости.
17. Плоское деформированное состояние.
18. Метод упругих решений теории малых упругопластических деформаций.
19. Вычисление значений напряжений на наклонной площадке. Разложение тензора напряжений на девиаторную и шаровую части.
20. Вычисление компонент тензора деформаций. Закон Гука

-для заочного обучения

1. Построение эпюр внутренних силовых факторов в стержнях.
2. Напряженно-деформированное состояние в точке.
3. Расчет пространственного бруса.

2.2 Темы лабораторных занятий

-для дневного обучения

1. Испытание стали на растяжение.
2. Испытание на растяжение чугуна.
3. Испытание материалов на сжатие.
4. Определение модуля Юнга и коэффициента Пуассона стали.
5. Поляризационно-оптический метод определения напряжений.
6. Определение напряжений при плоском поперечном изгибе.
7. Определение перемещений при плоском поперечном изгибе.
8. Определение модуля сдвига и относительного сдвига стали при кручении.
9. Косой изгиб.
10. Испытание на внецентренное растяжение.
11. Определение критической силы сжатого стержня при продольном изгибе.

12. Определение напряжений в кривых брусках.
13. Испытание металлов на удар.
14. Испытание материала при переменных нагрузках.

-для заочного обучения

- 1 Испытание стали на растяжение.
2. Испытание чугуна на растяжение.
3. Испытание материалов на сжатие.
4. Определение модуля Юнга и коэффициента Пуассона стали.
5. Внецентренное растяжение бруса
6. Определение напряжений при плоском поперечном изгибе

2.3. Темы СУРС (для заочного обучения)

1. Диаграммы растяжения и сжатия
2. Кручение прямого стержня круглого поперечного сечения.
3. Геометрические характеристики плоских сечений
4. Расчет на прочность при изгибе
5. Плоская задача теории упругости
6. Теории прочности
7. Задача Эйлера.
8. Расчет сжатых стержней на устойчивость.
9. Свободные и вынужденные колебания систем с одной степенью свободы.
10. Усталость и выносливость материалов. Кривые усталости

3. РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

3.1. Темы контрольных работ (для заочного обучения)

1. Плоский изгиб. Геометрические характеристики поперечных сечений.
2. Сложное сопротивление. Ядро сечения.
3. Исследование напряжённо-деформированного состояния в точке упругого тела
4. Плоская задача теории упругости

3.2. Темы расчетно-графических работ (для дневного обучения)

1. Эпюры внутренних силовых факторов.
2. Растяжение и сжатие. Напряженное состояние материала в точке.
3. Плоский изгиб. Геометрические характеристики поперечных сечений.
4. Сложное сопротивление. Ядро сечения.
5. Расчеты стержней на устойчивость.
6. Расчеты при динамических нагрузках.
7. Исследование напряженно-деформированного состояния в точке упругого тела.
8. Плоская задача теории упругости.

3.3. Перечень вопросов к экзамену (заочное обучение):

-первый семестр

1. Основные понятия сопротивления материалов.
2. Основные гипотезы и допущения сопротивления материалов.
3. Внешние и внутренние силы. Метод сечений.
4. Напряжения в точке тела.
5. Перемещения и деформации.
6. Опоры. Понятие о расчетной схеме бруса.
7. Статически определимые и статически неопределимые системы.
8. Эпюры внутренних силовых факторов.
9. Центральное растяжение–сжатие стержня. Напряжения в поперечных сечениях бруса.
10. Закон Гука при растяжении и сжатии. Перемещения и деформации.
11. Поперечное деформирование стержня при растяжении–сжатии.
12. Напряжения на косых площадках. Теорема парности касательных напряжений.
13. Потенциальная энергия деформации при растяжении–сжатии.
14. Дифференциальное соотношение при растяжении–сжатии.
15. Перемещения поперечных сечений бруса. Жесткость поперечных сечений. Эпюры напряжений и перемещений.
16. Диаграммы растяжения.
17. Диаграммы сжатия.
18. Механические свойства материалов при растяжении и сжатии.
19. Расчеты на прочность.
20. Расчеты на прочность и жесткость при растяжении–сжатии.

21. Влияние температуры на механические свойства материалов.
22. Чистый сдвиг
23. Перемещения. Потенциальная энергия деформации при сдвиге.
24. Кручение стержня круглого поперечного сечения.
25. Связь касательных напряжений и крутящего момента.
26. Перемещения. Потенциальная энергия деформации при кручении.
27. Геометрические характеристики при кручении.
28. Расчеты на прочность и жесткость при кручении.
29. Кручение стержней некруглого поперечного сечения.
30. Статические моменты плоской фигуры.
31. Моменты инерции сечения.
32. Изменение моментов инерции при параллельном переносе осей координат.
33. Изменение моментов инерции при повороте системы координат.
34. Главные оси и главные моменты инерции.
35. Моменты инерции простейших фигур.
36. Дифференциальные соотношения при изгибе.
37. Закон Гука при изгибе.
38. Нормальные напряжения при чистом изгибе.
39. Потенциальная энергия деформации при изгибе.
40. Напряжения при поперечном изгибе. Формула Журавского.
41. Распределение напряжений по сечениям прямоугольного и двутаврового профиля.
42. Касательные напряжения в тонкостенных стержнях.
43. Расчеты на прочность при изгибе.
44. Расчет балок с учетом развития пластических деформаций.
45. Дифференциальное уравнение упругой линии балки.
46. Метод начальных параметров.
47. Формула Максвелла-Мора
48. Балка на упругом основании.
49. Тензор напряжений Коши.
50. Свойства тензора напряжений
51. Уравнения равновесия упругого тела.
52. Условия равновесия на границе.
53. Главные оси и главные значения тензора напряжений. Инварианты.
54. Максимальные касательные напряжения.
55. Девиатор и шаровая часть тензора напряжений.
56. Интенсивность тензора напряжений.
57. Перемещения и деформации. Тензор деформации.
58. Соотношения Коши. Главные оси и главные значения тензора деформации.
59. Девиатор и шаровая часть тензора деформации.
60. Интенсивность тензора деформаций. Направляющий тензор деформаций.
61. Уравнения совместности деформаций.
62. Закон Гука.
63. Закон Гука для анизотропного материала. Тензоры модулей упругости и податливости.
64. Температурные эффекты.
65. Постановка задач теории упругости в перемещениях (уравнения Ламе).

66. Постановка задач теории упругости в напряжениях (уравнения Бельтрами – Мичелла).

-второй семестр

1. Плоское деформированное состояние.
2. Плоское напряженное состояние.
3. Уравнения совместности в напряжениях.
4. Функция напряжений Эри.
5. Косой изгиб
6. Изгиб с растяжением.
7. Внецентренное растяжение и сжатие
8. Прочность при сложном напряженном состоянии
9. Первая теория прочности (максимальных нормальных напряжений)
10. Вторая теория прочности (максимальных линейных деформаций)
11. Третья теория прочности (максимальных касательных напряжений)
12. Четвертая теория прочности (энергетическая, Хубера – Мизеса – Хенки)
13. Пятая теория прочности (Мора)
14. Теории разрушений
15. Понятие об устойчивости.
16. Задача Эйлера
17. Зависимость критической силы от условий закрепления стержня
18. Потеря устойчивости при напряжениях, превышающих предел пропорциональности
19. Практические расчеты стержней на устойчивость
20. Продольно-поперечный изгиб
21. Изгибающий момент при продольно-поперечном изгибе
22. Приближенный метод решения задач при продольно поперечном изгибе
23. Допускаемая нагрузка при продольно-поперечном изгибе
24. Поперечный удар
25. Удар по массивной упругой системе. Продольный удар
26. Свободные колебания систем с одной степенью свободы
27. Вынужденные колебания систем с одной степенью свободы
28. Рассеяние энергии при колебаниях
29. Вынужденные колебания с учетом сопротивления среды
30. Резонансные кривые
31. Усталости материалов. Характеристики циклов напряжений
32. Кривые усталости. Предел выносливости материалов
33. Диаграмма предельных амплитуд
34. Концентрация напряжений
35. Масштабный эффект. Коэффициент качества обработки поверхности
36. Коэффициент запаса при циклическом нагружении
37. Понятие о малоцикловой усталости материалов
38. Основные понятия и гипотезы изгиба пластин.
39. Перемещения и деформации в пластине. Напряжения и внутренние усилия в пластине.
40. Дифференциальное уравнение изгиба пластин (уравнение Софи Жермен).
41. Граничные условия для пластины.

42. Цилиндрический изгиб прямоугольной пластинки.
43. Прямоугольная пластинка при синусоидальной нагрузке.
44. Решение в двойных тригонометрических рядах.
45. Применение одинарных тригонометрических рядов.
46. Прямоугольная пластина на упругом основании.
47. Пластичность материалов при растяжении и сжатии.
48. Понятие о деформационной теории пластичности и теории пластического течения.
49. Условия пластичности Треска – Сен-Венана и Хубера – Мизеса – Хенки.
50. Простое и сложное нагружения.
51. Условия простого нагружения.
52. Гипотезы теории малых упругопластических деформаций (теория пластичности Ильюшина).
53. Постановка задач теории малых упругопластических деформаций.
54. Метод упругих решений.
55. Геометрическая интерпретация процесса нагружения. Поверхность течения (нагружения).
56. Теория пластического течения.

3.4. Перечень вопросов к экзамену (дневное отделение):

-первый семестр

1. Основные понятия сопротивления материалов.
2. Основные гипотезы и допущения сопротивления материалов.
3. Внешние и внутренние силы. Метод сечений.
4. Напряжения в точке тела.
5. Перемещения и деформации.
6. Опоры. Понятие о расчетной схеме бруса.
7. Статически определимые и статически неопределимые системы.
8. Эпюры внутренних силовых факторов.
9. Центральное растяжение–сжатие стержня. Напряжения в поперечных сечениях бруса.
10. Закон Гука при растяжении и сжатии. Перемещения и деформации.
11. Поперечное деформирование стержня при растяжении–сжатии.
12. Напряжения на косых площадках. Теорема парности касательных напряжений.
13. Потенциальная энергия деформации при растяжении–сжатии.
14. Дифференциальное соотношение при растяжении–сжатии.
15. Перемещения поперечных сечений бруса. Жесткость поперечных сечений. Эпюры напряжений и перемещений.
16. Диаграммы растяжения.
17. Диаграммы сжатия.
18. Механические свойства материалов при растяжении и сжатии.
19. Расчеты на прочность.
20. Расчеты на прочность и жесткость при растяжении–сжатии.
21. Влияние температуры на механические свойства материалов.
22. Чистый сдвиг

23. Перемещения. Потенциальная энергия деформации при сдвиге.
24. Кручение стержня круглого поперечного сечения.
25. Связь касательных напряжений и крутящего момента.
26. Перемещения. Потенциальная энергия деформации при кручении.
27. Геометрические характеристики при кручении.
28. Расчеты на прочность и жесткость при кручении.
29. Кручение стержней некруглого поперечного сечения.
30. Статические моменты плоской фигуры.
31. Моменты инерции сечения.
32. Изменение моментов инерции при параллельном переносе осей координат.
33. Изменение моментов инерции при повороте системы координат.
34. Главные оси и главные моменты инерции.
35. Моменты инерции простейших фигур.
36. Дифференциальные соотношения при изгибе.
37. Закон Гука при изгибе.
38. Нормальные напряжения при чистом изгибе.
39. Потенциальная энергия деформации при изгибе.
40. Напряжения при поперечном изгибе. Формула Журавского.
41. Распределение напряжений по сечениям прямоугольного и двутаврового профиля.
42. Касательные напряжения в тонкостенных стержнях.
43. Расчеты на прочность при изгибе.
44. Расчет балок с учетом развития пластических деформаций.
45. Дифференциальное уравнение упругой линии балки.
46. Метод начальных параметров.
47. Формула Максвелла-Мора

-второй семестр

1. Косой изгиб
2. Изгиб с растяжением.
3. Внецентренное растяжение и сжатие. Ядро сечения.
4. Напряженное состояние в точке. Закон парности касательных напряжений
5. Напряжения на произвольной площадке
6. Главные оси тензора напряжений
7. Вычисление главных значений тензора напряжений
8. Напряжения на октаэдрических площадках
9. Плоское напряженное состояние. Главные напряжения
10. Главные площадки при плоском напряженном состоянии
11. Деформированное состояние в точке. Тензор деформаций
12. Обобщенный закон Гука
13. Объемная деформация
14. Полная потенциальная энергия деформации
15. Потенциальные энергии изменения объема и формы
16. Прочность при сложном напряженном состоянии
17. Первая теория прочности (максимальных нормальных напряжений)
18. Вторая теория прочности (максимальных линейных деформаций)

19. Третья теория прочности (максимальных касательных напряжений)
20. Четвертая теория прочности (энергетическая, Хубера – Мизеса – Хенки)
21. Пятая теория прочности (Мора)
22. Теории разрушений. Теория трещин Гриффитса
23. Понятие об устойчивости.
24. Задача Эйлера
25. Зависимость критической силы от условий закрепления стержня
26. Потеря устойчивости при напряжениях, превышающих предел пропорциональности
27. Практические расчеты стержней на устойчивость
28. Продольно-поперечный изгиб
29. Изгибающий момент при продольно-поперечном изгибе
30. Приближенный метод решения задач при продольно поперечном изгибе
31. Допускаемая нагрузка при продольно-поперечном изгибе
32. Удар
33. Удар по массивной упругой системе. Продольный удар
34. Свободные колебания систем с одной степенью свободы
35. Вынужденные колебания систем с одной степенью свободы
36. Свободные колебания при рассеянии энергии
37. Вынужденные колебания с учетом сопротивления среды
38. Резонансные кривые
39. Крутильные колебания вала с одной степенью свободы.
40. Усталость материалов. Характеристики циклов напряжений
41. Кривые усталости. Предел выносливости материалов
42. Диаграмма предельных амплитуд
43. Концентрация напряжений
44. Масштабный эффект. Коэффициент качества обработки поверхности
45. Коэффициент запаса при циклическом нагружении
46. Понятие о малоцикловой усталости материалов

-третий семестр

1. Цель и задачи. Ее связь с другими общеинженерными и специальными дисциплинами.
2. Основные гипотезы и допущения теории упругости.
3. Тензор напряжений Коши. Свойства тензора напряжений.
4. Уравнения равновесия упругого тела. Условия равновесия на границе.
5. Главные оси и главные значения тензора напряжений.
6. Максимальные касательные напряжения.
7. Девиатор и шаровая часть тензора напряжений. Интенсивность тензора напряжений.
8. Перемещения и деформации. Тензор деформации. Соотношения Коши.
9. Главные оси и главные значения тензора деформации.
10. Девиатор и шаровая часть тензора деформации. Интенсивность тензора деформаций.
11. Уравнения совместности деформаций.
12. Закон Гука.

13. Температурные эффекты.
14. Типы граничных задач.
15. Уравнения Ламе. Уравнения Бельтрами – Митчелла.
16. Плоское деформированное состояние. Плоское напряженное состояние.
17. Уравнения совместности в напряжениях.
18. Функция напряжений Эри.
19. Гипотезы и допущения в пластине.
20. Перемещения и деформации в пластине.
21. Напряжения и внутренние усилия в пластине.
22. Уравнение Софи Жермен.
23. Граничные условия.
24. Цилиндрический изгиб пластин.
25. Условия пластичности.

3.5. Тестовые вопросы

Гипотезы

Какая из гипотез позволяет изучать свойства материала на образцах

1. гипотеза об идеальной упругости материала
2. гипотеза однородности и сплошности
3. гипотеза об изотропности материала

Какая из гипотез позволяет не учитывать малые остаточные деформации

1. гипотеза об идеальной упругости материала
2. гипотеза однородности и сплошности
3. принцип Сен-Венана

Какая из гипотез позволяет пренебрегать деформацией тела при составлении уравнений равновесия

1. допущение о малости деформаций
2. принцип суперпозиции
3. принцип Сен-Венана

Какая из гипотез говорит о плоских поперечных сечениях

1. гипотеза однородности и сплошности
2. гипотеза Бернулли
3. принцип Сен-Венана

Какая из гипотез позволяет сводить сложную задачу к нескольким простым

1. принцип суперпозиции
2. допущение о малости деформаций
3. принцип Сен-Венана

Какая из гипотез позволяет заменять нагрузку ее статическим эквивалентом

1. принцип суперпозиции
2. допущение о малости деформаций
3. принцип Сен-Венана

Внутренние усилия, напряжения и деформации

В общем случае нагружения в поперечных сечениях стержня возникают

1. три внутренних силовых фактора
2. шесть внутренних силовых факторов
3. девять внутренних силовых факторов

Напряжения измеряются в

1. радианах
2. Паскалях
3. метрах

Деформации измеряются в

1. они безразмерные
2. метрах
3. Паскалях

Коэффициент Пуассона ν измеряется в

1. метрах
2. Паскалях
3. он безразмерный

В каких единицах измеряется модуль Юнга E ?

1. метрах
2. Паскалях
3. он безразмерный

В каких единицах измеряется модуль сдвига G ?

1. метрах
2. Паскалях
3. он безразмерный

Какое из приведенных значений модуля Юнга соответствует стали ?

1. $E = 2 \cdot 10^5$ Па 2. $E = 2 \cdot 10^5$ МПа 3. $E = 2$ МПа

В каких пределах изменяется коэффициент Пуассона ν ?

1. $-0,5 \leq \nu \leq 0,5$ 2. $0 \leq \nu \leq 1$ 3. $0 \leq \nu \leq 0,5$

Реакция в шарнирно-подвижной опоре имеет составляющие

- 1 одну 2 две 3 три

Реакция в шарнирно-неподвижной опоре имеет составляющие

- 1 одну 2 две 3 три

Реакция в жесткой заделке имеет составляющие

- 1 одну 2 две 3 три

Реакция в скользящей заделке имеет составляющие

- 1 одну 2 две 3 три

Опорная реакция и вертикальное перемещение опоры пропорциональны

- 1 в жесткой заделке 2 в скользящей заделке 3. в упругоподатливой опоре

Растяжение–сжатие

При растяжении–сжатии в поперечных сечениях стержня возникает

1. продольная сила N 2. поперечная сила Q_x 3. крутящий момент M_z

При растяжении–сжатии ненулевым внутренним силовым фактором является

1. продольная сила N 2. поперечная сила Q_x 3. крутящий момент M_z

Если $N > 0$, то участок стержня

1. растянут 2. сжат 3. изогнут

Если $N < 0$, то участок стержня

1. растянут 2. сжат 3. изогнут

Закон Гука при растяжении–сжатии

1. $\sigma = E\varepsilon$ 2. $\sigma = N/F$ 3. $\Delta l = \frac{Nl}{EF}$ 3. $\tau = G\gamma$

Закон Гука при растяжении–сжатии с учетом температуры

1. $\sigma = E\varepsilon$ 2. $\sigma = N/F$ 3. $\varepsilon = \sigma/E + \alpha t$ 3. $\Delta l = \frac{Nl}{EF}$

Связь напряжений и внутренних усилий при растяжении – сжатии

1. $\sigma = E\varepsilon$ 2. $\sigma = N/F$ 3. $\varepsilon = \sigma/E + \alpha t$ 3. $\Delta l = \frac{Nl}{EF}$

Какая из величин связывает σ и ε при растяжении–сжатии

1. модуль Юнга E 2. коэффициент Пуассона ν 3. модуль сдвига G

Параметр упругости, входящий в закон Гука при растяжении–сжатии

1. модуль Юнга E 2. коэффициент Пуассона ν 3. модуль сдвига G

Продольная и поперечные деформации при растяжении–сжатии имеют

1. одинаковые знаки 2. противоположные знаки 3. возможны и те, и другие

Продольные деформации при растяжении–сжатии определяются соотношением

1. $\varepsilon_x = -\nu\varepsilon$ 2. $\varepsilon_z = \Delta l/l$ 3. $\Delta l = \frac{Nl}{EF}$

Поперечные деформации при растяжении–сжатии определяются соотношением

1. $\varepsilon_x = -\nu\varepsilon$ 2. $\varepsilon_z = \Delta l/l$ 3. $\Delta l = \frac{Nl}{EF}$

Какая из величин связывает продольные и поперечные деформации при растяжении–сжатии

1. модуль Юнга E 2. коэффициент Пуассона ν 3. модуль сдвига G

Полное удлинение участка при растяжении–сжатии

$$1. \sigma = E\varepsilon \quad 2. \varepsilon_x = -\nu\varepsilon \quad 3. \Delta l = \frac{Nl}{EF} \quad \varphi = \frac{M_z l}{GJ_p}$$

Нормальные напряжения на косых площадках при растяжении–сжатии

$$1. \tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \quad 2. \sigma_\alpha = \sigma \quad 3. \sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha$$

Касательные напряжения на косых площадках при растяжении–сжатии

$$1. \tau_\alpha = \sigma/2 \quad 2. \sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha \quad 3. \tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha$$

В поперечных сечениях стержня при растяжении–сжатии касательные напряжения

$$1. \tau_\alpha = 0 \quad 2. \sigma_\alpha = \sigma \quad 3. \tau_\alpha = \sigma/2$$

В поперечных сечениях стержня при растяжении–сжатии

$$1. \sigma_\alpha = \sigma, \tau_\alpha = 0 \quad 2. \sigma_\alpha = 0, \tau_\alpha = 0 \quad 3. \sigma_\alpha = \sigma/2, \tau_\alpha = \sigma/2$$

В продольных сечениях стержня при растяжении–сжатии

$$1. \sigma_\alpha = \sigma, \tau_\alpha = 0 \quad 2. \sigma_\alpha = 0, \tau_\alpha = 0 \quad 3. \sigma_\alpha = \sigma/2, \tau_\alpha = \sigma/2$$

На косых площадках ($\alpha = 45^\circ$) при растяжении–сжатии

$$1. \sigma_\alpha = \sigma, \tau_\alpha = 0 \quad 2. \sigma_\alpha = 0, \tau_\alpha = 0 \quad 3. \sigma_\alpha = \sigma/2, \tau_\alpha = \sigma/2$$

Нормальные и касательные напряжения σ_α и τ_α при растяжении–сжатии равны нулю в сечениях

$$1. \text{ продольных } (\alpha = 90^\circ) \quad 2. \text{ поперечных } (\alpha = 0^\circ) \quad 3. \text{ косых } (\alpha = 45^\circ)$$

Нормальные напряжения σ_α при растяжении–сжатии достигают максимума в сечениях

$$1. \text{ продольных } (\alpha = 90^\circ) \quad 2. \text{ поперечных } (\alpha = 0^\circ) \quad 3. \text{ косых } (\alpha = 45^\circ)$$

Касательные напряжения τ_α при растяжении–сжатии достигают максимума в сечениях

$$1. \text{ продольных } (\alpha = 90^\circ) \quad 2. \text{ поперечных } (\alpha = 0^\circ) \quad 3. \text{ косых } (\alpha = 45^\circ)$$

Нормальные напряжения в продольных сечениях при растяжении–сжатии

$$1. \sigma_\alpha = 0 \quad 2. \sigma_\alpha = \sigma \quad 3. \tau_\alpha = \sigma/2$$

Нормальные напряжения в поперечных сечениях при растяжении–сжатии

$$1. \sigma_\alpha = 0 \quad 2. \sigma_\alpha = \sigma \quad 3. \tau_\alpha = \sigma/2$$

Потенциальная энергия деформации при растяжении–сжатии

$$1. U = \frac{N^2 l}{2EF} \quad 2. U = \frac{Q^2 h}{2GF} \quad 3. U = \frac{M_z^2 l}{2GJ_p}$$

Жесткость поперечного сечения при растяжении–сжатии

$$1. EF \quad 2. GF \quad 3. GJ_p$$

Условие прочности при растяжении–сжатии

$$1. \sigma = N/F \leq R \quad 2. \tau = Q/F \leq R_s \quad 3. \tau = M_z/W_p \leq R_s$$

При поверочном расчете

1. проверяется условие прочности
2. подбираются размеры поперечного сечения
3. определяется грузоподъемность

Коэффициент запаса прочности принимает значения

$$1. n \leq 0 \quad 2. n \geq 1 \quad 3. 0 \leq n \leq 1$$

Коэффициент запаса определяется как

$$1. n = \frac{\sigma_y}{[\sigma]} \quad 2. n = \frac{\sigma_u}{[\sigma]} \quad 3. n = \frac{\sigma_{pc}}{[\sigma]}$$

При допускаемой нагрузке [R] напряжения в опасной точке равны

1. допускаемому напряжению $[\sigma]$, 2. пределу текучести σ_y 3. пределу прочности σ_u
При опасной нагрузке R_u напряжения в опасной точке

1. допускаемому напряжению $[\sigma]$, 2. пределу текучести σ_y 3. пределу прочности σ_u
При предельной нагрузке R_{lim} напряжения во всей конструкции

1. допускаемому напряжению $[\sigma]$, 2. пределу текучести σ_y 3. пределу прочности
Предел пропорциональности σ_{pc} – это напряжение в образце, с которого начинается
1. разрушение 2. нелинейность диаграммы $\sigma \sim \varepsilon$ 3. появление пластических деформаций

Предел упругости σ_e – это напряжение в образце, с которого начинается
1. разрушение 2. нелинейность диаграммы $\sigma \sim \varepsilon$ 3. появление пластических деформаций

Предел прочности σ_u – это напряжение в образце, с которого начинается
1. разрушение 2. нелинейность диаграммы $\sigma \sim \varepsilon$ 3. появление пластических деформаций

Площадка текучести на диаграмме $\sigma \sim \varepsilon$ характерна для
1. пластичных металлов 2. легированных жестких сталей 3. строительных материалов

При разгрузке образца из пластической области и последующем нагружении предел текучести σ_y как правило

1. не изменяется 2. увеличивается 3. уменьшается

При растяжении стального образца шейка появляется после предела

1. пропорциональности σ_{pc} 2. текучести σ_y 3. прочности σ_u

Эффект Баушингера характеризуется

1. появлением площадки текучести 2. появлении шейки на образце
3. изменении механических характеристик материала

На прямолинейном участке диаграммы $\sigma \sim \varepsilon$ растяжения образца

1. $\operatorname{tg} \alpha = G$ 2. $\operatorname{tg} \alpha = E$ 3. $\operatorname{tg} \alpha = \nu$

Относительное остаточное удлинение при разрыве

1. $\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100\%$ 2. $\psi = \frac{F_0 - F_1}{F_0} \cdot 100\%$ 3. $a = A/F$.

Относительное остаточное сужение при разрыве

1. $\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100\%$ 2. $\psi = \frac{F_0 - F_1}{F_0} \cdot 100\%$ 3. $a = A/F$.

Ударная вязкость материала

1. $\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100\%$ 2. $\psi = \frac{F_0 - F_1}{F_0} \cdot 100\%$ 3. $a = A/F$.

Ударная вязкость характеризует способность материала препятствовать

1. динамическому разрушению образца 2. появлению эффекта Баушингера
3. возникновению площадки текучести

Диаграмма Прандтля характерна для

1. хрупких материалов 2. идеально пластических материалов 3. упрочняющихся материалов

Сдвиг

При сдвиге возникают напряжения

1. касательные 2. нормальные 3. нормальные и касательные

Закон Гука при сдвиге

1. $\sigma = E\varepsilon$ 2. $\tau = Q/F$ 3. $\tau = G\gamma$

Напряжения и внутренние силовые факторы при сдвиге связаны соотношением

1. $\sigma = N/F$ 2. $\tau = \frac{M_z}{J_p} \rho$ 3. $\tau = Q/F$

Потенциальная энергия деформации при сдвиге

$$1. U = \frac{M_z^2 l}{2GJ_p} \quad 2. U = \frac{N^2 l}{2EF} \quad U = \frac{Q^2 h}{2GF}$$

Жесткость поперечного сечения при сдвиге

$$1. EF \quad 2. GF \quad 3. GJ_p$$

Условие прочности при сдвиге

$$1. \sigma = N/F \leq R \quad 2. \tau = Q/F \leq R_s \quad 3. \tau = M_z/W_p \leq R_s$$

Кручение

Поперечные сечения стержня при кручении

1. деформируются в своей плоскости
3. поворачиваются как жесткие диски
3. наклоняются к оси стержня под углом 45°

Закон Гука при кручении

$$1. \sigma = E\varepsilon \quad 2. \tau = \frac{M_z}{J_p} \rho \quad 3. \tau = G\rho\theta$$

Напряжения и внутренние силовые факторы при кручении связаны соотношением

$$1. \sigma = \frac{N}{F} \quad 2. \tau = \frac{M_z}{J_p} \rho \quad 3. \tau = G\rho\theta$$

Полярный момент инерции сечения произвольной формы

$$1. J_p = \int_F \rho^2 dF \quad 2. J_p = \frac{\pi d^4}{32} \quad 3. W_p = \frac{J_p}{\rho_{\max}}$$

Полярный момент сопротивления сечения произвольной формы

$$1. J_p = \int_F \rho^2 dF \quad 2. W_p = \frac{J_p}{\rho_{\max}} \quad 3. W_p = \frac{\pi d^3}{16}$$

Полярный момент инерции круга

$$1. J_p = \frac{\pi d^4}{16} \quad 2. J_p = \frac{\pi d^4}{32} \quad 3. J_p = \frac{\pi d^4}{64}$$

Полярный момент сопротивления круга

$$1. W_p = \frac{\pi d^3}{8} \quad 2. W_p = \frac{\pi d^3}{16} \quad 3. W_p = \frac{\pi d^3}{32}$$

Потенциальная энергия деформации при кручении

$$1. U = \frac{N^2 l}{2EF} \quad 2. U = \frac{M_z^2 l}{2GJ_p} \quad 3. U = \frac{Q^2 l}{2GF}$$

Жесткость поперечного сечения при кручении

$$1. EF \quad 2. GF \quad 3. GJ_p$$

Относительный угол закручивания

$$1. \theta = \frac{M_z}{GJ_p} \quad 2. \varphi = \frac{M_z l}{GJ_p} \quad 3. \Delta l = \frac{Nl}{EF}$$

Полный угол закручивания

$$1. \theta = \frac{M_\kappa}{GJ_p} \quad 2. \varphi = \frac{M_z l}{GJ_p} \quad 3. \Delta l = \frac{Nl}{EF}$$

Условие прочности при кручении

$$1. \sigma = N/F \leq R \quad 2. \tau = Q/F \leq R_s \quad 3. \tau = M_z/W_p \leq R_s$$

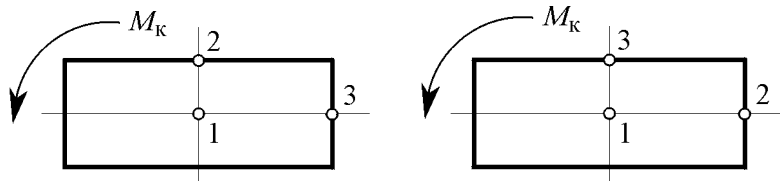
Условие жесткости при кручении

$$1. \sigma = \frac{N}{F} \leq R \quad 2. \theta = \frac{M_z}{GJ_p} \leq [\theta] \quad 3. \tau = \frac{M_z}{W_p} \leq R_s$$

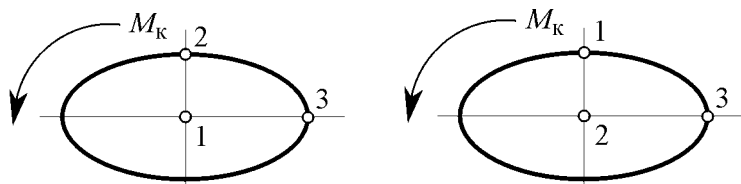
При кручении круглого стержня касательные напряжения максимальны

1. на контуре сечения
2. в центре тяжести сечения
3. во всех точках сечения одинаковы

В какой из точек сечения стержня касательные напряжения при кручении максимальны?



В какой из точек сечения стержня касательные напряжения при кручении максимальны?



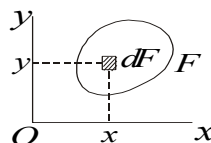
Статические моменты

Статический момент относительно оси x

$$1. S_x = \int_F y dF$$

$$2. J_x = \int_F y^2 dF$$

$$3. W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}$$

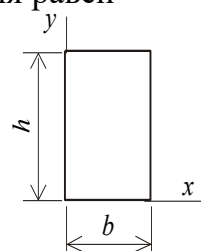


Статический момент S_y изображенного сечения равен

$$1. S_y = \frac{hb^2}{2}$$

$$2. S_y = \frac{hb^2}{4}$$

$$3. S_y = 0$$

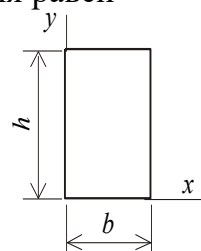


Статический момент S_x изображенного сечения равен

$$1. S_x = \frac{bh^2}{2}$$

$$2. S_x = \frac{bh^2}{4}$$

$$3. S_x = 0$$

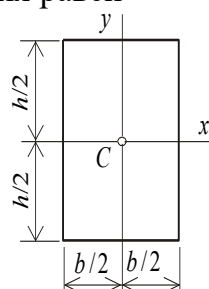


Статический момент S_y изображенного сечения равен

$$1. S_y = \frac{hb^2}{2}$$

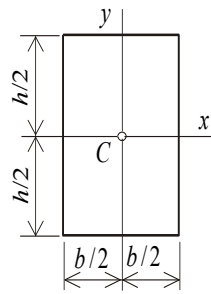
$$2. S_y = \frac{hb^2}{4}$$

$$3. S_y = 0$$



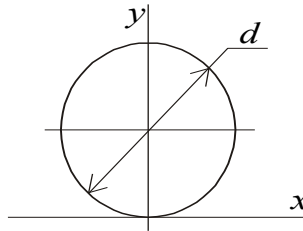
Статический момент S_x изображенного сечения равен

1. $S_x = \frac{bh^2}{2}$
2. $S_x = \frac{bh^2}{4}$
3. $S_x = 0$



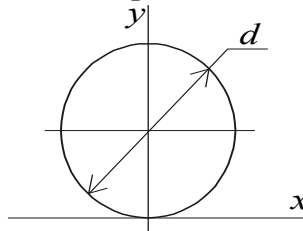
Статический момент S_y изображенного сечения равен

1. $S_y = \frac{\pi d^3}{4}$
2. $S_y = 0$
3. $S_y = \frac{\pi d^3}{8}$



Статический момент S_x изображенного сечения равен

1. $S_x = 0$
2. $S_x = \frac{\pi d^3}{4}$
3. $S_x = \frac{\pi d^3}{8}$



Статические моменты S_x , S_y равны нулю относительно

1. главных осей инерции
2. центральных осей инерции
3. декартовых осей координат

Координаты центра тяжести плоского сечения

1. $W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}$, $W_y = \frac{J_y}{x_{\max}}$
2. $J_x = W_x y_{\max}$, $J_y = W_y x_{\max}$
3. $x_c = \frac{S_y}{F}$, $y_c = \frac{S_x}{F}$

Статические моменты плоского сечения

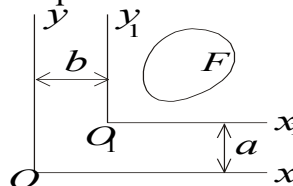
1. $J_x = W_x y_{\max}$, $J_y = W_y x_{\max}$
2. $S_x = y_c F$, $S_y = x_c F$
3. $W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}$, $W_y = \frac{J_y}{x_{\max}}$

Размерность статических моментов S_x , S_y

1. m^2
2. m^3
3. m^4

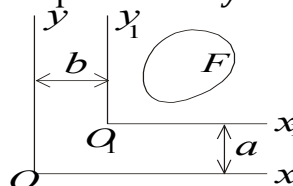
Статический момент при параллельном переносе оси x

1. $J_{x_1} = J_x + a^2 F$
2. $S_{x_1} = S_x - aF$
3. $J_{x_1 y_1} = J_{xy} + abF$

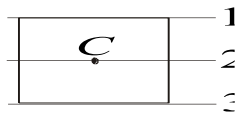


Статический момент при параллельном переносе оси y

1. $J_{y_1} = J_y + b^2 F$
2. $S_{y_1} = S_y - bF$
3. $J_{x_1 y_1} = J_{xy} + abF$



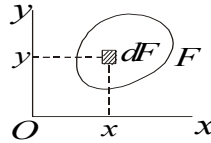
Относительно которой из осей статический момент равен нулю?



Моменты инерции

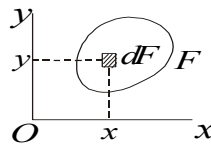
Момент инерции относительно оси x

1. $J_x = \int_F y^2 dF$
2. $S_x = \int_F y dF$
3. $W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}$



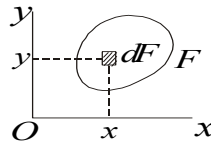
Момент инерции относительно оси y

1. $S_y = \int_F x dF$
2. $J_y = \int_F x^2 dF$
3. $W_y = \frac{J_y}{x_{\max}}$



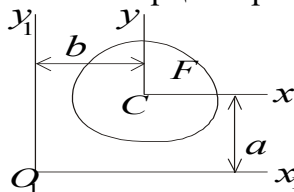
Центробежный момент инерции J_{xy} определяется формулой

1. $J_x = \int_F x^2 dF$
2. $J_y = \int_F y^2 dF$
3. $J_{xy} = \int_F xy dF$



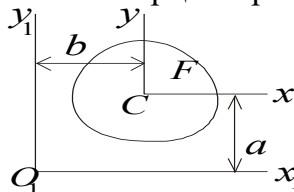
Укороченные формулы для осевого момента инерции при переносе оси x

1. $J_{x_1} = J_x + a^2 F$
2. $S_{x_1} = S_x - aF$
3. $J_{x_1 y_1} = J_{xy} + abF$



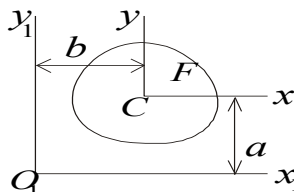
Укороченные формулы для осевого момента инерции при переносе оси y

1. $S_{y_1} = S_y - bF$
2. $J_{y_1} = J_y + b^2 F$
3. $J_{x_1 y_1} = J_{xy} + abF$



Укороченные формулы для центробежного момента инерции при параллельном переносе осей координат

1. $J_{x_1 y_1} = J_{xy} + abF$
2. $J_{y_1} = J_y + b^2 F$
3. $J_{x_1} = J_x + a^2 F$



Укороченные формулы для моментов инерции применяются, если

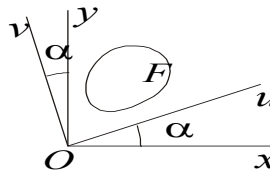
1. новая система координат главная
2. старая система координат главная
3. старая система координат центральная

При повороте осей момент инерции J_u

$$1. J_u = J_x \cos^2 \alpha - J_{xy} \sin 2\alpha + J_y \sin^2 \alpha$$

$$2. J_u = J_x \sin^2 \alpha + J_{xy} \sin 2\alpha + J_y \cos^2 \alpha$$

$$3. J_u = J_{xy} \cos 2\alpha + \frac{1}{2}(J_x - J_y) \sin 2\alpha$$

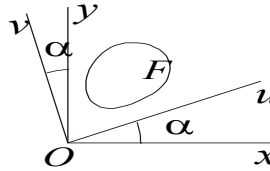


При повороте осей момент инерции J_v

$$1. J_v = J_x \cos^2 \alpha - J_{xy} \sin 2\alpha + J_y \sin^2 \alpha$$

$$2. J_v = J_x \sin^2 \alpha + J_{xy} \sin 2\alpha + J_y \cos^2 \alpha$$

$$3. J_v = J_{xy} \cos 2\alpha + \frac{1}{2}(J_x - J_y) \sin 2\alpha$$

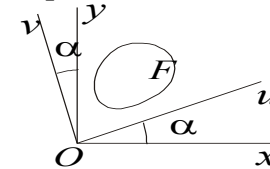


При повороте системы координат момент инерции J_{uv}

$$1. J_{uv} = J_x \cos^2 \alpha - J_{xy} \sin 2\alpha + J_y \sin^2 \alpha$$

$$2. J_{uv} = J_x \sin^2 \alpha + J_{xy} \sin 2\alpha + J_y \cos^2 \alpha$$

$$3. J_{uv} = J_{xy} \cos 2\alpha + \frac{1}{2}(J_x - J_y) \sin 2\alpha$$



Главные центральные оси инерции – это

1. оси инерции, проходящие через центр тяжести сечения
2. главные оси, проходящие через центр тяжести сечения
3. главные оси инерции, касающиеся сечения

Центробежный момент инерции J_{xy} в главных осях

1. минимален
2. максимален
3. равен нулю

Осевые моменты инерции J_x, J_y экстремальны относительно осей инерции

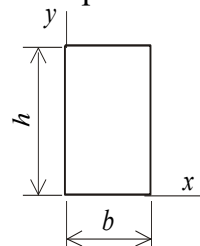
1. главных
2. центральных
3. декартовых

Осевой момент инерции J_x изображенного сечения равен

$$1. J_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$2. J_x = \frac{bh^3}{6}$$

$$3. J_x = \frac{bh^3}{3}$$

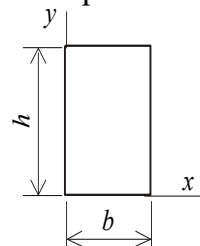


Осевой момент инерции J_y изображенного сечения равен

$$1. J_y = \frac{hb^3}{12}$$

$$2. J_y = \frac{hb^3}{3}$$

$$3. J_y = \frac{hb^3}{2}$$

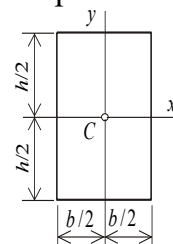


Осевой момент инерции J_x изображенного сечения равен

$$1. J_x = \frac{bh^3}{3}$$

$$2. J_x = \frac{bh^3}{6}$$

$$3. J_x = \frac{bh^3}{12}$$

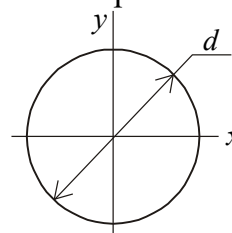


Осевой момент инерции J_x изображенного сечения равен

$$1. J_x = \frac{\pi d^4}{16}$$

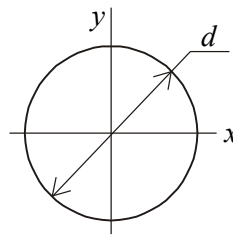
$$2. J_x = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$3. J_x = \frac{\pi d^4}{64}$$



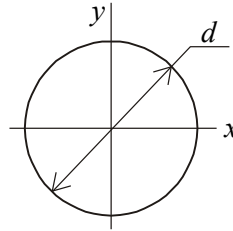
Осевой момент инерции J_y изображенного сечения равен

1. $J_y = \frac{\pi d^4}{16}$
2. $J_y = \frac{\pi d^4}{32}$
3. $J_y = \frac{\pi d^4}{64}$



Центробежный момент инерции J_{xy} изображенного сечения равен

1. $J_{xy} = \frac{\pi d^4}{16}$
2. $J_{xy} = \frac{\pi d^4}{32}$
3. $J_{xy} = \frac{\pi d^4}{64}$



При повороте системы координат у осевых моментов инерции не изменяется

1. величина
2. величина суммы
3. величина произведения

Формула для угла поворота в главные оси инерции

$$1. \sin 2\alpha_0 = 2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 \quad 2. J_{uv} = J_{xy} \cos 2\alpha + \frac{1}{2}(J_x - J_y) \sin 2\alpha \quad 3. \tan 2\alpha_0 = \frac{2J_{xy}}{J_y - J_x}$$

Изгиб

Распределенная нагрузка и изгибающий момент связаны соотношением

$$1. q = \frac{d^2 M_x}{dz^2} \quad 2. Q_y = \frac{dM_x}{dz} \quad 3. q = \frac{dQ_y}{dz}$$

Распределенная нагрузка и поперечная сила связаны соотношением

$$1. q = \frac{d^2 M_x}{dz^2} \quad 2. Q_y = \frac{dM_x}{dz} \quad 3. q = \frac{dQ_y}{dz}$$

Поперечная сила и изгибающий момент связаны соотношением

$$1. q = \frac{d^2 M_x}{dz^2} \quad 2. Q_y = \frac{dM_x}{dz} \quad 3. q = \frac{dQ_y}{dz}$$

Эпюра Q_y имеет скачок в сечении, в котором действует внешняя

1. сосредоточенная сила
2. внешний изгибающий момент
3. распределенная нагрузка

Эпюра M_x имеет скачок в сечении, в котором действует

1. сосредоточенная сила
2. внешний изгибающий момент
3. распределенная нагрузка

Эпюра M_x ограничена параболой на участках, где действует

1. сосредоточенная сила
2. внешний изгибающий момент
3. распределенная нагрузка

Закон Гука при изгибе

$$1. \sigma = \frac{E}{\rho} y \quad 2. \sigma = \frac{M_x}{J_x} y \quad 3. \tau = \frac{M_z}{J_p} \rho$$

Связь нормальных напряжений с изгибающим моментом

$$1. \sigma = \frac{E}{\rho} y \quad 2. \sigma = \frac{M_x}{J_x} y \quad 3. \tau = \frac{M_z}{J_p} \rho$$

Максимальные нормальные напряжения при изгибе

$$1. \tau_{\max} = \frac{M_k}{W_p} \quad 2. \sigma_{\max} = \frac{N}{F} \quad 3. \sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x}$$

Потенциальная энергия деформации при изгибе

$$1. U = \int_l \frac{M_k^2 dz}{2GJ_p} \quad 2. U = \int_l \frac{N^2 dz}{2EF} \quad 3. U = \int_l \frac{M_x^2 dz}{2EJ_x}$$

Касательные напряжения при поперечном изгибе

$$1. \sigma = \frac{E}{\rho} y \quad 2. \tau = \frac{Q_y S_x^*}{J_x b} \quad 3. \tau = \frac{M_k}{J_p} \rho$$

Формула Журавского

$$1. \sigma = \frac{M_x}{J_x} y \quad 2. \tau = \frac{Q_y S_x^*}{J_x b} \quad 3. \tau = \frac{M_k}{J_p} \rho$$

Условие прочности при изгибе

$$1. \sigma = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma] \quad 2. \sigma = \frac{N}{F} \leq [\sigma] \quad 3. \tau = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau]$$

Условие прочности по касательным напряжениям при изгибе

$$1. \sigma = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma] \quad 2. \tau = \frac{Q_y S_x^*}{J_x \delta} \leq [\tau] \quad 3. \tau = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau]$$

Перемещения при изгибе

Дифференциальное уравнение упругой линии балки

$$1. \frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ_x} \quad 2. \frac{1}{\rho} = \frac{y'''}{(1 + y'^2)^{3/2}} \quad 3. y'' = \frac{M_x}{EJ_x}$$

Дифференциальное уравнение упругой линии гибких балок

$$1. \frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ_x} \quad 2. \frac{y'''}{(1 + y'^2)^{3/2}} = \frac{M_x}{EJ_x} \quad 3. y'' = \frac{M_x}{EJ_x}$$

Дифференциальное уравнение упругой линии балки при действии распределенной нагрузки

$$1. EJ_x y^{IV} = q \quad 2. EJ_x y''' = Q_y \quad 3. y'' = \frac{M_x}{EJ_x}$$

Дифференциальное уравнение упругой линии балки при наличии поперечной силы

$$1. EJ_x y^{IV} = q \quad 2. EJ_x y''' = Q_y \quad 3. y'' = \frac{M_x}{EJ_x}$$

Кривой брус. Расчет по несущей способности

Дифференциальное уравнение балки на упругом основании

$$1. y'' = \frac{M_x}{EJ_x} \quad 2. EJ_x y''' = Q_y \quad 3. y^{IV} + 4k^4 y = \frac{q}{EJ_x}$$

Для бруса малой кривизны

$$1. \frac{h}{\rho_0} = 0 \quad 2. \frac{h}{\rho_0} \leq 0,2 \quad 3. 0,2 \leq \frac{h}{\rho_0} \leq 1$$

Для бруса большой кривизны

$$1. \frac{h}{\rho_0} = 0 \quad 2. \frac{h}{\rho_0} \leq 0,2 \quad 3. 0,2 \leq \frac{h}{\rho_0} \leq 1$$

Закон Гука для бруса большой кривизны

$$1. \sigma = \frac{E y}{r_0 + y} r_0 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \quad 2. \sigma = E y \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \quad 3. \sigma = E \varepsilon$$

Закон Гука для бруса малой кривизны

$$1. \sigma = \frac{E y}{r_0 + y} r_0 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \quad 2. \sigma = E y \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \quad 3. \sigma = E \varepsilon$$

Нормальные напряжения в кривом брус

$$1. \sigma = \frac{E y}{\rho_0} \quad 2. \sigma = E y \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \quad 3. \sigma = \frac{M_x}{F e} \frac{y}{r_0 + y}.$$

Радиус кривизны нейтрального слоя

$$1. \frac{h}{\rho_0} \leq 0,2 \quad 2. r_0 = F \int_F \frac{dF}{u} \quad 3. \frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{E J_x}$$

Сложное сопротивление

При косом изгибе нулевая линия располагается ближе к оси, относительно которой момент инерции

1. минимален
2. максимален
3. равен нулю

При косом изгибе нулевая линия проходит

1. вне сечения
2. касаясь контура сечения
3. через центр тяжести сечения

Нормальные напряжения при косом изгибе

$$1. \sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x \quad 2. \sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y \quad 3. \sigma = \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x$$

Нулевая линия касается ядра сечения, если точка приложения силы

1. в самой удаленной точке сечения
2. в ядре сечения
3. на границе ядра сечения

Если сила приложена на границе ядра сечения, то нулевая линия

1. проходит вне сечения
2. касается сечения
3. пересекает сечение

Если сила приложена в ядре сечения, то нулевая линия

1. проходит вне сечения
2. касается сечения
3. пересекает сечение

Если сила приложена вне ядра сечения, то нулевая линия

1. проходит вне сечения
2. касается сечения
3. пересекает сечение

Нулевая линия пересекает ядро сечения (сила приложена в сечении)

это невозможно

возможно, если сила приложена в центре тяжести

возможно, если сила приложена в самой удаленной от центра тяжести точке сечения

При приближении силы к центру тяжести нулевая линия

1. касается ядра сечения
2. касается контура сечения
3. уходит в бесконечность

Уравнение нулевой линии при внецентренном растяжении–сжатии

$$1. \frac{1}{F} + \frac{y_0 y}{J_x} = 0 \quad 2. \frac{y_0 y}{J_x} + \frac{x_0 x}{J_y} = 0 \quad 3. \frac{1}{F} + \frac{y_0 y}{J_x} + \frac{x_0 x}{J_y} = 0$$

Нормальные напряжения при внецентренном растяжении–сжатии

$$1. \sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x \quad 2. \sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y \quad 3. \sigma = \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x$$

Продольная сила и напряжение в ядре сечения имеют знаки

1. противоположные
2. одинаковые
3. возможны оба варианта

При внецентренном растяжении–сжатии нормальные напряжения максимальны

1. в центре сечения
2. на границе ядра сечения
3. в самой удаленной от нулевой линии точке

Основы НДС

Количество независимых компонент тензора напряжений

1. 3
2. 6
3. 9

Количество независимых компонент тензора деформаций

1. 3
2. 6
3. 9

На главных площадках тензора напряжений

1. нормальные напряжения равны нулю

- касательные напряжения равны нулю
- и те и другие экстремальны

В главных осях тензора напряжений

- нормальные напряжения экстремальны
- касательные напряжения экстремальны
- октаэдрические напряжения экстремальны

Максимальные касательные напряжения при плоском напряженном состоянии

$$1. \tau_{\max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad 2. \tau_{\max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

$$3. \tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

Касательные напряжения достигают максимума на площадках

- главных
- октаэдрических
- равнонаклоненных к первой и третьей главным осям

Площадка с $\tau_{\max}$ при плоском напряженном состоянии

- параллельна главной
- перпендикулярна главной
- наклонена к главной под углом 45°

Уравнение эллипсоида напряжений

$$1. EJ_x y'' = M_x \quad 2. S^3 - S^2 J_1 + S J_2 - J_3 = 0 \quad 3. \left(\frac{\sigma_{v1}}{\sigma_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{v2}}{\sigma_2} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{v3}}{\sigma_3} \right)^2 = 1$$

Вековое уравнение для главных напряжений

$$1. EJ_x y'' = M_x \quad 2. S^3 - S^2 J_1 + S J_2 - J_3 = 0 \quad 3. \left(\frac{\sigma_{v1}}{\sigma_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{v2}}{\sigma_2} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{v3}}{\sigma_3} \right)^2 = 1$$

Величина объемной деформации

$$1. \theta = \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_3 \varepsilon_1 \quad 2. \theta = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \quad 3. \theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

Главные оси тензора напряжений и упругих деформаций

- совпадают
- взаимно перпендикулярны
- составляют угол 45°

Обобщенный закон Гука для ε_x

$$1. \varepsilon = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad 2. \varepsilon = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)] \quad 3. \varepsilon = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

Полная потенциальная энергия деформации

$$1. U_0 = U_0 = \frac{1+\nu}{6E} ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2) \quad 2. U_0 = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

$$3. U_0 = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1))$$

Теории прочности

Равноопасными называются состояния, у которых одинаковы

- максимальные напряжения
- максимальные деформации
- коэффициенты запаса прочности

В теориях прочности эквивалентное напряжение соответствует равноопасному состоянию при

- растяжении
- кручении
- изгибе

Теория прочности Мора

$$1. \sigma_{red} = \max(\sigma_1, |\sigma_3|) \leq R \quad 2. \sigma_{red} = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq R \quad 3. \sigma_{red} = \sigma_1 - k\sigma_3 \leq R$$

Теория прочности максимальных нормальных напряжений

$$1. 2. \sigma_{red} = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq R \quad 3. \sigma_{red} = \sigma_1 - k\sigma_3 \leq R$$

Теория прочности максимальных касательных напряжений

$$1. \sigma_{red} = \max(\sigma_1, |\sigma_3|) \leq R \quad 2. \sigma_{red} = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq R \quad 3. \sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq R$$

Энергетическая теория прочности

$$3. \sigma_{red} = \max(\sigma_1, |\sigma_3|) \leq R \quad 2. \sigma_{red} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \leq R$$

$$3. \sigma_{red} = \sigma_1 - k\sigma_3 \leq R$$

Теория прочности максимальных линейных деформаций

$$1. \sigma_{red} = \max(\sigma_1, |\sigma_3|) \leq R \quad 2. \sigma_{red} = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq R \quad 3. \sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq R$$

Условие роста трещины определяется

1. теорией Мора
2. теорией Хубера – Мизеса – Хенки
3. критерием Гриффитса

Устойчивость

Величина критической гибкости

$$1. \lambda_{cr} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \quad 2. \lambda_{cr} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_u}} \quad 3. \lambda_{cr} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{pc}}}$$

Формула Эйлера

$$1. P_{cr} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu l)^2} \quad 2. \sigma_{ск} = a - b\lambda \quad 3. P_{cr} = \sigma_y A$$

Формула Ясинского

$$1. P_{cr} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu l)^2} \quad 2. \sigma_{ск} = a - b\lambda \quad 3. P_{cr} = \sigma_y A$$

Условие устойчивости

$$1. \sigma = \frac{N}{A} \leq \varphi R \quad 2. \sigma = \frac{M_x}{W_x} \leq R \quad 3. \sigma = \frac{N}{A} \leq R$$

Формула Ясинского для стального стержня справедлива при гибкости

1. $0 < \lambda \leq 40$
2. $40 < \lambda \leq 100$
3. $\lambda \geq 100$

Формула Эйлера для стального стержня справедлива при гибкости

1. $0 < \lambda \leq 40$
2. $40 < \lambda \leq 100$
3. $\lambda \geq 100$

Формула $P_{cr} = \sigma_y A$ для стального стержня справедлива при гибкости

1. $0 < \lambda \leq 40$
2. $40 < \lambda \leq 100$
3. $\lambda \geq 100$

Коэффициент приведения длины стержня μ определяется

1. гибкостью λ
2. коэффициентом уменьшения допускаемых напряжений φ
3. условиями закрепления стержня

В формуле Эйлера параметр μ это

1. гибкость стержня
2. коэффициент уменьшения допускаемых напряжений
3. коэффициент приведения длины стержня

Параметр φ в условии устойчивости это

1. гибкость стержня
2. коэффициент продольного изгиба
3. коэффициент приведения длины стержня

Параметр λ это

1. гибкость стержня
2. коэффициент понижения допускаемых напряжений
3. коэффициент приведения длины стержня

Коэффициент уменьшения допускаемых напряжений φ связан с

1. гибкостью λ
2. коэффициентом приведения длины стержня μ
3. условиями закрепления стержня

Коэффициент уменьшения допускаемых напряжений ϕ с уменьшением гибкости стержня λ

1. увеличивается
2. уменьшается
3. остается прежним

Коэффициент уменьшения допускаемых напряжений ϕ с увеличением гибкости стержня λ

1. увеличивается
2. уменьшается
3. остается прежним

При уменьшении гибкости стержня $\sigma_{ст}$ Ясинского

1. увеличивается
2. уменьшается
3. остается прежним

При увеличении длины стержня $P_{ст}$ Эйлера

1. увеличивается
2. уменьшается
3. остается прежним

ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ

Удар. Колебания

Динамический коэффициент при ударе

$$1. k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{w_{st}}} \quad 2. k_d = 2 \quad 3. k_d = \frac{1}{1 - \frac{\phi^2}{\omega^2}}$$

Динамический коэффициент при ударе по массивной упругой системе

$$1. k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{w_{st}}} \quad 2. k_d = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\phi^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4\phi^2 n^2}{\omega^4}}} \quad 3. k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{w_{st}(1 + Q/P)}}$$

Динамический коэффициент при мгновенном приложении ударной нагрузки

$$1. k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{w_{st}}} \quad 2. k_d = 2 \quad 3. k_d = \frac{1}{1 - \frac{\phi^2}{\omega^2}}$$

Динамический коэффициент при продольном ударе

$$1. k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{w_{st}}} \quad 2. k_d = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\phi^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4\phi^2 n^2}{\omega^4}}} \quad 3. k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2hEF}{Pl}}$$

При увеличении жесткости упругой системы динамический коэффициент при ударе

1. увеличивается
2. уменьшается
3. остается прежним

Гипотезы предполагают, что удар абсолютно

1. упругий
2. неупругий
3. упругопластический

При ударе эпюры динамических и статических перемещений предполагаются

1. совпадающими
2. подобными
3. обратными

Дифференциальное уравнение свободных колебаний

$$1. \frac{d^2 w}{dt^2} + \omega^2 w = 0 \quad 2. \frac{d^2 w}{dt^2} + \omega^2 w = q \sin \phi t \quad 3. \frac{d^2 w}{dt^2} + \alpha \dot{w} + \omega^2 w = 0$$

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$1. \frac{d^2 w}{dt^2} + \omega^2 w = 0 \quad 2. \frac{d^2 w}{dt^2} + \omega^2 w = q \sin \varphi t \quad 3. \frac{d^2 w}{dt^2} + \alpha \dot{w} + \omega^2 w = 0$$

Дифференциальное уравнение свободных колебаний в среде с сопротивлением

$$1. \frac{d^2 w}{dt^2} + \omega^2 w = 0 \quad 2. \frac{d^2 w}{dt^2} + \omega^2 w = q \sin \varphi t \quad 3. \frac{d^2 w}{dt^2} + \alpha \dot{w} + \omega^2 w = 0$$

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний в среде с сопротивлением

$$1. \frac{d^2 w}{dt^2} + \alpha \dot{w} + \omega^2 w = q \sin \varphi t \quad 2. \frac{d^2 w}{dt^2} + \omega^2 w = q \sin \varphi t \quad 3. \frac{d^2 w}{dt^2} + \alpha \dot{w} + \omega^2 w = 0$$

Уравнение свободных колебаний

$$1. w = A \cos(\omega t + B) \quad 2. w = A \cos(\omega t + B) + \frac{q}{\omega^2 - \varphi^2} \sin \varphi t \quad 3. w = A e^{-nt} \cos(\omega_1 t + B)$$

$$w = A e^{-nt} \cos(\omega_1 t + B) + A_0 \sin(\varphi t - \alpha)$$

Уравнение вынужденных колебаний

$$1. w = A \cos(\omega t + B) \quad 2. w = A \cos(\omega t + B) + \frac{q}{\omega^2 - \varphi^2} \sin \varphi t \quad 3. w = A e^{-nt} \cos(\omega_1 t + B)$$

Уравнение свободных колебаний в среде с сопротивлением

$$1. w = A \cos(\omega t + B) \quad 2. w = A \cos(\omega t + B) + \frac{q}{\omega^2 - \varphi^2} \sin \varphi t \quad 3. w = A e^{-nt} \cos(\omega_1 t + B)$$

Уравнение вынужденных колебаний в среде с сопротивлением

$$1. w = A \cos(\omega t + B) \quad 2. w = A e^{-nt} \cos(\omega_1 t + B) + A_0 \sin(\varphi t - \alpha) \quad 3. w = A e^{-nt} \cos(\omega_1 t + B)$$

Частота свободных колебаний

$$1. \omega = \sqrt{\frac{g}{P\delta}} \quad 2. \varphi = \frac{\pi n}{30} \quad 3. q = \frac{Sg}{P}$$

$$\omega_1^2 = \omega^2 - n^2$$

Частота свободных колебаний в среде с сопротивлением

$$1. \omega = \sqrt{\frac{g}{P\delta}} \quad 2. \varphi = \frac{\pi n}{30} \quad 3. \omega_1^2 = \omega^2 - n^2$$

Параметр вязкости среды

$$1. \omega = \sqrt{\frac{g}{P\delta}} \quad 2. \varphi = \frac{\pi n}{30} \quad 3. 2n = \frac{\alpha g}{P}$$

Период свободных колебаний

$$1. T = \frac{2\pi}{\omega} \quad 2. A_0 = \frac{gS}{P(\omega^2 - \varphi^2)} \quad 3. 2n = \frac{\alpha g}{P}$$

Период свободных колебаний в среде с сопротивлением

$$1. T = \frac{2\pi}{\omega} \quad 2. T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_1^2 - n^2}} \quad 3. 2n = \frac{\alpha g}{P}$$

Динамический коэффициент вынужденных колебаний

$$1. k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{w_{st}}} \quad 2. k_d = 2 \quad 3. k_d = \frac{1}{1 - \frac{\varphi^2}{\omega^2}}$$

Переменные напряжения

Коэффициент асимметрии

$$1. R_{\sigma} = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad 2. n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K\tau_a + \psi_{\tau}\tau_m} \quad 3. \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

Коэффициент запаса циклической прочности по касательным напряжениям

$$1. R_{\sigma} = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad 2. n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K\tau_a + \psi_{\tau}\tau_m} \quad 3. \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

Формула Гафа – Полларда

$$1. R_{\sigma} = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad 2. n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K\tau_a + \psi_{\tau}\tau_m} \quad 3. \frac{1}{n_R^2} = \frac{1}{n_{\sigma}^2} + \frac{1}{n_{\tau}^2}$$

Амплитуда цикла напряжений

$$1. \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad 2. \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad 3. R_{\sigma} = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

Стационарное напряжение в цикле

$$1. \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad 2. \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad 3. R_{\sigma} = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

Предел выносливости σ_R – это наибольшее напряжение цикла, при котором образец

1. не разрушается до базы испытаний
2. разрушается при ее достижении
3. не разрушается при бесконечном числе циклов

Эффективный коэффициент концентрации

$$1. K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}} \quad 2. K_F = \frac{\sigma'_{-1}}{\sigma_{-1}} \quad 3. \alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ном}}}$$

Теоретический коэффициент концентрации

$$1. K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}} \quad 2. 3. \alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ном}}}$$

Коэффициенты концентрации связаны соотношением

$$1. K_{\sigma} = 1 + q(\alpha_{\sigma} - 1) \quad 2. K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}} \quad 3. K_F = \frac{\sigma'_{-1}}{\sigma_{-1}}$$

Коэффициент масштабного фактора

$$1. K_{d\sigma} = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}} \quad 2. K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}} \quad 3. K_F = \frac{\sigma'_{-1}}{\sigma_{-1}}$$

Коэффициент качества поверхности K_F

$$1. K_{d\sigma} = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}} \quad 2. K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}} \quad 3. K_F = \frac{\sigma'_{-1}}{\sigma_{-1}}.$$

3.6. Типовое задания на РГР №1

1

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Белорусский государственный университет транспорта»
Кафедра «Строительная механика»

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой
«Строительная
механика»

Задание на РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ № 1

по сопротивлению материалов

ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ

Студент _____

Преподаватель _____

группа _____

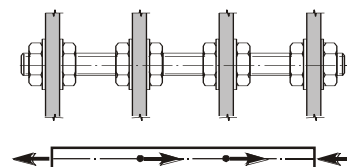
Задание выдано _____ 20__ г.

Защита работы _____ 20__ г.

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

Задача 1 Стальной болт удерживает четыре пластины. Расчетная схема болта представляет собой стержень, нагруженный вдоль оси сосредоточенными внешними силами.

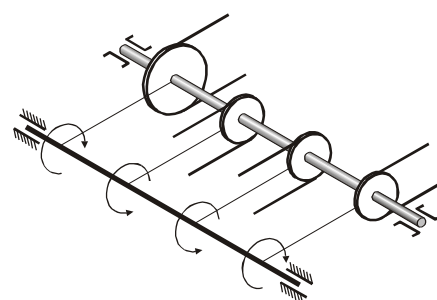
Требуется: а) построить эпюру внутренних продольных сил N [кН]; б) поменять местами внешние силы F_1 и F_3 (сохраняя их направления), заново построить эпюру N ; в) в обоих случаях указать растянутые и сжатые участки стержня, определить опасный участок; сравнить результаты. Величину и направление силы F (если она есть на расчетной схеме) определить из условий равновесия стержня.



Задача 2 На распределительный вал силового механизма насажены четыре шкива. Один из шкивов передает мощность от источника энергии, остальные шкивы снимают мощности и передают их рабочим машинам.

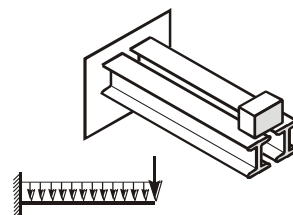
Расчетная схема вала представляет собой стержень, нагруженный внешними крутящими моментами.

Требуется: а) из условий равновесия стержня определить величину и направление внешнего крутящего момента m ; б) построить эпюру внутренних крутящих моментов M_z [кН·м]; в) указать опасный участок вала.



Задача 3 На рисунке изображена стальная консоль, предназначенная для крепления лебедки. Расчетная схема представляет собой балку, защемленную одним концом, к которой приложена вертикальная равномерно распределенная нагрузка (от собственного веса), а также сосредоточенная сила (от веса оборудования). Может действовать и сосредоточенный изгибающий момент.

Требуется: а) построить эпюры внутренних поперечных сил Q [кН] и изгибающих моментов M [кН·м]; б) указать опасное сечение балки.



Задача 4 Балка пешеходного моста на железнодорожном вокзале воспринимает постоянные нагрузки от веса настила и ограждения, собственного веса, а также временные полезные нагрузки. Расчетная схема представляет собой балку на двух шарнирных опорах, несущую вертикальную нагрузку.

Требуется: а) определить опорные реакции; построить эпюры внутренних поперечных сил Q [кН] и изгибающих моментов M [кН·м]; б) указать опасное сечение балки.

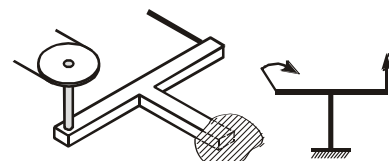
Задача 5 Мостовая балка большого пролета, имеющая врезанный шарнир, нагружена временной нагрузкой в виде сосредоточенной внешней силы и момента.

Требуется: а) определить опорные реакции; построить эпюры внутренних поперечных сил Q [кН] и изгибающих моментов M [кН·м]; б) указать опасное сечение балки.

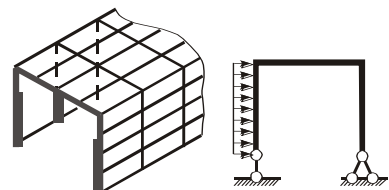
Задача 6 На рисунке показан элемент машины. Его расчетная схема представляет собой плоский ломаный брус, жестко заделанный одним концом.

Требуется: а) построить эпюры внутренних продольных сил N , поперечных сил Q и изгибающих моментов M ;

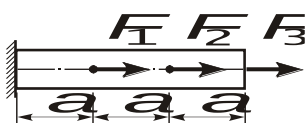
б) указать, на какой вид сопротивления работает каждый из участков бруса, показать опасное сечение.



Задача 7 Для плоской рамы одноэтажного промышленного здания *требуется:* а) определить опорные реакции; построить эпюры внутренних продольных сил N , поперечных сил Q и изгибающих моментов M ; б) поменять местами опоры рамы; заново определить опорные реакции и построить эпюры N , Q , M ; в) в обоих случаях указать, на какой вид сопротивления работает каждый из стержней рамы, показать опасное сечение; г) сделать вывод о том, какое расположение опор более выгодное.

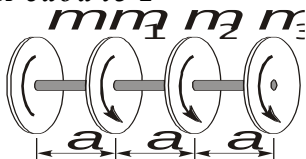


К задаче 1



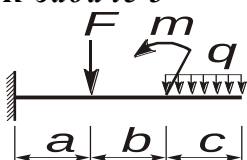
F_1 , кН	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	80	85	90	95
F_2 , кН	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	80	85	90	95
F_3 , кН	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	80	85	90	95

К задаче 2



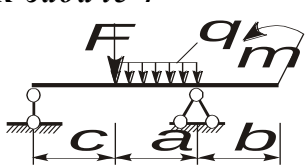
m_1 , кН·м	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
m_2 , кН·м	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
m_3 , кН·м	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150

К задаче 3



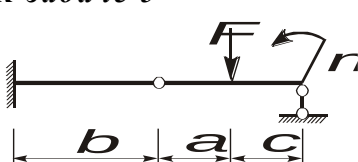
a , м	1,0			1,5			2,0			2,5			3,0		
b , м	1,0			1,5			2,0			2,5			3,0		
c , м	1,0			1,5			2,0			2,5			3,0		
q , кН/м	4	6	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	22	24
F , кН	8	10	12	14	15	16	18	20	21	22	24	25	26	28	30
m , кН·м	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

К задаче 4



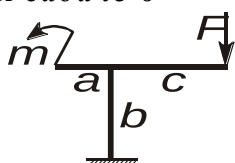
b	a	$1,5 a$	$2 a$	$2,5 a$	$3 a$					
c	a	$1,5 a$	$2 a$	$2,5 a$	$3 a$					
F	qa	$1,5qa$	$2qa$	$2,5qa$	$3qa$	$3,5qa$	$4qa$	$4,5qa$	$5qa$	$5,5qa$
m	qa^2	$1,5qa^2$	$2qa^2$	$2,5qa^2$	$3qa^2$	$3,5qa^2$	$4qa^2$	$4,5qa^2$	$5qa^2$	$5,5qa^2$

К задаче 5



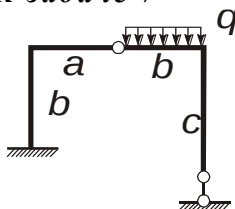
b	a	$1,5a$	$2a$	$2,5a$	$3a$			
c	a	$1,5a$	$2a$	$2,5a$	$3a$			
m	$2Fa$	$2,5Fa$	$3Fa$	$3,5Fa$	$4Fa$	$4,5Fa$	$5Fa$	$5,5Fa$

К задаче 6



b	a	$1,2a$	$1,4a$	$1,5a$	$1,6a$	$1,8a$	$2a$	$2,2a$	$2,4a$	$2,5a$
c	$1,4a$	$1,5a$	$1,6a$	$1,8a$	$2a$	$2,2a$	$2,4a$	$2,5a$	$2,8a$	$3a$
m	$2Fa$	$2,5Fa$	$3Fa$	$3,5Fa$	$4Fa$	$4,5Fa$	$5Fa$	$5,5Fa$		

К задаче 7



b	a	$1,2a$	$1,4a$	$1,5a$	$1,6a$	$1,8a$	$2a$	$2,2a$	$2,4a$	$2,5a$
c	$1,4a$	$1,5a$	$1,6a$	$1,8a$	$2a$	$2,2a$	$2,4a$	$2,5a$	$2,8a$	$3a$

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАБОТ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ

Для студентов дневного отделения: РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИЕ РАБОТЫ выполняются на листах белой писчей бумаги с одной стороны; на каждом листе должна быть рамка с отступами от края: слева – 20 мм, справа, сверху и снизу – 5 мм.

Для студентов ФБО: КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ выполняются в тетрадях в клетку.

Задание вшивается (вклеивается) в начале работы после титульного листа; на задании должны быть указаны Ф.И.О. студента и группа (или учебный шифр); работы без заданий или с неподписанными заданиями не проверяются.

Расчетные схемы и эпюры вычерчиваются в масштабе под линейку. Штриховка эпюр от руки не допускается.

На расчетных схемах необходимо указывать истинные направления реакций опор.

Эпюры изгибающих моментов должны быть построены на растянутых волокнах.

Эпюры для балок должны быть расположены строго под схемами балок, для рам – на одной странице со схемами рам.

3.7. Типовое задания на РГР №2

2

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Белорусский государственный университет транспорта»
Кафедра «Строительная механика»

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой
«Строительная
механика»

Задание на РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ № 2

по сопротивлению материалов

РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

Студент _____

Преподаватель _____

группа _____

Задание выдано _____ 20__ г.

Защита работы _____ 20__ г.

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

Задача 1 (вариант а) На рисунке показано сооружение с переменной по высоте площадью поперечного сечения.

Расчетную схему можно представить в виде ступенчатого стержня с участками различной жесткости. Нагрузки прикладываются вдоль оси стержня.

Требуется: построить эпюры внутренних продольных сил $N [F]$, нормальных напряжений $\sigma [F/A]$ и перемещений $\delta [Fl/EA]$. Указать наиболее опасный участок стержня.

Задача 1 (вариант б) Штанга бурильного агрегата представляет собой стальную трубку, закрепленную верхним концом. Вдоль ее оси приложены нагрузки от собственного веса и веса оборудования. Расчетная схема штанги – это ступенчатый стержень с участками различной жесткости, нагруженный вдоль оси сосредоточенными продольными силами.

Требуется: построить эпюры внутренних продольных сил $N [F]$, нормальных напряжений $\sigma [F/A]$ и перемещений $\delta [Fl/EA]$. Указать наиболее опасный участок стержня.

Задача 2 Дать заключение о том, как изменятся эпюры внутренних продольных сил, напряжений и перемещений, если у стержня согласно условию задачи 1 будут заделаны оба конца.

Задача 3 На рисунке показана конструкция, которая шарнирно опирается на фундамент и поддерживается двумя стальными тросами.

Расчетная схема конструкции представляет собой абсолютно жесткий брус, нагруженный сосредоточенной силой F . Брус прикреплен к основанию с помощью шарнирно-неподвижной опоры и двух стержней, работающих на растяжение.

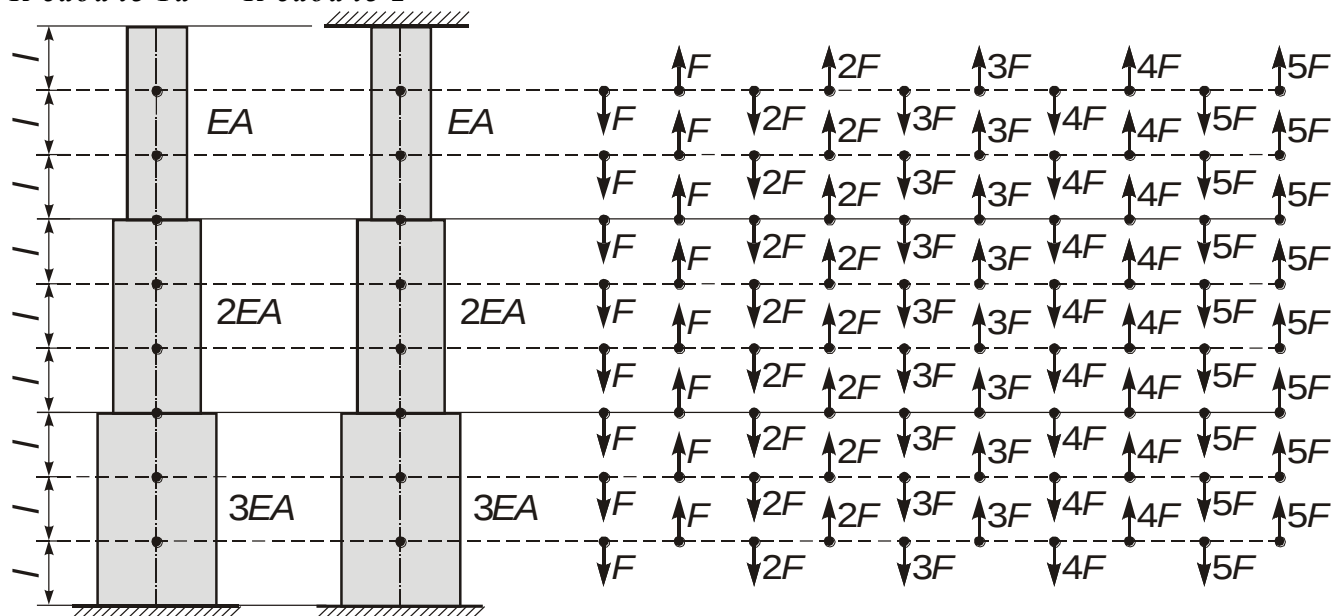
Требуется: 1) определить внутренние продольные силы и напряжения в стержнях, выраженные через силу F ; 2) определить грузоподъемность системы, проводя расчет по допускаемым напряжениям; 3) определить грузоподъемность, проводя расчет по допускаемым нагрузкам.

Примечание. Предел текучести стали $\sigma_y = 240$ МПа, допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа, коэффициенты запаса прочности по напряжениям и нагрузкам считать одинаковыми.

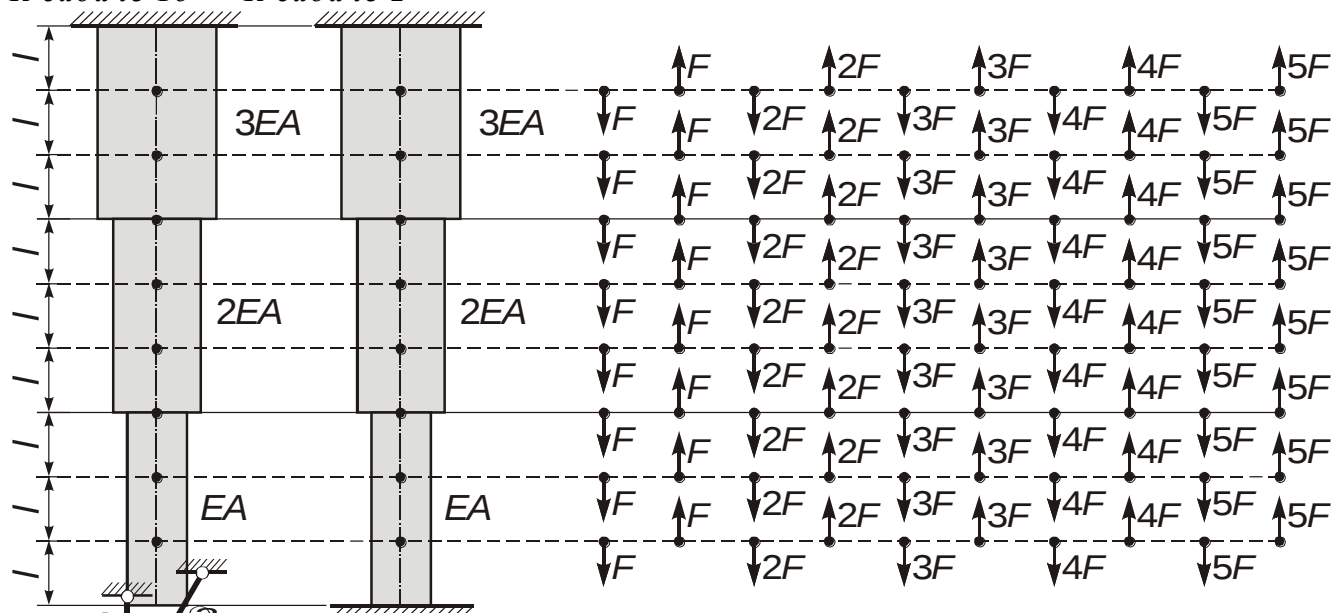


РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

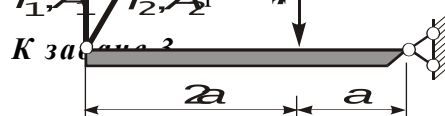
К задаче 1а К задаче 2



К задаче 1б К задаче 2



Отмеченные силы прикладываются к стержню вдоль его оси в сечениях, отмеченных точками.



Угол α		Длины стержней 1 и 2				Площади сечения стержней 1 и 2	
		$l_1, \text{ м}$		$l_2, \text{ м}$		$A_1, \text{ см}^2$	$A_2, \text{ см}^2$
20°	21°	0,5	0,6	1,0	1,1	0,4	0,9
22°	23°	0,7	0,8	1,2	1,3	0,6	1,1
24°	25°	0,9	1,0	1,4	1,5	0,8	1,4
26°	27°	1,1	1,2	1,6	1,7	1,0	1,7
28°	29°	1,3	1,4	1,8	1,9	1,2	2,0
30°	31°	1,5	1,6	2,0	2,1	1,4	2,3
32°	33°	1,7	1,8	2,2	2,3	1,6	2,6
34°	35°	1,9	2,0	2,4	2,5	1,8	2,9
36°	37°	2,1	2,2	2,6	2,7	2,0	3,2
38°	40°	2,3	2,4	2,8	2,9	2,2	3,5

3.8. Типовое задания на РГР №3 и контрольную работу



Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Белорусский государственный университет транспорта»
Кафедра «Строительная механика»

Задание на РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ № 3

по сопротивлению материалов

ПЛОСКИЙ ИЗГИБ. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЕЧЕНИЙ

(для студентов строительных специальностей)

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой
«Строительная
механика»

Студент _____

Преподаватель _____

группа _____

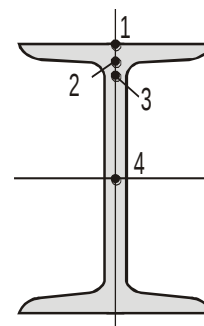
Задание выдано _____ 20__ г.

Защита работы _____ 20__ г.

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

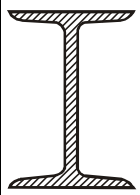
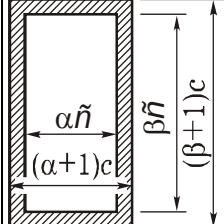
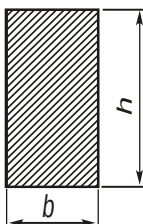
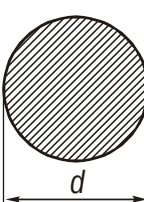
Задача 1 Двутавровая балка постоянного сечения, лежащая на двух опорах, воспринимает поперечную вертикальную нагрузку.

- Требуется: 1) построить в общем виде эпюры поперечных сил $Q [qa]$ и изгибающих моментов $M [qa^2]$;
2) подобрать по сортаменту предварительно требующийся номер двутавра, приняв $a = 2$ м и взяв значение q в таблице;
3) проверить прочность двутавра по касательным напряжениям;
4) в сечении балки над левой опорой построить эпюры нормальных и касательных напряжений, вычислив их значения в точках 1, 2, 3, 4;
5) определить, при какой интенсивности внешней распределенной нагрузки q в опасном сечении образуется пластический шарнир;
6) методом начальных параметров определить прогиб балки посередине пролета и показать общее очертание упругой оси.



Примечание: расчетное сопротивление стали растяжению (сжатию) при изгибе $R = 210$ МПа; сдвигу $R_s = 130$ МПа, условия работы – нормальные.

Задача 2 Установить, насколько экономична и рациональна двутавровая балка, подобранная под заданную нагрузку в задаче 1 по сравнению с балками других сечений (коробчатое, прямоугольное, круглое) при сохранении той же грузоподъемности. Для этого необходимо: 1) определить размеры c , b , d сечений заданных балок, приняв для расчета требуемый момент сопротивления из задачи 1; 2) вычислить площадь сечения каждой балки; проанализировать полученные результаты.

Форма сечения балки	 двутавр № _____			
Площадь поперечного сечения A , см ²				
Отношение площади сечения к площади двутавра	1			

Задача 3 Стальная балка имеет поперечное сечение, составленное из стандартных профилей (двутавр, швеллер, уголок) и (или) листа, которые жестко соединены между собой. Требуется: 1) вычертить сечение в масштабе; 2) показать положение главных центральных осей x , y ; вычислить главные центральные моменты инерции J_x , J_y , моменты сопротивления W_x , W_y и радиусы инерции i_x , i_y сечения.

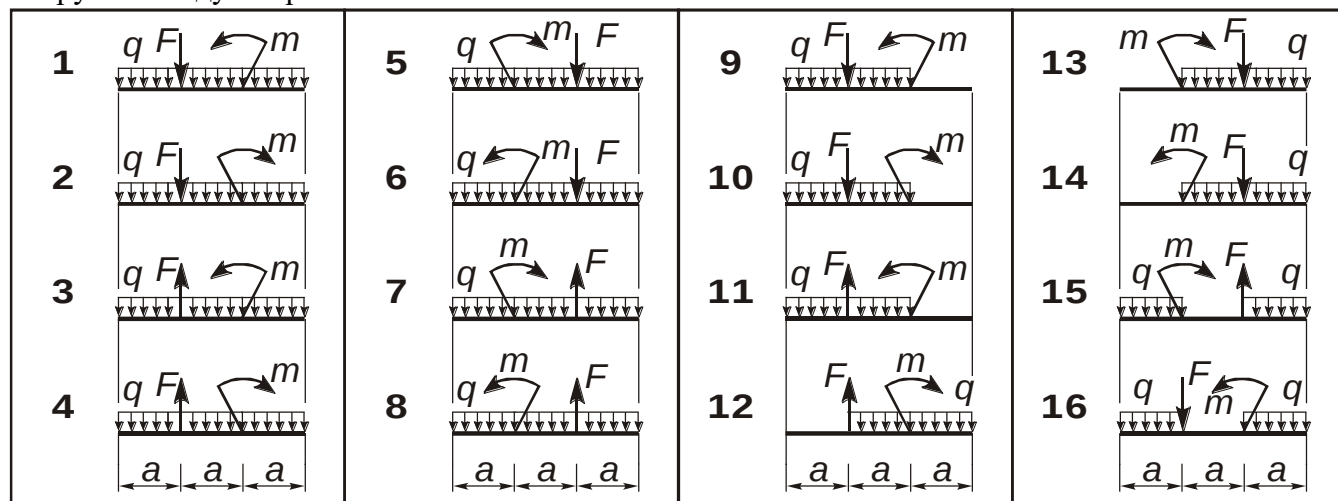
Примечание. Размеры даны в мм.

Задача 4 Железобетонная балка имеет поперечное сечение, ослабленное внутренними отверстиями или боковыми вырезами. Требуется: 1) вычертить сечение в масштабе; 2) определить и показать положение главных центральных осей x , y ; вычислить главные центральные моменты инерции J_x , J_y , моменты сопротивления W_x , W_y и радиусы инерции i_x , i_y .

К задаче 1



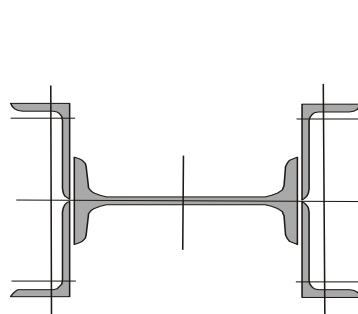
F	0,5 qa			qa		1,5 qa			2 qa		2,5 qa	
m	0,5 qa^2			qa^2		1,5 qa^2			2 qa^2		2,5 qa^2	
q , кН/м	25	22	20	18	16	15	14	12	10	8	6	



К задаче 2

α	2,0		2,2		2,4		2,6		2,8		3,0		3,2		3,4		3,6		3,8		4,0	
β	8,0		8,5		9,0		10,0		10,5		11,0		11,5		12,0		12,5		13,0		14,0	
h/b	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5								

К задаче 3



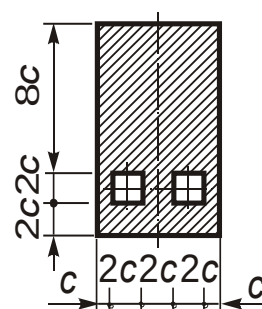
Двутавр №

10	12	14	16	18
20	22	24	27	30

Уголок

70×45×5	80×50×6	90×56×8
100×63×8	125×60×7	140×90×8

К задаче 4



3.9. Типовое задания на РГР №4 и контрольную работу

4с

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Белорусский государственный университет транспорта»
Кафедра «Строительная механика»

Задание на РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ № 4

по сопротивлению материалов

СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

(для студентов строительных специальностей)

Студент _____

Преподаватель _____

группа _____

Задание выдано _____ 20__ г.

Защита работы _____ 20__ г.

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой
«Строительная
механика»

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

Задача 1 На рисунке показан пространственный брус, жестко заделанный одним концом. *Требуется:*

1) соблюдая масштаб, вычертить пространственный брус в изометрии; при этом учесть, что средний элемент имеет круглое поперечное сечение, а два других – прямоугольное; торец круглого элемента бруса примыкает к большей стороне прямоугольного;

2) построить эпюры всех внутренних усилий: продольных сил $N [qa]$, поперечных сил $Q [qa]$, крутящих моментов $M_z [qa^2]$, изгибающих моментов $M [qa^2]$; проверить правильность эпюр по условиям равновесия узлов;

3) рассчитать на прочность каждый из трех элементов (брусьев):

– дать заключение о том, на какой вид сопротивления он работает;

– изобразить опасное сечение бруса в рабочем положении: показать внутренние усилия, указав в общем виде их величину (ось z направить вдоль бруса);

– вычислить величины внутренних сил $[H]$ и моментов $[H \cdot m]$ в опасном сечении, а также геометрические характеристики сечения $[m^2, m^3, m^4]$;

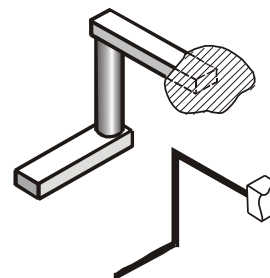
– показать положение нулевой (нейтральной) линии;

– построить эпюры нормальных и касательных напряжений в опасном сечении; вычислить наибольшие напряжения $[MPa]$;

– проверить прочность бруса, используя теории прочности.

Примечание: расчетное сопротивление стали растяжению (сжатию) при изгибе

$R = 210 \text{ МПа}$; сдвигу $R_s = 130 \text{ МПа}$, условия работы – нормальные.



Задача 2 Стальная колонна работает на внецентренное сжатие и имеет составное поперечное сечение. *Требуется:*

1) вычертить сечение в масштабе;

2) показать положение главных центральных осей x, y ; вычислить главные центральные моменты инерции J_x, J_y и радиусы инерции i_x, i_y сечения;

3) построить ядро сечения.

Примечание. Элементы сечения жестко соединены между собой. Размеры

даны в мм.

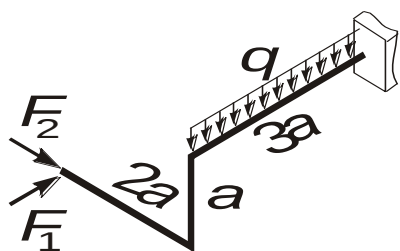
Задача 3 Внецентренно сжатая железобетонная стойка имеет поперечное сечение, ослабленное внутренними отверстиями или боковыми вырезами. *Требуется:*

1) вычертить сечение в масштабе;

2) определить и показать положение главных центральных осей x, y ; вычислить главные центральные моменты инерции J_x, J_y и радиусы инерции i_x, i_y ;

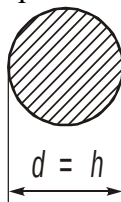
3) построить ядро сечения.

К задаче 1

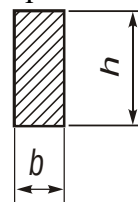


Поперечные сечения брусьев

среднего

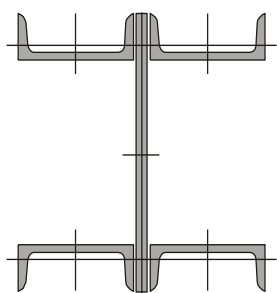


крайних



F_1	qa	$1,5qa$	$2qa$	$2,5qa$	$3qa$
F_2	qa	$1,5qa$	$2qa$	$2,5qa$	$3qa$
q , кН/м	1	2	3	4	5
a , м	0,600	0,625	0,650	0,675	0,700
b , м	0,040	0,045	0,050	0,055	0,060
h , м	0,080	0,090	0,100	0,110	0,120

К задаче 2



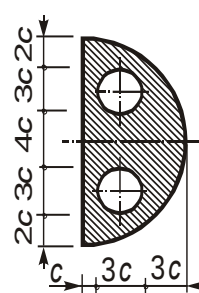
Швеллер №

10У	12У	14У	16У	16аУ
18У	18аУ	20У	22У	24У

Лист

5×900	10×800	8×1000
6×800	7×1200	9×1400

К задаче 3



3.10. Типовое задания на РГР №5

5с

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования «Белорусский государственный университет транспорта»

Кафедра «Строительная механика»

Задание на РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ № 5

по сопротивлению материалов

РАСЧЕТЫ ЭЛЕМЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

(для студентов строительных специальностей)

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой

«Строительная

механика»

Студент _____

Преподаватель _____

группа _____

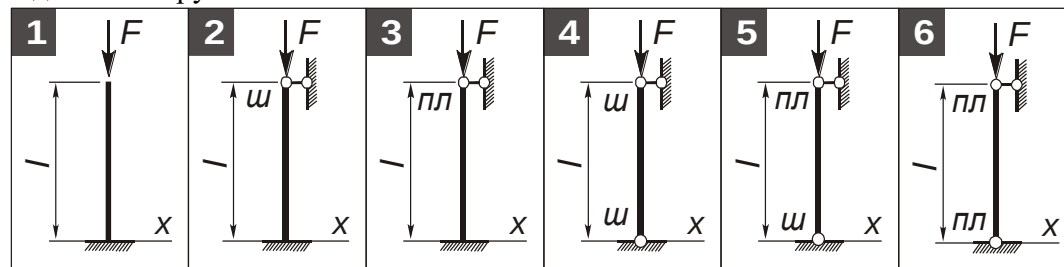
Задание выдано _____ 20__ г.

Защита работы _____ 20__ г.

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

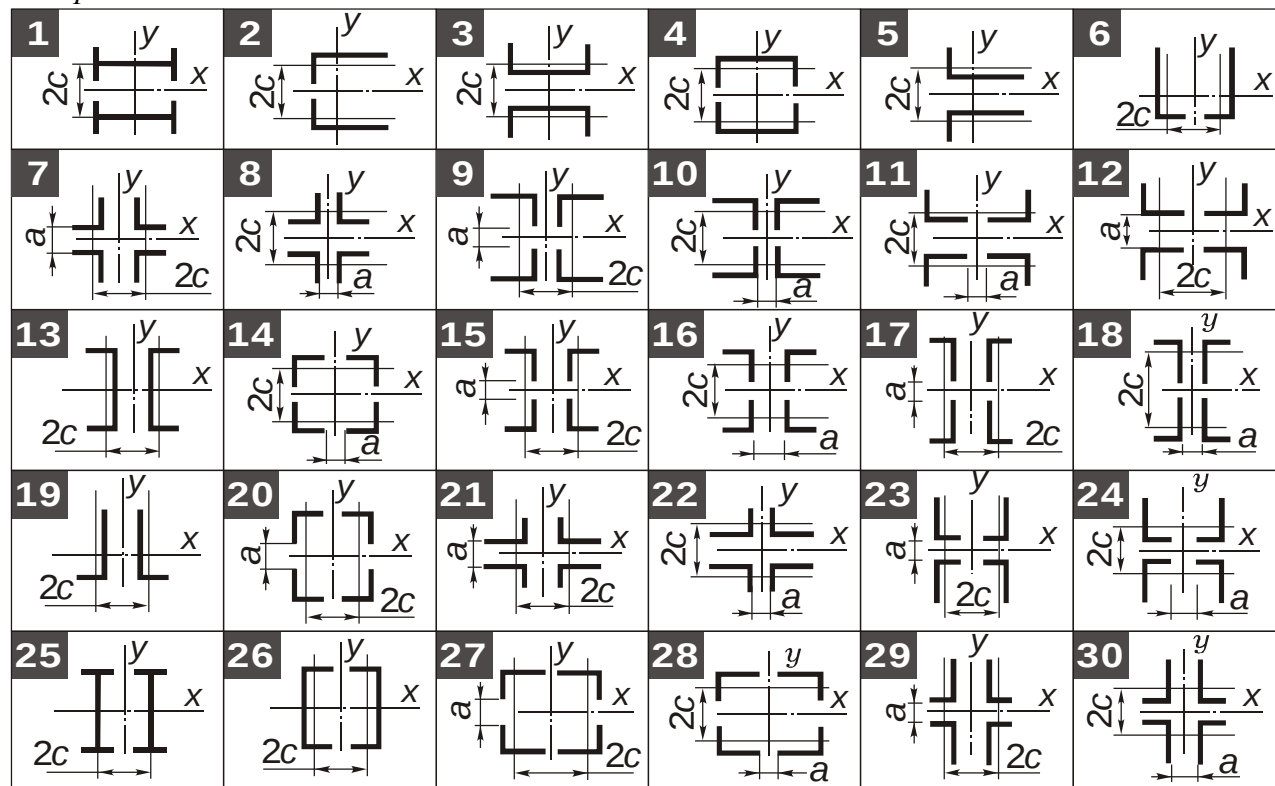
Задача 1 Для сжатой стальной колонны промышленного здания, поперечное сечение которой состоит из стандартных профилей, *требуется*:

- 1) подобрать номер профиля, если $a = 0,2$ м, $R = 210$ МПа;
- 2) определить размер c из условия равноустойчивости сечения;
- 3) найти величину критической силы и коэффициент запаса на устойчивость по отношению к заданной нагрузке.



пл – плоский шарнир
ш – шаровой шарнир

Поперечные сечения стоек

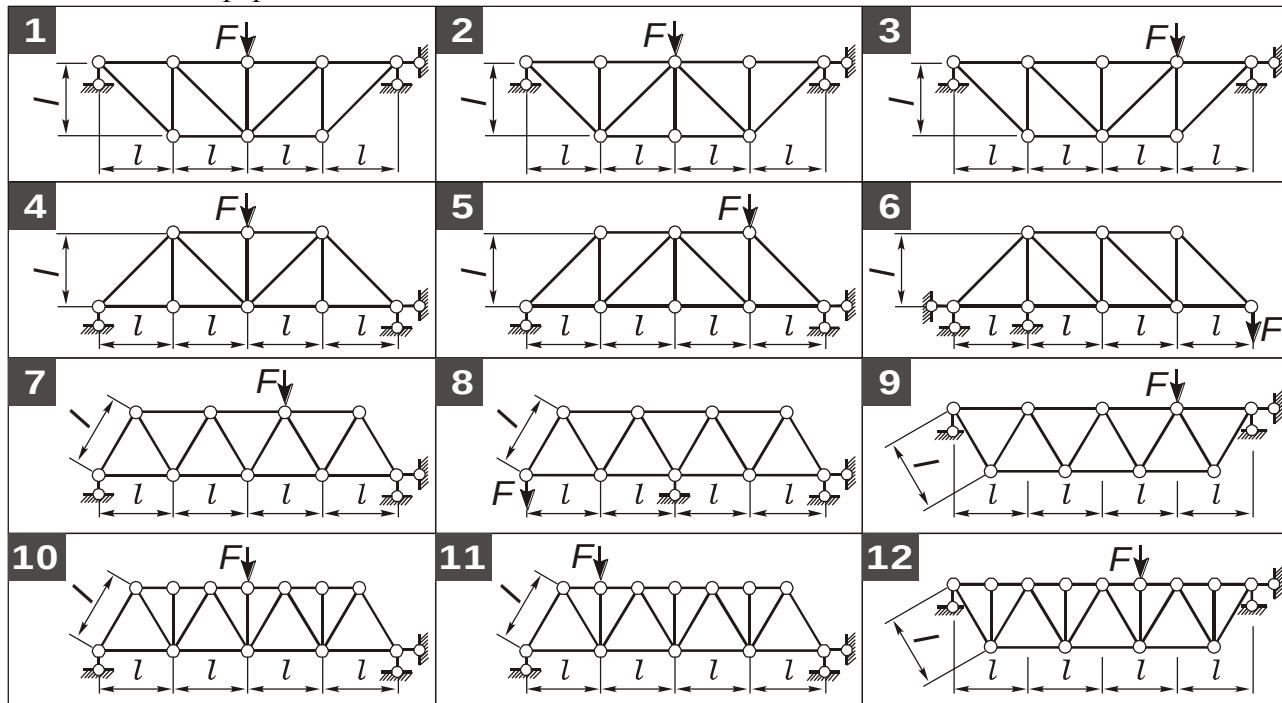


F, κH	400	450	460	480	500	510	520	560	580	600	620	650	
$l, \text{м}$	4,5	4,6	4,8	5,0	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6	6,8

Задача 2 Для подкрановой фермы проверить, достаточно ли поперечное сечение у отмеченных стержней.

Примечание. Считать, что стержни соединены шаровыми шарнирами, составные сечения – равноустойчивые; расчетное сопротивление $R = 210$ МПа.

Расчетные схемы ферм



$F, \text{кН}$	400	450	460	480	500	510	520	560	580	600	620	650
$l, \text{м}$	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0		

Поперечные сечения стержней фермы

Стержни поясов (горизонтальные элементы)			Стойки (вертикальные элементы)		Раскосы (наклонные элементы)		
	Швеллер №			Двутавр №		Уголок	
	10	12 14				80×50×5	75×50×8
	16	16а 18				80×50×6	80×60×7
	18а	20 22				90×56×8	90×56×6 80×60×8
	24	27 30				100×63×7	100×63×8 110×70×6,5
						100×65×7	100×65×10 110×70×8
						125×80×7	125×80×10 125×80×12

3.11. Типовое задания на РГР №6

6с

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Белорусский государственный университет транспорта»
Кафедра «Строительная механика»

Задание на РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ № 6

по сопротивлению материалов

РАСЧЕТЫ ЭЛЕМЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

(для студентов строительных специальностей)

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой
«Строительная
механика»

Студент _____

Преподаватель _____

группа _____

Задание выдано _____ 20__ г.

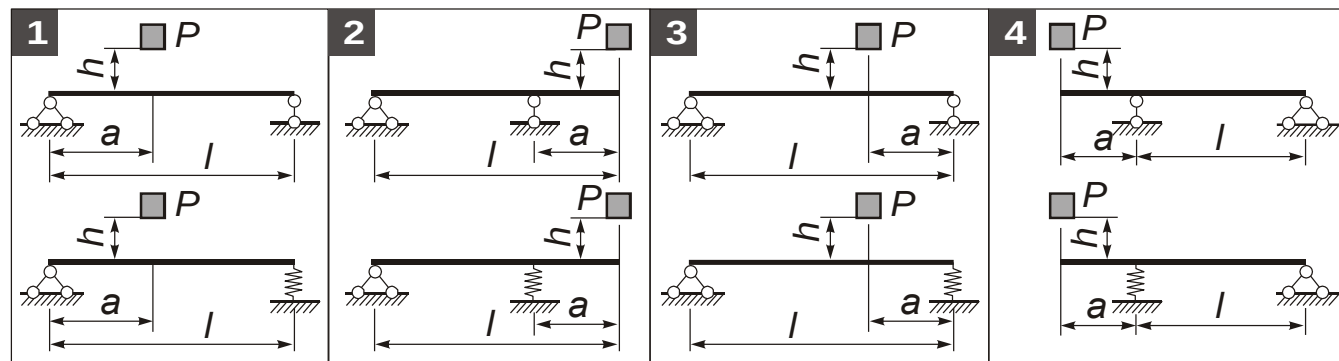
Защита работы _____ 20__ г.

Задача 1 Стальная двутавровая балка может быть закреплена двумя способами: а) с помощью жестких опор; б) одна из опор жесткая, другая – упругая, имеющая податливость c . На балку с высоты h падает груз весом P .

Требуется: вычислить динамический коэффициент и максимальные динамические напряжения σ для двух способов закрепления балки, проверить выполнение условия прочности, сравнить результаты.

Примечание. Расчетное сопротивление $R = 210$ МПа; модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Собственный вес балки не учитывать.

Расчетная схема и исходные данные к задаче 1



l , м	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0
a	$0,2l$		$0,25l$	$0,3l$		$0,35l$	$0,4l$		$0,45l$	$0,5l$	
h , м	0,08		0,09	0,10		0,11	0,12		0,13	0,14	
P , кН	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4
	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5
c , м/МН	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0
	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0						
№ двутавра	18		20		22		24		27		

Задача 2 Стенд для исследования колебательных процессов имеет вибрационное устройство весом P , его вал вращается со скоростью n об/мин. Из-за неуравновешенности вращающихся частей на балку, кроме веса P , действует центробежная сила P_0 .

Требуется определить:

- 1) частоты свободных и вынужденных колебаний, динамический коэффициент;
- 2) постоянную составляющую напряжений σ_m от действия веса P ; динамическую составляющую напряжений σ_a (амплитудное напряжение) от действия возмущающей силы P_0 ; максимальное $\sigma_{\max}$ и минимальное $\sigma_{\min}$ напряжения;
- 3) установить вид цикла изменения напряжений и изобразить его графически;
- 4) проверить выполнение условия прочности;
- 5) определить число оборотов вала двигателя, при котором наступит резонанс.

Примечание. $P(t) = P_0 \sin(\varphi t)$; $R = 210$ МПа; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Собственный вес балки и силы сопротивления не учитывать.

Расчетная схема и исходные данные к задаче 2

1		2							3		Поперечные сечения балок							
$l, \text{ м}$	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0							
a	$0,3l$	$0,35l$	$0,4l$	$0,45l$	$0,5l$	$0,55l$	$0,6l$	$0,65l$	$0,7l$									
$P, \text{ кН}$	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5								
	10,0	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	14,5								
$P_0, \text{ кН}$	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7						
	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9						
$n, \text{ об/мин}$	800	820	840	860	880	900	920	940	950	960	980							
	1000	1160	1200	1220	1240	1260	1300	1380	1400	1440								
№ двутавра	18	18а	20	22	24	27												

Задача 3 Стальной вал AB и жестко соединенные с ним стержни вращаются с постоянной угловой скоростью ω .

Требуется: 1) определить геометрические характеристики сечения вала;

2) построить эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M от сил инерции, возникающих при вращении (силы инерции представить в виде равномерно распределенной нагрузки; за ее интенсивность принять силу инерции при вращении отрезка стержня единичной длины);

3) по эпюре M выбрать опасное сечение вала AB , расчетный изгибающий момент в нем выразить через угловую скорость ω ;

4) найти предельную скорость вращения вала (об/мин) из условия его прочности.

Примечание. Диаметр вала AB и соединенных с ним стержней $d = 0,04 \text{ м}$; плотность стали 7850 кг/м^3 ; $R = 180 \text{ МПа}$.

Расчетная схема и исходные данные к задаче 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l, \text{ м}$	0,40	0,42	0,44	0,46	0,48	0,50	0,52	0,54
	0,56	0,58	0,60	0,62	0,64	0,66	0,68	0,70

3.12. Типовое задания на РГР №7 и контрольную работу



Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет транспорта»
Кафедра «Строительная механика»

Задание на РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ № 1 по теории упругости

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В ТОЧКЕ УПРУГОГО ТЕЛА

СТУДЕНТ _____ ЗАДАНИЕ ВЫДАНО _____ 20__ Г.
ГРУППА _____ ЗАЩИТА РАБОТЫ _____ 20__ Г.

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ _____

Задача. Для точки упругого тела известен тензор напряжений (в МПа):

$$T_n = (\sigma_{ij}) = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Требуется:

1. Нанести исходные компоненты тензора напряжений на гранях элементарного параллелепипеда, выделенного в окрестности рассматриваемой точки.

2. Определить значения нормального и касательного напряжений на площадке с внешней нормалью $\mathbf{n}$, если заданы косинусы углов между нормалью и координатными осями

$$l_1 = l_2 = \frac{1}{2}, \quad l_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

3. Разложить заданный тензор напряжений на шаровую и девиаторную части и показать их компоненты на гранях элементарного параллелепипеда.

4. Вычислить компоненты тензора деформаций, объёмную деформацию, интенсивность напряжений и деформаций в этой точке, если

$$E = 2,06 \cdot 10^5 \text{ МПа}, \quad \nu = 0,3.$$

5. Вычислить главные напряжения $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ и максимальные касательные напряжения

$\tau_{\max}$, приняв в исходном тензоре напряжений
 $\sigma_{31} = \sigma_{32} = \sigma_{33} = 0$.

3.13. Типовое задания на РГР №8



Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет транспорта»
Кафедра «Строительная механика»

Задание на **РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ № 2**

по теории упругости

ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

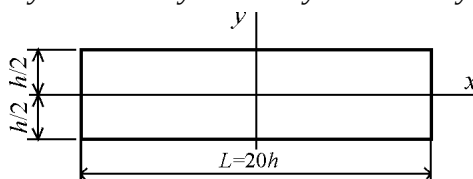
Студент _____ Задание выдано _____ 20__ г.

группа _____ Защита работы _____ 20__ г.

Преподаватель _____

Задача 1. Исследовать, какой внешней нагрузке на кромках пластинки соответствует функция напряжений Эри

$$\Phi(x, y) = \pm \dots xy^3 \pm \dots h^2 xy \pm \dots hxy^2 \pm \dots hx^2 y, \quad L = 20h.$$



Каждую из нагрузок R_x , R_y на кромках пластины показать в виде эпюр.

Задача 2. Проверить пригодность функции напряжений

$$\Phi(x, y) = \pm \dots x^3 \pm \dots x^2 y^2 \pm \dots y^4$$

для решения плоской задачи теории упругости; внести соответствующие коррективы, если функция окажется непригодной, и записать ее окончательный вид.

Задача 3. Проверить возможность плоского деформированного состояния при следующих компонентах тензора деформаций:

$$\varepsilon_{xx} = \pm \dots x^2 \pm \dots y^2 \pm \dots xy \pm \dots x \pm \dots y$$

$$\varepsilon_{yy} = \pm \dots x^2 \pm \dots y^2 \pm \dots xy \pm \dots x \pm \dots y$$

$$\varepsilon_{xy} = \pm \dots x^2 \pm \dots y^2 \pm \dots xy \pm \dots x \pm \dots y$$

3.14. Образцы выполнения РГР по дисциплине

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РГР 1.

☑ **ПРИМЕР 1.1.** Стержень (рисунок 1) нагружен вдоль оси внешними силами $F_1 = 40$ кН; $F_2 = 70$ кН; $F_3 = 130$ кН. Требуется: определить реакцию в заделке; построить эпюру внутренних продольных сил N .

Определение опорной реакции. Все внешние силы действуют по оси стержня, поэтому реакция F в заделке также будет направлена вдоль оси. Находим ее из условия равновесия стержня:

$$F - F_3 + F_2 - F_1 = 0; \quad F = F_3 - F_2 + F_1 = 130 - 70 + 40 = 100 \text{ кН.}$$

Построение эпюры N . В поперечных сечениях стержня будет возникать только продольная сила N . Такой вид деформирования называется *центральной растяжкой–сжатием*. Проводим осевую линию эпюры N , положительные значения (растяжение) будем откладывать сверху, отрицательные (сжатие) – снизу.

Разбиваем стержень на характерные участки; их границами служат сечения, в которых приложены силы. Внутри участков (I, II, III) внешних сил нет, поэтому продольная сила на каждом участке постоянна.

Участок I. Мысленно проводим произвольное поперечное сечение. Отбрасываем правую часть (более нагруженную). Силу N_1 вводим в сторону отброшенной части (см. рисунок 1). Проецируем все силы оставшейся части на горизонтальную ось и находим искомую силу N_1 :

$$F + N_1 = 0; \quad N_1 = -F = -100 \text{ кН.}$$

Откладываем в выбранном масштабе эту величину на эпюре, строим график на первом участке (постоянен, так как внутри участка нагрузок нет) и проводим штриховку перпендикулярно оси.

Участок II. На втором участке поступаем аналогично:

$$F - F_3 + N_2 = 0;$$

$$N_2 = F_3 - F = 130 - 100 = 30 \text{ кН.}$$

Участок III. На третьем участке отбрасываем левую часть:

$$-N_3 - F_1 = 0; \quad N_3 = -F_1 = -40 \text{ кН.}$$

Соответствующие числовые значения указываем на эпюре.

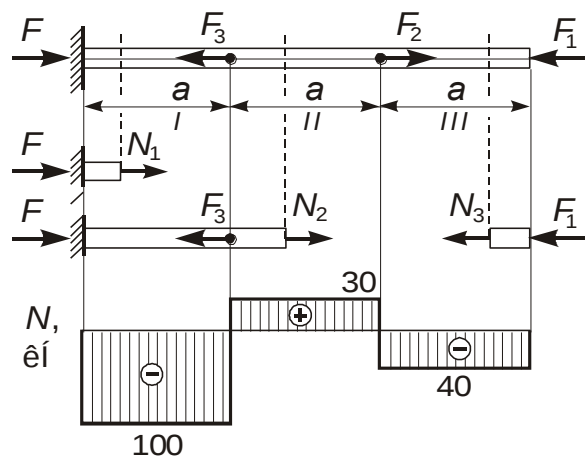


Рисунок 1

☑ **ПРИМЕР 1.2.** На вал (рисунок 2) насажены четыре шкива; на них действуют внешние крутящие моменты $m_1 = 10$ кН·м; $m_2 = 70$ кН·м; $m_3 = 110$ кН·м. Требуется: определить величину неизвестного крутящего момента m ; построить эпюру внутренних крутящих моментов M_z .

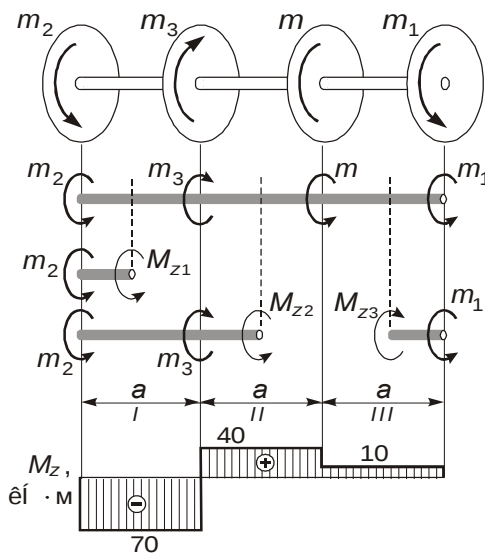


Рисунок 2

Определение неизвестного момента.

Изображаем расчетную схему стержня. Произвольно направляем момент m , например, против часовой стрелки, если смотреть с правого торца стержня. Составляем уравнение моментов относительно оси стержня, из которого находим величину m :

$$m_2 - m_3 + m + m_1 = 0;$$

$$m = m_3 - m_2 - m_1 = 110 - 70 - 10 = 30 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Момент положителен, значит, его направление было выбрано правильно.

Построение эпюры крутящих моментов. Разбиваем стержень на участки, границами которых служат сечения с внешними моментами.

Участок I. Рассекаем стержень на этом участке, отбрасываем правую часть (более нагруженную). Согласно принятому правилу (см. рисунок 1.17) вводим момент M_{z1} . Составляем уравнение равновесия оставшейся части, из которого определяем искомый момент:

$$m_2 + M_{z1} = 0; M_{z1} = -m_2 = -70 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Участок II. $m_2 - m_3 + M_{z2} = 0; M_{z2} = m_3 - m_2 = 110 - 70 = 40 \text{ кН}\cdot\text{м}.$

Участок III. $m_1 - M_{z3} = 0; M_{z3} = m_1 = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}.$

В соответствии с полученными результатами строим эпюру крутящих моментов и проводим штриховку перпендикулярно оси стержня.

☑ **ПРИМЕР 1.3.** Консоль, у которой $a = 1 \text{ м}$; $b = 1 \text{ м}$; $c = 2 \text{ м}$ (рисунок 3), нагружена вертикальной нагрузкой $F = 8 \text{ кН}$; $m = 12 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $q = 10 \text{ кН/м}$. Требуется: построить эпюры внутренних поперечных сил и изгибающих моментов.

Построение эпюр. Применяя метод сечений в этой задаче, всегда будем отбрасывать правую часть, что упростит решение и позволит не определять реакции в заделке. Балка работает на *поперечный изгиб*. При заданной вертикальной нагрузке в ее сечениях будут возникать поперечные силы Q_y и изгибающие моменты M_x . Нижние индексы x, y в дальнейшем для простоты приводить не будем.

Разбиваем балку на три характерных участка (I, II, III), границами которых служат сечения с сосредоточенными внешними силами или моментами. Координату z будем отсчитывать от начала соответствующего участка. На эпюре моментов отрицательные значения будем откладывать сверху оси, положительные – снизу. В результате эпюра моментов будет построена *на растянутом волокне*.

Участок I. Проводим сечение на расстоянии z_1 от начала участка, отбрасываем правую часть и вводим внутренние усилия Q_1 и M_1 в соответствии с принятыми правилами.

Составляем уравнения равновесия сил и моментов (относительно сечения) оставшейся части:

$$-Q_1 - F = 0; M_1 + Fz_1 = 0;$$

отсюда

$$Q_1 = -F = -8 \text{ кН}; M_1 + Fz_1 = 0.$$

Поперечная сила на первом участке постоянна, изгибающий момент изменяется *линейно*. На границах участка

$$M_1|_{z_1=0} = 0; M_1|_{z_1=a} = -8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок II. Проводим сечение на расстоянии z_2 от начала участка, отбрасываем правую часть и вводим внутренние усилия Q_2 и M_2 . Так как на втором участке балки внешних сил не добавляется, то $Q_2 = -8 \text{ кН}$. Для моментов получаем

$$M_2 + F(a + z_2) + m = 0;$$

$$M_2 = -F(a + z_2) - m.$$

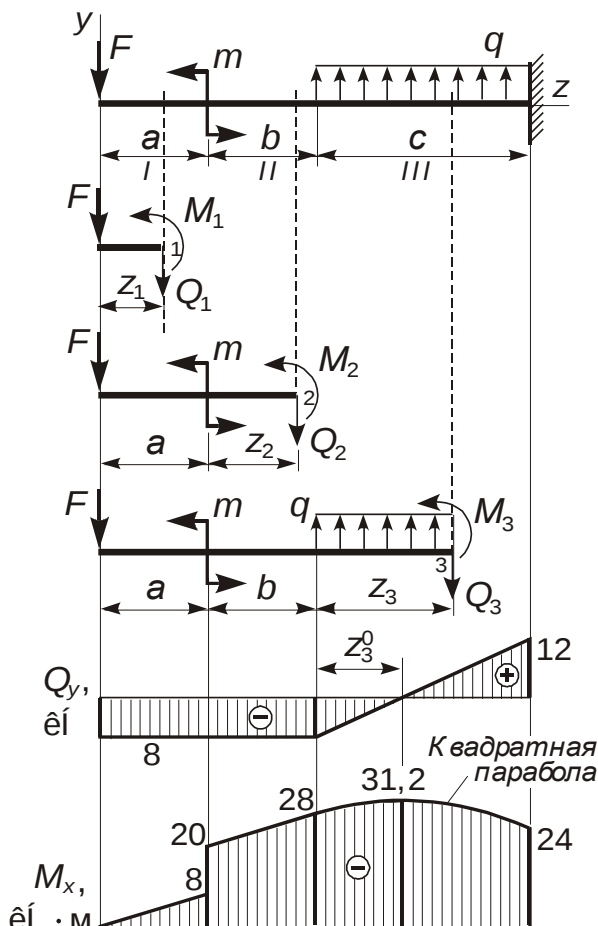


Рисунок 3

Поперечная сила на участке *постоянна*, изгибающий момент изменяется по *линейному закону*. На границах участка

$$M_2|_{z_2=0} = -m - Fa = -12 - 8 \cdot 1 = -20 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2|_{z_2=b} = -m - F(a + b) = -12 - 8(1 + 1) = -28 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок III. Проводим сечение на расстоянии z_3 от начала участка, отбрасываем правую часть и вводим внутренние усилия Q_3 и M_3 . Условие равновесия сил:

$$-Q_3 - F + qz_3 = 0; Q_3 = -F + qz_3.$$

Поперечная сила Q_3 изменяется вдоль участка *линейно*. На границах

$$Q_3|_{z_3=0} = -F = -8 \text{ кН}; Q_3|_{z_3=c} = -F + qc = -8 + 10 \cdot 2 = 12 \text{ кН}.$$

Условие равновесия моментов:

$$M_3 + F(a + b + z_3) + m - qz_3^2/2 = 0;$$

$$M_3 = -m - F(a + b + z_3) + qz_3^2/2,$$

т. е. аналитическое выражение для изгибающих моментов на данном участке описывает *квадратичную параболу*. На границах

$$M_3|_{z_3=0} = -m - F(a + b) = -12 - 8(1 + 1) = -28 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_3|_{z_3=c} = -m - F(a + b + c) + qc^2/2 = -12 - 8(1 + 1 + 2) + 10 \cdot 2^2/2 = -24 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Эпюра представляет собой параболу, направленную выпуклостью в сторону действия распределенной нагрузки – вверх.

Вычисление экстремума на эпюре моментов. На участке III эпюра поперечных сил пересекает ось, следовательно, в соответствующем сечении изгибающий момент будет экстремален. Используя выражение для поперечной силы Q_3 , определим координату z_3^0 , такую, что $Q_3(z_3^0) = 0$:

$$0 = -F + qz_3^0; \quad z_3^0 = F/q = 8/10 = 0,8 \text{ м.}$$

Вычислим значение момента в сечении с координатой $z_3 = z_3^0$:

$$\begin{aligned} M_3(z_3^0) &= -m - F(a + b + z_3^0) + q(z_3^0)^2/2 = \\ &= -12 - 8(1+1+0,8) + 10 \cdot 0,8^2/2 = -31,2 \text{ кН} \cdot \text{м.} \end{aligned}$$

Мы получили экстремальное значение момента. Отмечаем его на эпюре M .

☑ **ПРИМЕР 1.4.** На балку (рисунок 4) действует вертикальная нагрузка q , $F = qa$, $m = qa^2$. Требуется: построить эпюры внутренних поперечных сил и изгибающих моментов; определить их максимальные значения.

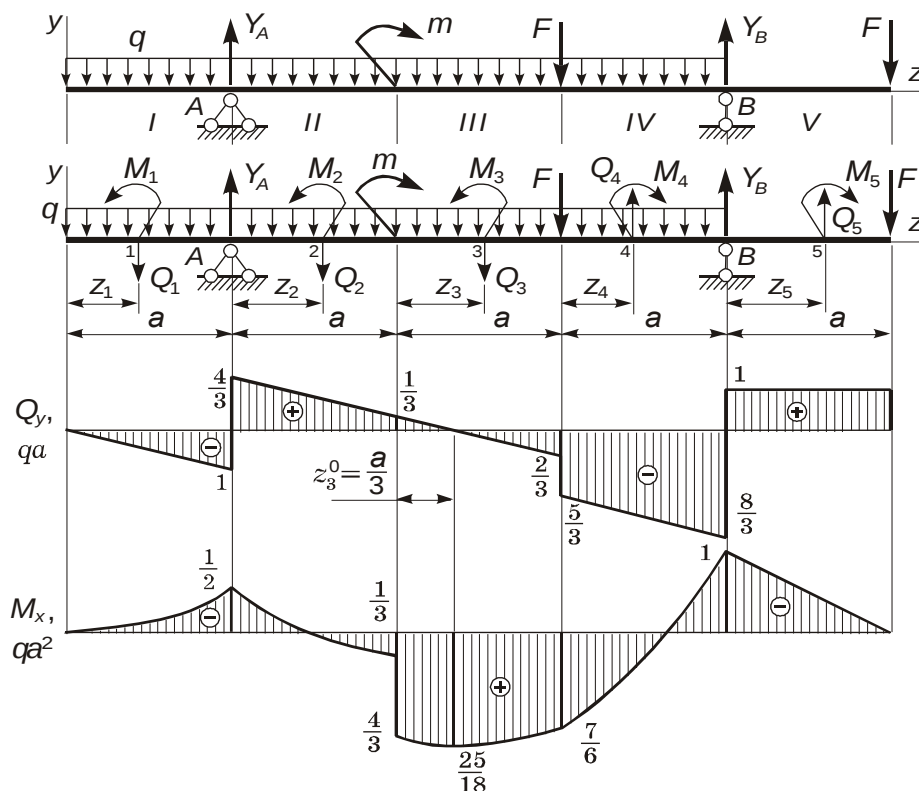


Рисунок 4

Определение опорных реакций. Для определения реакций Y_A , Y_B составим два уравнения равновесия балки в моментах:

$$\sum M_A = 0; \quad -F \cdot 2a - F \cdot 4a - m - q \cdot 4a \cdot a + Y_B \cdot 3a = 0;$$

$$Y_B = \frac{1}{3a} (F \cdot 2a + F \cdot 4a + m + q \cdot 4a \cdot a) = \frac{11}{3} qa.$$

$$\sum M_B = 0; \quad F \cdot a - F \cdot a - m + q \cdot 4a \cdot 2a - Y_A \cdot 3a = 0;$$

$$Y_A = \frac{1}{3a} (F \cdot a - F \cdot a - m + q \cdot 4a \cdot 2a) = \frac{7}{3} qa.$$

Проверку полученных значений реакций проведем, используя уравнение равновесия сил, действующих на балку:

$$\sum Y = Y_A + Y_B - F - F - q \cdot 4a = \frac{7}{3} qa + \frac{11}{3} qa - qa - qa - 4qa = 0.$$

Уравнение выполняется, следовательно, реакции определены правильно.

Построение эпюр. Разбиваем балку на характерные участки I–V. На каждом из них применяем метод сечений и определяем внутренние поперечные силы Q_y и изгибающие моменты M_x (нижние индексы x, y в дальнейшем приводить не будем). При этом на участках I–III отбрасываем правую часть рассеченного стержня, на участках IV, V – левую часть.

Участок I. Уравнения равновесия и аналитические выражения для поперечных сил Q и изгибающих моментов M :

$$-Q_1 - qz_1 = 0; \quad M_1 + qz_1^2/2 = 0; \quad Q_1 = -qz_1; \quad M_1 = -qz_1^2/2.$$

Значения внутренних усилий на границах участка:

$$z_1 = 0: Q_1 = 0; \quad M_1 = 0; \quad z_1 = a: Q_1 = -qa; \quad M_1 = -qa^2/2.$$

Участок II. Уравнения равновесия и выражения для Q_2 и M_2 :

$$-Q_2 - q(a + z_2) + Y_A = 0; \quad M_2 + q(a + z_2)^2/2 - Y_A z_2 = 0;$$

$$Q_2 = -q(a + z_2) + Y_A; \quad M_2 = -q(a + z_2)^2/2 + Y_A z_2.$$

Значения на границах второго участка:

$$z_2 = 0: Q_2 = 4qa/3; \quad M_2 = -qa^2/2; \quad z_2 = a: Q_2 = qa/3; \quad M_2 = qa^2/3.$$

Участок III. Уравнения равновесия и выражения для Q_3 и M_3 :

$$-Q_3 - q(2a + z_3) + Y_A = 0; \quad M_3 + q(2a + z_3)^2/2 - Y_A(a + z_3) - m = 0;$$

$$Q_3 = -q(2a + z_3) + Y_A; \quad M_3 = -q(2a + z_3)^2/2 + Y_A(a + z_3) + m.$$

Значения на границах третьего участка:

$$z_3 = 0: Q_3 = qa/3; \quad M_3 = 4qa^2/3; \quad z_3 = a: Q_3 = -2qa/3; \quad M_3 = 7qa^2/6.$$

Поперечная сила Q_3 изменяется вдоль участка линейно, при этом имеет разные знаки на его концах. Следовательно, внутри участка она обращается в нуль. Используя аналитическое выражение для Q_3 , определим координату z_3^0 , такую, что $Q_3(z_3^0) = 0$:

$$0 = -q(2a + z_3^0) + Y_A; \quad z_3^0 = Y_A/q - 2a = 7a/3 - 2a = a/3.$$

Вычислим экстремальное значение момента в этом сечении:

$$M_3(z_3^0) = -q(2a + a/3)^2/2 + Y_A(a + a/3) + m = 25qa^2/18.$$

Участок IV. Уравнения равновесия и выражения для Q_4 и M_4 :

$$Q_4 - q(a - z_4) + Y_B - F = 0; \quad -M_4 - q(a - z_4)^2/2 + Y_B(a - z_4) - F(2a - z_4) = 0;$$

$$Q_4 = q(a - z_4) - Y_B + F; \quad M_4 = -q(a - z_4)^2/2 + Y_B(a - z_4) - F(2a - z_4).$$

Значения на границах участка:

$$z_4 = 0: Q_4 = -5qa/3; \quad M_4 = 7qa^2/6; \quad z_4 = a: Q_4 = -8qa/3; \quad M_4 = -qa^2.$$

Участок V. Уравнения равновесия и выражения для Q_5 и M_5 :

$$Q_5 - F = 0; \quad -M_5 - F(a - z_5) = 0; \quad Q_5 = F; \quad M_5 = -F(a - z_5).$$

Значения на границах участка:

$$z_5 = 0: Q_5 = F; \quad M_5 = -qa^2; \quad z_5 = a: Q_5 = F; \quad M_5 = 0.$$

В соответствии с полученными результатами строим эпюры.

Максимальные значения внутренних усилий. Выбираем из эпюр наибольший момент $|M_{\max}| = (25/18)qa^2$ и наибольшую поперечную силу $|Q_{\max}| = (8/3)qa$.

☑ **ПРИМЕР 1.5.** Балка (рисунок 5) нагружена вертикальной силой F и моментом $m = 3Fa$. Требуется: построить эпюры внутренних поперечных сил и изгибающих моментов; определить максимальное значение момента.

Определение опорных реакций. Горизонтальная реакция $Z_A = 0$, так как на балку действует только вертикальная нагрузка. В результате имеем три неизвестные опорные реакции: Y_A , Y_B , M_A .

Наличие шарнира в сечении балки C подразумевает равенство нулю в нем внутреннего изгибающего момента, поэтому слева и справа от шарнира сумма моментов внешних сил относительно точки C равняется нулю. Суммируя моменты справа от шарнира, получаем

$$\sum M_C^{\text{прав}} = Y_B a - m = 0; Y_B = m/a = 3Fa/a = 3F.$$

Реакцию Y_A определим из условия равновесия сил:

$$\sum Y = -Y_A + Y_B - F = 0; Y_A = Y_B - F = 2F.$$

Суммируя моменты слева от шарнира, имеем

$$\sum M_C^{\text{лев}} = Fa + 2,5Y_A a - M_A = 0;$$

$$M_A = Fa + 2,5Y_A a = 6Fa.$$

Построение эпюр. Разбиваем балку на характерные участки и нумеруем их концы. Значения поперечных сил и изгибающих моментов вычисляем в граничных точках, используя метод сечений:

$$Q_1 = Q_2 = -Y_A = -2F;$$

$$Q_3 = Q_4 = Y_B = 3F;$$

$$M_1 = M_A = 6Fa;$$

$$M_2 = M_A - 1,5Y_A a = \\ = 6Fa - 1,5 \cdot 2Fa = 3Fa;$$

$$M_3 = M_2 = 3Fa; M_4 = -m = -3Fa.$$

Распределенная нагрузка на балку не действует, поэтому эпюра Q_y внутри каждого участка постоянна, а эпюра M_x изменяется линейно, проходя через точку C . Максимальный момент $|M_{\max}| = 6Fa$.

☑ **ПРИМЕР 1.6.** Брус (рисунок 6, а) нагружен горизонтальной силой F и вертикальными силами F и $3F$. Требуется: построить эпюры внутренних продольных сил N , поперечных сил Q и изгибающих моментов M_x .

Определение внутренних усилий. Чтобы не определять опорные реакции, используя метод сечений, всегда будем отбрасывать ту часть бруса, в которой находится заделка.

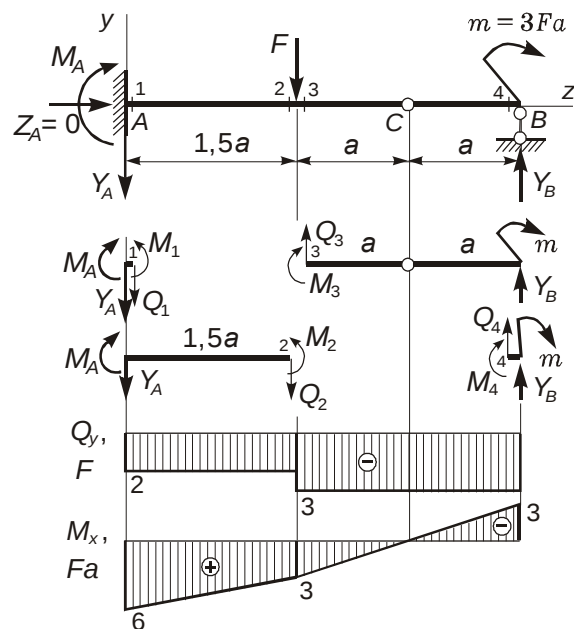


Рисунок 5

Разбиваем брус на характерные участки, цифрами 1–8 обозначаем граничные сечения. Мысленно рассекаем брус в каждой из точек 1, ..., 8 и вводим внутренние усилия. Для сечений 2, 4, 6, 8 усилия показаны на рисунке 6, б; для сечений 1, 3, 5, 7 – прикладываются аналогично.

Вычисляем значения внутренних силовых факторов. Для определения N и Q проецируем все силы оставленной части бруса на оси y, z ; для вычисления M берем момент сил оставленной части относительно рассматриваемого сечения. Получаем:

$$N_1 = N_2 = 0; N_3 = N_4 = F; N_5 = N_6 = 0;$$

$$N_7 = N_8 = F - 3F = -2F;$$

$$Q_1 = Q_2 = F; Q_3 = Q_4 = 0; Q_5 = Q_6 = -3F; Q_7 = Q_8 = F;$$

$$M_1 = 0; M_2 = M_3 = M_4 = -Fa; M_5 = 0;$$

$$M_6 = -3Fa; M_7 = 3Fa - Fa = 2Fa;$$

$$M_8 = 3Fa - F(a + 1,5a) = 0,5Fa.$$

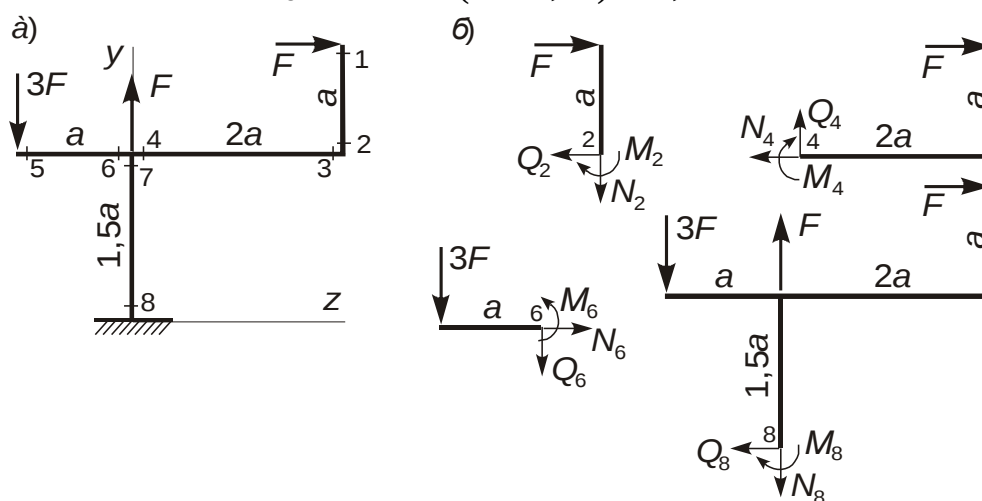


Рисунок 6

Построение эпюр. По полученным результатам изображаем эпюры N, Q, M (рисунок 7). При построении эпюры Q учитываем, что в сечениях, где приложены внешние поперечные силы, будут скачки, совпадающие с этими силами по величине и направлению (если двигаться от консолей к заделке).

Эпюру M строим на растянутом волокне. На участках 1–2, 3–4, 5–6 моменты получились отрицательными, их направление противоположно выбранному на рисунке 6, б: на участке 1–2 растянуты левые волокна, на участках 3–4 и 5–6 – верхние. На участке 7–8 растянуты правые волокна, как и было принято на рисунке 6, б.

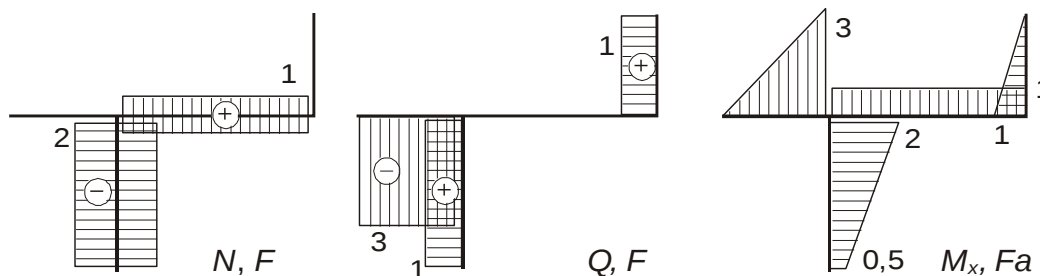


Рисунок 7

Проверка эпюр. Вырезаем узлы 2–3 и 4–6–7, прикладываем к сечениям внутренние усилия, взятые из эпюр (рисунок 8). Составляем уравнения равновесия узлов.

Узел 2–3:

$$\sum Z = F - F = 0; \sum Y = 0;$$

$$\sum M = Fa - Fa = 0.$$

Узел 4–6–7:

$$\sum Z = F - F = 0; \sum Y = F + 2F - 3F = 0; \sum M = 3Fa - 2Fa - Fa = 0.$$

Узлы находятся в равновесии, значит, расчет выполнен верно.

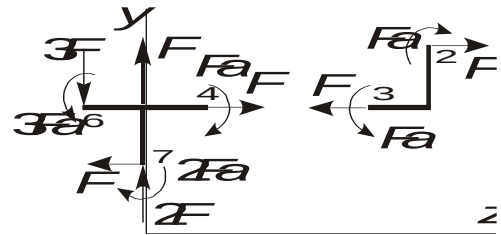


Рисунок 8

☑ **ПРИМЕР 1.7.** На раму (рисунок 9, а) действует равномерно распределенная нагрузка интенсивности q и сила $F = 2qa$. Требуется: построить эпюры внутренних продольных сил N , поперечных сил Q и изгибающих моментов M_x .

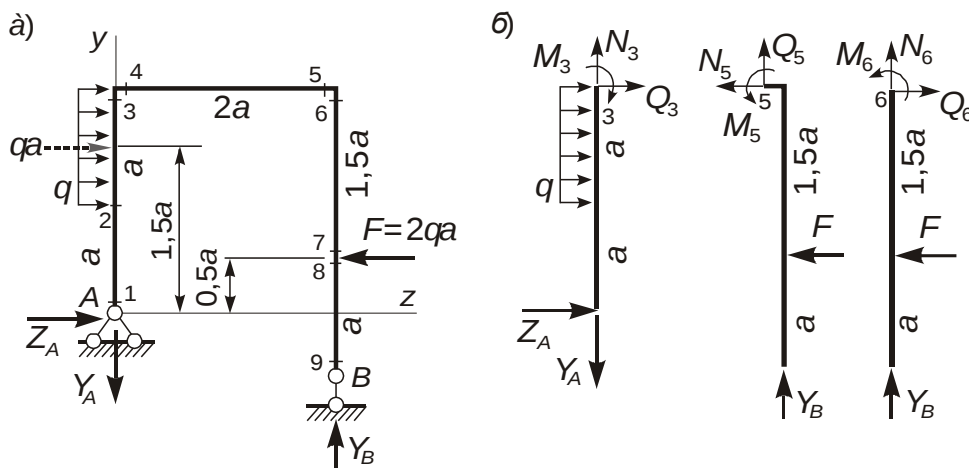


Рисунок 9

Определение опорных реакций. Найдем реакции Z_A , Y_A , Y_B . Для этого составим три уравнения равновесия. Из условия равенства нулю суммарного момента относительно точки A , учитывая, что расстояние до нее от равнодействующей распределенной нагрузки равно $1,5a$, получаем

$$\sum M_A = 0; F \cdot 0,5a + Y_B \cdot 2a - qa \cdot 1,5a = 0; Y_B = 0,25qa.$$

Суммы проекций всех сил на координатные оси позволяют определить остальные реакции:

$$\sum Z = 0; qa + Z_A - F = 0; Z_A = qa;$$

$$\sum Y = 0; -Y_A + Y_B = 0; Y_A = Y_B = 0,25qa.$$

Определение внутренних усилий. Разбиваем раму на характерные участки, цифрами 1–9 обозначаем граничные сечения. Рассекаем раму в каждой из точек 1, ..., 9 и вводим внутренние силы и моменты. Для сечений 3, 5, 6 усилия показаны на рисунке 9, б; для остальных сечений они прикладываются аналогично. Вычисляем значения усилий:

$$N_1 = N_2 = N_3 = Y_A = 0,25qa; N_4 = N_5 = -F = -2qa;$$

$$N_6 = N_7 = N_8 = N_9 = -Y_B = -0,25qa;$$

$$Q_1 = Q_2 = -Z_A = -qa; Q_3 = -Z_A - qa = -qa - qa = -2qa;$$

$$Q_4 = Q_5 = -Y_B = -0,25qa; \quad Q_6 = Q_7 = F = 2qa; \quad Q_8 = Q_9 = 0;$$

$$M_1 = 0; \quad M_2 = -Z_A a = -qa \cdot a = -qa^2;$$

$$M_3 = M_4 = Z_A 2a + qa^2/2 = 2,5qa^2;$$

$$M_5 = M_6 = F \cdot 1,5a = 2qa \cdot 1,5a = 3qa^2; \quad M_7 = M_8 = M_9 = 0.$$

Построение эпюр. По полученным результатам изображаем эпюры N , Q , M (рисунок 10).

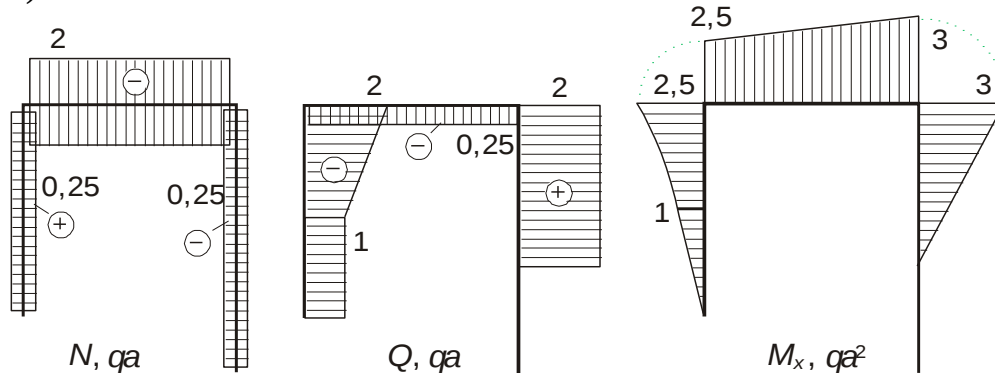


Рисунок 10

Как и в предыдущем примере, при построении эпюры Q движемся слева направо по брусу, учитывая, что направления скачков совпадают с направлениями внешних сил. Эпюру M_x строим на растянутом волокне. Если моменты получились отрицательными, их направление противоположно выбранному ранее на рисунке 11, б. На участке 2–3 эпюра M_x ограничена параболой, направленной выпуклостью в сторону действия равномерно распределенной нагрузки.



Рисунок 11

Проверка эпюр. Вырезаем узлы 3–4 и 5–6, прикладываем к сечениям внутренние усилия, взятые из эпюр (см. рисунок 11). Узлы находятся в равновесии, следовательно, расчет верен.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РГР 2.

☑ **ПРИМЕР 2.1.** Стержень переменного сечения нагружен вдоль оси сосредоточенными внешними силами (рисунок 1). Требуется: построить эпюры внутренних продольных сил N , напряжений σ и перемещений δ . Влиянием собственного веса пренебречь.

Параметры участков. Разобьем стержень на участки 1–6, границами которых будут сечения, в которых приложены внешние силы или изменяется площадь поперечного сечения. Модуль Юнга E считаем одинаковым для всех участков стержня. Длины l_i и площади поперечных сечений A_i следующие (i – номер участка):

$$l_1 = l_4 = l_6 = l; \quad l_2 = l_3 = l_5 = 2l; \quad A_1 = A_2 = 3A; \quad A_3 = A_4 = 2A; \quad A_5 = A_6 = A.$$

Продольные силы. Мысленно будем рассекать стержень на каждом из

участков и отбрасывать верхнюю часть. Из условий равновесия нижней части определим значения внутренних продольных сил N_i :

$$N_1 = 2F - 3F + 2F = F; \quad N_2 = N_3 = 2F - 3F = -F;$$

$$N_4 = N_5 = 2F; \quad N_6 = 0.$$

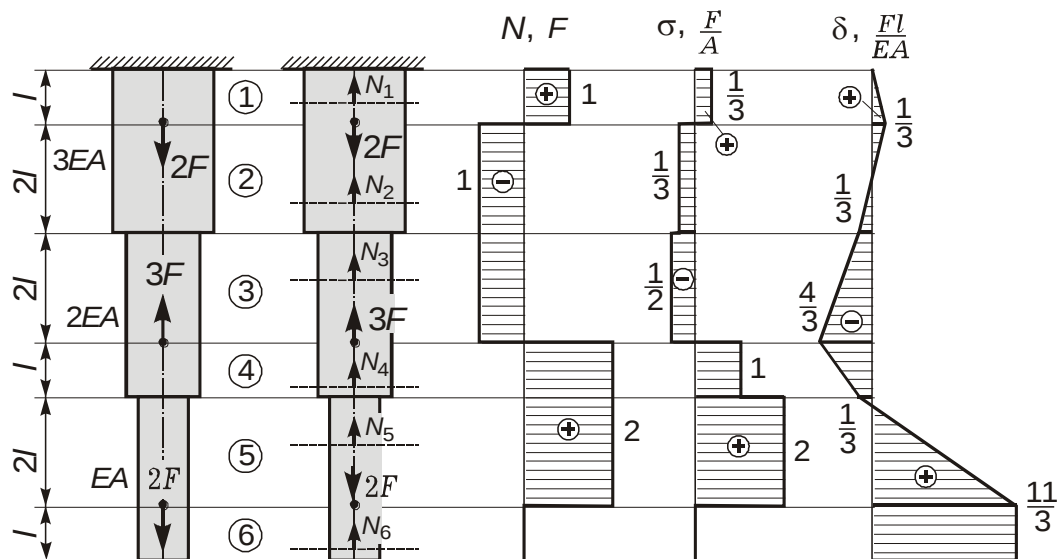


Рисунок 1

Нормальные напряжения на участках ($\sigma_i = N_i / A_i$):

$$\sigma_1 = \frac{F}{3A}; \quad \sigma_2 = \frac{-F}{3A}; \quad \sigma_3 = \frac{-F}{2A}; \quad \sigma_4 = \frac{2F}{2A} = \frac{F}{A}; \quad \sigma_5 = \frac{2F}{A}; \quad \sigma_6 = 0.$$

Перемещения. Для каждого участка стержня определим δ_i – перемещение крайней нижней точки i -го участка, которое состоит из его удлинения Δl_i и перемещения δ_{i-1} как единого целого за счет деформирования предыдущих участков:

$$\delta_i = \delta_{i-1} + \Delta l_i = \delta_{i-1} + \frac{N_i l_i}{EA_i};$$

$$\delta_0 = 0; \quad \delta_1 = 0 + \frac{N_1 l_1}{EA_1} = \frac{Fl}{3EA};$$

$$\delta_2 = \delta_1 + \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{Fl}{3EA} + \frac{-F \cdot 2l}{3EA} = -\frac{Fl}{3EA};$$

$$\delta_3 = \delta_2 + \frac{N_3 l_3}{EA_3} = -\frac{Fl}{3EA} + \frac{-F \cdot 2l}{2EA} = -\frac{4Fl}{3EA};$$

$$\delta_4 = \delta_3 + \frac{N_4 l_4}{EA_4} = -\frac{4Fl}{3EA} + \frac{2Fl}{2EA} = -\frac{Fl}{3EA};$$

$$\delta_5 = \delta_4 + \frac{N_5 l_5}{EA_5} = -\frac{Fl}{3EA} + \frac{2F \cdot 2l}{EA} = \frac{11Fl}{3EA}; \quad \delta_6 = \delta_5 + \frac{N_6 l_6}{EA_6} = \frac{11Fl}{3EA}.$$

Эпюры продольных сил N и напряжений σ в пределах каждого участка постоянны. Перемещения δ изменяются линейно (см. рисунок 1).

☑ **ПРИМЕР 2.2.** Дать заключение о том, как изменятся эпюры внутренних продольных сил, напряжений и перемещений, если у стержня согласно условию примера 1 будут заделаны оба конца (рисунок 2).

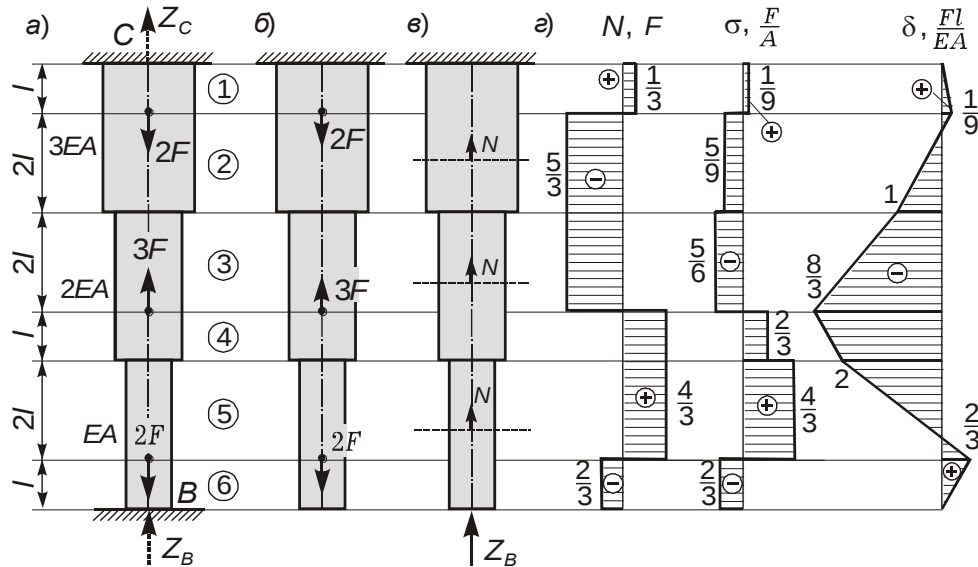


Рисунок 2

Параметры участков. Как и в предыдущем примере, разобьем стержень на участки 1–6. Длины l_i и площади поперечных сечений A_i следующие (i – номер участка):

$$l_1 = l_4 = l_6 = l; \quad l_2 = l_3 = l_5 = 2l; \quad A_1 = A_2 = 3A; \quad A_3 = A_4 = 2A; \quad A_5 = A_6 = A.$$

Уравнение равновесия. Система один раз статически неопределимая, так как для нахождения двух неизвестных реакций Z_B и Z_C можно составить только одно уравнение равновесия:

$$Z_B + Z_C - 2F + 3F - 2F = 0,$$

отсюда

$$Z_B + Z_C = F. \quad (a)$$

Уравнение совместности перемещений. Очевидно, что опорные сечения стержня не смещаются. Это обстоятельство дает нам возможность составить еще одно уравнение для определения неизвестных реакций – уравнение совместности перемещений. Отбросим нижнюю заделку и заменим ее действие реакцией Z_B . На основании принципа суперпозиции действия внешней нагрузки и силы Z_B можно рассмотреть отдельно.

Перемещение нижнего сечения стержня при заделанном верхнем, вызванное внешней нагрузкой (рисунок 2, б), определено в примере 1:

$$\delta_6^F = \frac{11}{3} \frac{Fl}{EA}.$$

Найдем перемещение того же сечения, вызванное только реакцией Z_B (рисунок 2, в). Выделим три участка стержня с разной жесткостью. Продольные силы N одинаковы на этих участках и равны $(-Z_B)$, длины участков одинаковы. Перемещение нижнего сечения от силы Z_B

$$\delta_6^{Z_B} = \frac{-Z_B 3l}{EA} + \frac{-Z_B 3l}{2EA} + \frac{-Z_B 3l}{3EA} = -\frac{11}{2} \frac{Z_B l}{EA}.$$

Суммарное перемещение точки B от действия внешних сил и реакции Z_B равно

нулю, так как в заданной системе нижнее сечение заделано:

$$\delta_6^F + \delta_6^{Z_B} = 0. \quad (б)$$

Уравнение (б) называется уравнением совместности перемещений. Из него определяем реакцию Z_B :

$$\delta_6^F = -\delta_6^{Z_B}; \quad \frac{11}{3} \frac{Fl}{EA} = \frac{11}{2} \frac{Z_B l}{EA}; \quad Z_B = \frac{2}{3} F.$$

Из уравнения (а) находим вторую реакцию: $Z_C = F - Y_B = F - \frac{2}{3} F = \frac{1}{3} F$.

Продольные силы. Методом сечений определим значения внутренних продольных сил N_i на участках:

$$N_1 = Z_C = \frac{1}{3} F; \quad N_2 = N_3 = Z_C - 2F = -\frac{5}{3} F; \\ N_4 = N_5 = 2F - Z_B = 2F - \frac{2}{3} F = \frac{4}{3} F; \quad N_6 = -Z_B = -\frac{2}{3} F.$$

Нормальные напряжения на участках ($\sigma_i = N_i / A_i$) будут:

$$\sigma_1 = \frac{F}{3 \cdot 3A} = \frac{F}{9A}; \quad \sigma_2 = \frac{-5F}{3 \cdot 3A} = -\frac{5F}{9A}; \quad \sigma_3 = \frac{-5F}{3 \cdot 2A} = -\frac{5F}{6A}; \\ \sigma_4 = \frac{4F}{3 \cdot 2A} = \frac{2F}{3A}; \quad \sigma_5 = \frac{4F}{3A}; \quad \sigma_6 = -\frac{2F}{3A}.$$

Перемещения. Для каждого участка стержня определим δ_i – перемещение крайней нижней точки i -го участка.

$$\delta_0 = 0; \quad \delta_1 = 0 + \frac{N_1 l_1}{EA_1} = \frac{Fl}{9EA}; \quad \delta_2 = \delta_1 + \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{1}{9} \frac{Fl}{EA} + \frac{-5F \cdot 2l}{3 \cdot 3EA} = -\frac{Fl}{EA}; \\ \delta_3 = \delta_2 + \frac{N_3 l_3}{EA_3} = -\frac{Fl}{EA} + \frac{-5F \cdot 2l}{3 \cdot 2EA} = -\frac{8}{3} \frac{Fl}{EA}; \\ \delta_4 = \delta_3 + \frac{N_4 l_4}{EA_4} = -\frac{8}{3} \frac{Fl}{EA} + \frac{4Fl}{3 \cdot 2EA} = -2 \frac{Fl}{EA}; \\ \delta_5 = \delta_4 + \frac{N_5 l_5}{EA_5} = -2 \frac{Fl}{EA} + \frac{4F \cdot 2l}{3 \cdot EA} = \frac{2}{3} \frac{Fl}{EA}; \quad \delta_6 = \delta_5 + \frac{N_6 l_6}{EA_6} = \frac{2}{3} \frac{Fl}{EA} - \frac{2Fl}{3 \cdot EA} = 0.$$

Строим эпюры внутренних продольных сил N , напряжений σ , перемещений δ (рисунок 2, з). Последняя эпюра показывает, что перемещения крайних сечений стержня равны нулю.

☑ **ПРИМЕР 2.3.** Система состоит из абсолютно жесткого бруса и двух стальных стержней 1 и 2 (рисунок 3, а). Длины стержней $l_1 = 1,5$ м; $l_2 = 2$ м; площади сечений $A_1 = 1$ см²; $A_2 = 1,4$ см²; угол $\alpha = 30^\circ$; предел текучести $\sigma_y = 240$ МПа, допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа, коэффициенты запаса прочности по напряжениям и нагрузкам одинаковы ($n_\sigma = n_F = n$).

Требуется:

1) определить внутренние продольные силы и напряжения в стержнях, выраженные через силу F ;

2) определить грузоподъемность системы, проводя расчет по допускаемым напряжениям;

3) определить грузоподъемность, проводя расчет по допускаемым нагрузкам.

1 Определение напряжений в стержнях

Уравнение статики. Отбросим опорные шарниры стержней и учтем их влияние на конструкцию продольными силами N_1 , N_2 (рисунок 3, б). Если отбросить опору D , то появятся две неизвестные составляющие опорной реакции. Получаем четыре неизвестных усилия. Так как в задачах плоской статики можно составить только три независимых уравнения равновесия, то рассматриваемая система является один раз статически неопределимой.

Исследуем условия равновесия бруса. Реакции опоры D нас не интересуют, поэтому составим уравнение моментов относительно точки D , в которое войдут обе искомые силы N_1 и N_2 :

$$N_1 a + N_2 \cdot 2a \cdot \cos \alpha - F a = 0;$$

$$N_1 + 2 \cos \alpha \cdot N_2 = F. \quad (a)$$

Уравнение совместности перемещений. Для составления дополнительного уравнения совместности перемещений рассмотрим деформирование конструкции (рисунок 3, в). В результате удлинения стержней брус повернется вокруг шарнира D , оставаясь прямым, т. е. из положения BDC он перейдет в положение $B'DC'$. Перемещение шарнира B равно удлинению первого стержня $BB' = \Delta l_1$, а перемещение шарнира C будет $CC' = \Delta l_2 / \cos \alpha$. Из подобия треугольников DBB' и DCC' получаем

$$\frac{\Delta l_1}{a} = \frac{\Delta l_2 / \cos \alpha}{2a}; \quad \Delta l_2 = 2 \Delta l_1 \cos \alpha.$$

Подставив сюда выражения полных удлинений стержней через продольные силы

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1}, \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2},$$

получим еще одно уравнение, связывающее искомые силы N_1 и N_2 :

$$N_2 = 2 \frac{l_1 A_2}{l_2 A_1} N_1 \cos \alpha. \quad (б)$$

Продольные силы в стержнях. У нас имеется система из двух уравнений (а) и (б) относительно двух неизвестных величин. Для ее решения подставим второе

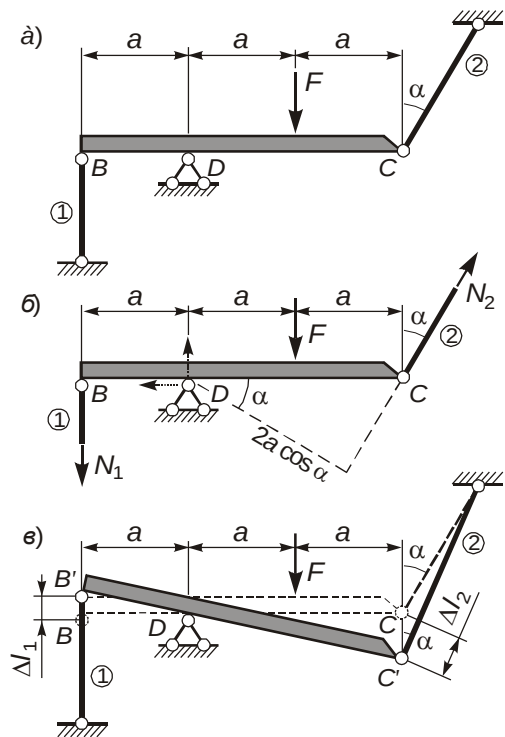


Рисунок 3

уравнение в первое:

$$\left(1 + 4 \frac{l_1 A_2}{l_2 A_1} \cos^2 \alpha\right) N_1 = F.$$

С учетом числовых данных $N_1 = 0,241F$. Из соотношения (б) следует, что $N_2 = 0,438F$.

Нормальные напряжения в стержнях следующие:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{0,241F}{1 \cdot 10^{-4}} = 2410F \left(\frac{1}{\text{м}^2} \right); \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{0,438F}{1,4 \cdot 10^{-4}} = 3130F \left(\frac{1}{\text{м}^2} \right).$$

Так как $\sigma_2 > \sigma_1$, то более нагруженным является стержень 2.

2 Расчет по допускаемым напряжениям

Определим $F_{\max}$ – максимальное значение внешней силы F , при котором условие прочности выполняется в обоих стержнях. Для этого напряжение в более нагруженном втором стержне приравняем к допускаемому напряжению:

$$\sigma_2 = 3130F_{\max} = [\sigma]; \quad F_{\max} = \frac{[\sigma]}{3130} = \frac{160 \cdot 10^6}{3130} = 51,1 \cdot 10^3 \text{ Н} = 51,1 \text{ кН}.$$

3 Расчет по допускаемым нагрузкам

Найдем опасную нагрузку F_y , при которой напряжения в наиболее нагруженном стержне $\sigma_{\max}$ достигают предела текучести:

$$\sigma_{\max} = 3130F_y = \sigma_y,$$

тогда
$$F_y = \frac{\sigma_y}{3130} = \frac{240 \cdot 10^6}{3130} = 76,7 \cdot 10^3 \text{ Н} = 76,7 \text{ кН}.$$

Следует отметить, что при $F = F_y$ весь материал стержня 2 перейдет в пластическое состояние, стержень 1 останется упругим.

Согласно диаграмме Прандтля при дальнейшем увеличении нагрузки сверх опасной F_y напряжения в стержне 2 остаются постоянными и равными пределу текучести. Напряжения в стержне 1 растут. Нагрузка, при которой во всех точках системы (и в стержне 1, и в стержне 2) напряжения достигают предела текучести и система находится в равновесии, является *предельной*.

Предельную нагрузку $F_{\lim}$ определим из условия предельного равновесия. Для этого в уравнении равновесия (а) выразим продольные силы в стержнях через напряжения ($N_1 = \sigma_1 A_1$; $N_2 = \sigma_2 A_2$)

$$\sigma_1 A_1 + 2 \cos \alpha \cdot \sigma_2 A_2 = F$$

и приравняем напряжения к пределу текучести ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_y$), а силу F – к предельной нагрузке ($F = F_{\lim}$):

$$F_{\lim} = \sigma_y (A_1 + 2A_2 \cos \alpha). \quad (в)$$

Условие (в) называется *условием предельного равновесия*, так как при увеличении нагрузки сверх $F_{\lim}$ внутренние силы не будут уравновешивать внешнюю нагрузку, система станет геометрически изменяемой.

Из условия (в)

$$F_{\text{lim}} = 240 \cdot 10^6 (1 + 2 \cdot 1,4 \cdot \cos 30^\circ) \cdot 10^{-4} = 82,2 \cdot 10^3 \text{ Н} = 82,2 \text{ кН}.$$

Определим коэффициент запаса прочности и допускаемую нагрузку

$$n = \frac{\sigma_y}{[\sigma]} = \frac{240 \cdot 10^6}{160 \cdot 10^6} = 1,5; \quad [F] = \frac{F_{\text{lim}}}{n} = \frac{82,2 \cdot 10^3}{1,5} = 54,8 \cdot 10^3 \text{ Н} = 54,8 \text{ кН}.$$

Максимальное значение внешней силы

$$F_{\text{max}} = [F] = 54,8 \text{ кН}.$$

Выводы. Разница в значениях максимальной внешней нагрузки

$$\Delta(F_{\text{max}}) = \frac{54,8 - 51,1}{51,1} \cdot 100\% = 7,2\%.$$

Таким образом, при расчете по допускаемым нагрузкам несущая способность (грузоподъемность) оказалась на 7,2 % выше, чем при расчете по допускаемым напряжениям, т. е. расчет по допускаемым нагрузкам позволяет проектировать более экономичные конструкции, обеспечивая равнопрочность их элементов.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РГР 3.

☑ **ПРИМЕР 3.1.** Рассмотрим прочностной расчет стальной двутавровой балки при прямом изгибе. Балка (рисунок 1, а) нагружена равномерно распределенной нагрузкой q , сосредоточенными силами $F = qa$ и моментом $m = qa^2$. Значения $q = 13 \text{ кН/м}$, $a = 2 \text{ м}$.

Расчетное сопротивление при изгибе $R = 210 \text{ МПа}$, расчетное сопротивление сдвигу $R_s = 130 \text{ МПа}$, предел текучести $\sigma_y = 240 \text{ МПа}$. Требуется:

- 1) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов;
- 2) подобрать по сортаменту номер двутавра;
- 3) проверить прочность двутавра по касательным напряжениям;
- 4) в сечении балки над левой опорой построить эпюры нормальных и касательных напряжений;
- 5) определить предельную интенсивность распределенной нагрузки q_u , при которой в опасном сечении образуется пластический шарнир;
- 6) методом начальных параметров определить прогиб балки посередине пролета и показать общее очертание упругой оси.

Эпюры внутренних усилий – поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x (рисунок 1, б, в) – ранее построены в примере 1.4.

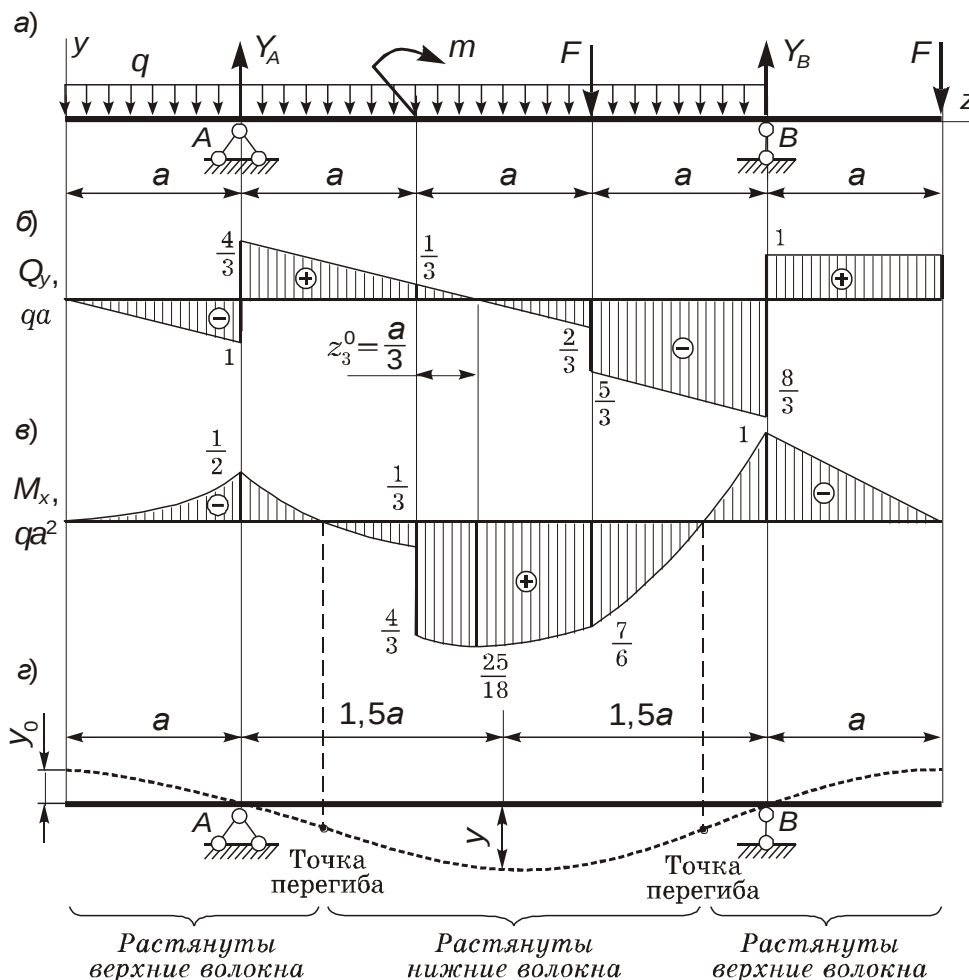


Рисунок 1

Подбор размеров поперечного сечения выполним по абсолютной величине максимального изгибающего момента:

$$M_{x \max} = (25/18)qa^2 = (25/18) \cdot 13 \cdot 2^2 = 72,22 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Сечение балки, в котором он действует, называется *опасным*.

Из условия прочности при изгибе определяем требуемый момент сопротивления сечения:

$$W_x \geq \frac{M_{x \max}}{R} = \frac{72,22 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^6} = 350 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Используя таблицы сортамента, принимаем двутавр № 27, у которого $W_x = 371 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$.

Выписываем из сортамента необходимые для дальнейшего расчета геометрические характеристики выбранного двутавра: $h = 27 \text{ см}$; $b = 12,5 \text{ см}$; $s = 0,6 \text{ см}$; $t = 0,98 \text{ см}$; $J_x = 5010 \text{ см}^4$; $S_x^* = 210 \text{ см}^3$.

Проверку прочности по касательным напряжениям выполняем для сечения с максимальной по абсолютной величине поперечной силой:

$$Q_{y \max} = (8/3)qa = (8/3) \cdot 13 \cdot 2 = 69,33 \text{ кН}.$$

Максимальные касательные напряжения в балке

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{y \max} S_x^*}{J_x s} = \frac{69,33 \cdot 10^3 \cdot 210 \cdot 10^{-6}}{5010 \cdot 10^{-8} \cdot 0,6 \cdot 10^{-2}} = 48,4 \cdot 10^6 \text{ Па} = 48,4 \text{ МПа}.$$

Это не превышает расчетного сопротивления сдвигу $R_s = 130 \text{ МПа}$, поэтому условие прочности по касательным напряжениям (5.21) для выбранного двутавра

выполняется.

Построение эпюр нормальных и касательных напряжений. В заданном поперечном сечении балки (сечение A над левой опорой) вычисляем действующие изгибающий момент и поперечную силу:

$$M_x^A = qa^2/2 = 13 \cdot 2^2/2 = 26 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$Q_y^A = (4/3)qa = (4/3) \cdot 13 \cdot 2 = 34,67 \text{ кН}.$$

Нормальные напряжения по поперечному сечению распределены линейно. Эпюра изгибающих моментов в рассматриваемом сечении расположена сверху над осью балки, следовательно, растянуты верхние волокна. Максимальные и минимальные напряжения возникают в верхних и нижних волокнах сечения:

$$\sigma_{\max}^A = \frac{M_x^A}{W_x} = \frac{26 \cdot 10^3}{371 \cdot 10^{-6}} = 70,1 \cdot 10^6 \text{ Па} = 70,1 \text{ МПа}; \quad \sigma_{\min}^A = -\sigma_{\max}^A = -70,1 \text{ МПа}.$$

Касательные напряжения вычисляем в четырех пронумерованных характерных точках сечения, принимая полки двутавра прямоугольными. Для первой точки $\tau_1^A = 0$ из-за равенства нулю площади отсеченной части сечения.

Статический момент отсеченной во второй точке части поперечного сечения вычисляем как произведение координаты центра тяжести полки двутавра $(h/2 - t/2)$ на ее площадь bt :

$$S_{x_2}^* = (h/2 - t/2)bt = (27/2 - 0,98/2) \cdot 12,5 \cdot 0,98 = 159,4 \text{ см}^3,$$

тогда

$$\tau_2^A = \frac{Q_y^A S_{x_2}^*}{J_x b} = \frac{34,67 \cdot 10^3 \cdot 159,4 \cdot 10^{-6}}{5010 \cdot 10^{-8} \cdot 12,5 \cdot 10^{-2}} = 0,88 \cdot 10^6 \text{ Па} = 0,88 \text{ МПа}.$$

Так как сечения, проведенные через вторую и третью точки, практически совпадают, то и соответствующие статические моменты отсеченных площадей $S_{x_3}^* = S_{x_2}^*$. Отличие только в ширине сечения, проведенного через точку 3, здесь она равна s . Поэтому

$$\tau_3^A = \frac{Q_y^A S_{x_2}^*}{J_x s} = \frac{34,67 \cdot 10^3 \cdot 159,4 \cdot 10^{-6}}{5010 \cdot 10^{-8} \cdot 0,6 \cdot 10^{-2}} = 18,4 \cdot 10^6 \text{ Па} = 18,4 \text{ МПа}.$$

Продольное сечение, проведенное через четвертую точку, делит поперечное сечение пополам. Статический момент половины сечения двутавра приведен в сортаменте, поэтому $S_{x_4}^* = S_x^*$. Отсюда

$$\tau_4^A = \tau_{\max}^A = \frac{Q_y^A S_x^*}{J_x s} = \frac{34,67 \cdot 10^3 \cdot 210 \cdot 10^{-6}}{5010 \cdot 10^{-8} \cdot 0,6 \cdot 10^{-2}} = 24,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 24,2 \text{ МПа}.$$

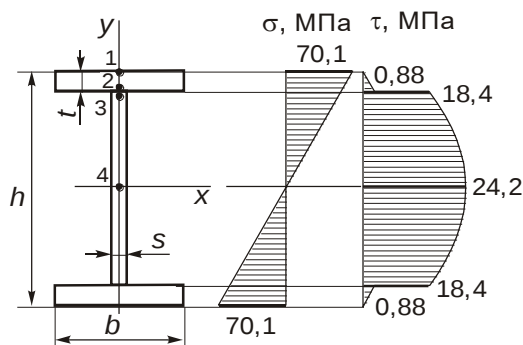


Рисунок 2

По вычисленным значениям нормальных и касательных напряжений в указанных точках сечения над левой опорой балки строим соответствующие эпюры (рисунок 2).

Следует обратить внимание на то, что в третьей точке касательные напряжения скачком увеличиваются более чем в 20 раз. Это происходит из-за соответствующего уменьшения ширины поперечного сечения.

Расчет балки с учетом пластических деформаций. Определим, при какой интенсивности распределенной нагрузки q_u в сечении с наибольшим изгибающим моментом образуется пластический шарнир. Для этого приравняем максимальный момент, выраженный через эту нагрузку, $M_{x \max} = (25/18)q_u a^2$ к предельному моменту, который будет $M_{pl} = \sigma_y W_{pl}$. Через W_{pl} обозначен пластический момент сопротивления сечения:

$$W_{pl} = 2S_x = 2 \cdot 210 \cdot 10^{-6} = 420 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Приравнявая моменты, получаем

$$(25/18) q_u a^2 = \sigma_y W_{pl};$$

$$q_u = \frac{18 \sigma_y W_{pl}}{25 a^2} = \frac{18 \cdot 240 \cdot 10^6 \cdot 420 \cdot 10^{-6}}{25 \cdot 4} = 18,1 \cdot 10^3 \text{ Н/м} = 18,1 \text{ кН/м}.$$

Следовательно, при величине интенсивности распределенной нагрузки $q = q_u = 18,1 \text{ кН/м}$ в опасном сечении балки может образоваться пластический шарнир, если материал двутавра идеально упругопластический.

Определение перемещений. Методом начальных параметров определим прогиб балки посередине пролета (при $z = 2,5a$). Для этого распределенную нагрузку продолжим до конца балки и снизу введем соответствующую компенсацию (рисунок 3, штриховые линии).

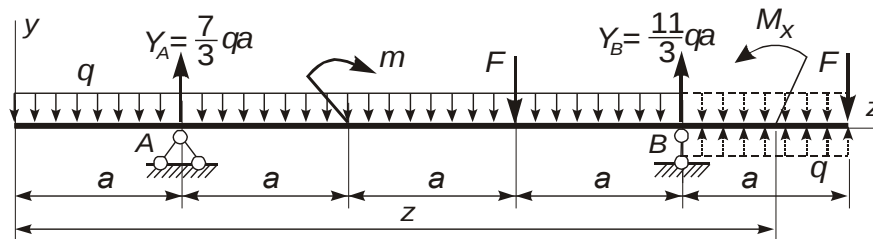


Рисунок 3

Составим выражение изгибающего момента M_x на пятом участке:

$$M_x = -\frac{qz^2}{2} + Y_A(z-a) + m(z-2a)^0 - F(z-3a) + Y_B(z-4a) + q \frac{(z-4a)^2}{2}.$$

Подставив его в дифференциальное уравнение упругой линии балки $EJ_x y'' = M_x$ и учитывая значения сил и моментов, получим

$$EJ_x y'' = -\frac{qz^2}{2} + \frac{7qa}{3}(z-a) + qa^2(z-2a)^0 - qa(z-3a) + \frac{11qa}{3}(z-4a) + q \frac{(z-4a)^2}{2}.$$

Проинтегрируем это выражение два раза:

$$\begin{aligned}
 EJ_x y' &= EJ_x \theta_0 - \frac{qz^3}{6} + \frac{7qa}{3} \frac{(z-a)^2}{2} + qa^2(z-2a) - qa \frac{(z-3a)^2}{2} + \\
 &\quad + \frac{11qa}{3} \frac{(z-4a)^2}{2} + q \frac{(z-4a)^3}{6}; \\
 EJ_x y &= EJ_x y_0 + EJ_x \theta_0 z - \frac{qz^4}{24} + \frac{7qa}{3} \frac{(z-a)^3}{6} + qa^2 \frac{(z-2a)^2}{2} - qa \frac{(z-3a)^3}{6} + \\
 &\quad + \frac{11qa}{3} \frac{(z-4a)^3}{6} + q \frac{(z-4a)^4}{24}.
 \end{aligned}$$

Начальные параметры θ_0, y_0 определим из условий закрепления балки. Так как на опорах ($z = a; z = 4a$) прогибы равны нулю, то должны выполняться два условия:

$$y|_{z=a} = 0; \quad y|_{z=4a} = 0.$$

Подставим их в выражение для прогиба, не учитывая при этом слагаемые, соответствующие нагрузкам, расположенным правее рассматриваемой опоры. В результате получим систему двух линейных алгебраических уравнений для определения начальных параметров:

$$\begin{aligned}
 EJ_x y_0 + EJ_x \theta_0 a - \frac{qa^4}{24} &= 0; \\
 EJ_x y_0 + EJ_x \theta_0 \cdot 4a - \frac{q(4a)^4}{24} + \frac{7qa}{3} \frac{(3a)^3}{6} + qa^2 \frac{(2a)^2}{2} - qa \frac{a^3}{6} &= 0.
 \end{aligned}$$

После упрощения

$$y_0 + \theta_0 a = \frac{qa^4}{24EJ_x}; \quad y_0 + 4a\theta_0 = -\frac{5qa^4}{3EJ_x}.$$

Отсюда

$$\theta_0 = -\frac{41}{72} \frac{qa^3}{EJ_x}; \quad y_0 = \frac{11}{18} \frac{qa^4}{EJ_x}.$$

Прогиб балки посередине пролета, т. е. в сечении с координатой $z = 2,5a$, будет следующий:

$$\begin{aligned}
 EJ_x y|_{z=2,5a} &= \frac{11}{18} qa^4 - \frac{41}{72} qa^3 \cdot 2,5a - \frac{q(2,5a)^4}{24} + \frac{7qa}{3} \frac{(1,5a)^3}{6} + qa^2 \frac{(0,5a)^2}{2} = -\frac{385}{384} qa^4, \\
 y|_{z=2,5a} &= -\frac{385}{384} \frac{qa^4}{EJ_x} = -\frac{385 \cdot 13 \cdot 10^3 \cdot 2^4}{384 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 5010 \cdot 10^{-8}} = -2,08 \cdot 10^{-2} \text{ м} = -2,08 \text{ см}.
 \end{aligned}$$

Общее очертание упругой оси балки показано на эпюре изгибающих моментов (см. рисунок 1, в). При построении этой кривой учтены знаки прогибов y_0 и $y|_{z=2,5a}$. Направление выпуклости линии определяется растянутыми верхними или нижними волокнами, т. е. расположением эпюры моментов. Перегибы упругой оси наблюдаются в тех сечениях, в которых эпюра моментов проходит через ноль, меняя знак.

☑ ПРИМЕР 3.2. Установить, насколько экономична и рациональна двутавровая балка, подобранная в предыдущем примере, по сравнению с балками других сечений (рисунок 4) при сохранении той же грузоподъемности.

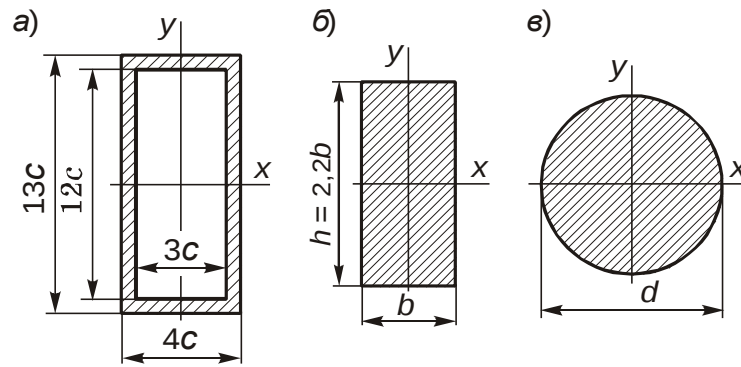


Рисунок 4

Выписываем требуемый момент сопротивления из примера 3.1:

$$W_x = 350 \text{ см}^3.$$

Двутавровое сечение. Площадь двутавра № 27, подобранного в примере 3.1 под заданную нагрузку: $A = 40,2 \text{ см}^2$.

Сечение коробчатого типа. Момент инерции равен разности моментов инерции двух составляющих его прямоугольников (рисунок 4, а):

$$J_x = J_x^{(1)} - J_x^{(2)},$$

$$J_x^{(1)} = \frac{b_1 h_1^3}{12} = \frac{4c(13c)^3}{12} = 732,3c^4; \quad J_x^{(2)} = \frac{b_2 h_2^3}{12} = \frac{3c(12c)^3}{12} = 432c^4;$$

$$J_x = (732,3 - 432)c^4 = 300,3c^4.$$

Момент сопротивления сечения

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} = \frac{300,3c^4}{6,5c} = 46,2c^3,$$

откуда

$$c \geq \sqrt[3]{\frac{W_x}{46,2}} = \sqrt[3]{\frac{350 \cdot 10^{-6}}{46,2}} = 0,0196 \text{ м} = 1,96 \text{ см}.$$

Принимаем $c = 2 \text{ см}$. Площадь сечения

$$A = A_1 - A_2 = b_1 h_1 - b_2 h_2 = 13c \cdot 4c - 12c \cdot 3c = 16c^2 = 16 \cdot 2^2 = 64 \text{ см}^2.$$

Прямоугольное сечение. Момент сопротивления прямоугольника

$$W_x = \frac{bh^2}{6}, \text{ откуда } \frac{h}{b} = \frac{h^3}{6W_x}.$$

Отношение сторон $h/b = 2,2$. Тогда

$$2,2 = \frac{h^3}{6W_x}; \quad h = \sqrt[3]{2,2 \cdot 6W_x} = \sqrt[3]{13,2 \cdot 350 \cdot 10^{-6}} = 0,167 \text{ м} = 16,7 \text{ см},$$

$$b = \frac{h}{2,2} = \frac{16,7}{2,2} = 7,58 \text{ см}.$$

Принимаем $h = 16,7 \text{ см}$, $b = 7,6 \text{ см}$. Площадь сечения $A = hb = 16,7 \cdot 7,6 = 127 \text{ см}^2$.

Круглое сечение. Момент сопротивления $W_x = \frac{\pi d^3}{32}$, откуда

$$d = \sqrt[3]{\frac{32W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 350 \cdot 10^{-6}}{3,14}} = 0,153 \text{ м} = 15,3 \text{ см}.$$

$$\text{Площадь сечения } A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 15,3^2}{4} = 184 \text{ см}^2.$$

Вычисленные площади и их отношения к площади двутавра приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Параметры сечений при одинаковой грузоподъемности

Форма сечения	Двутавр	Коробчатое сечение	Прямоугольное сечение	Круглое сечение
Площадь поперечного сечения, см ²	40,2	64	127	184
Отношение к площади двутавра	1	1,59	3,16	4,58

Как следует из приведенных расчетов, двутавр является наиболее рациональным (наименее материалоемким) по сравнению с коробчатым, прямоугольным и круглым сечениями. Это и обуславливает широкое применение двутавровых балок в строительстве и различных отраслях промышленности.

☑ **ПРИМЕР 3.3.** Для поперечного сечения бруса, состоящего из стального листа 7×1000 мм и двух приваренных к нему двутавров № 24 (рисунок 5), требуется: определить положение главных центральных осей; вычислить главные центральные моменты инерции и радиусы инерции.

Главные центральные оси. Сечение симметрично относительно двух осей, поэтому положение его центра тяжести очевидно. Главными центральными осями являются оси симметрии x , y . Моменты инерции относительно этих осей J_x , J_y будут главными центральными моментами инерции.

Геометрические характеристики составных частей сечения. Разбиваем сечение на три части: **1** – лист (прямоугольник с высотой $h_1 = 100$ см и шириной $b_1 = 0,7$ см); **2** и **3** – двутавры № 24. Проводим для каждой части собственные главные центральные оси.

Прямоугольник. Вычисляем:

- площадь $A^{(1)} = bh = 0,7 \cdot 100 = 70 \text{ см}^2$;
- моменты инерции относительно собственных главных центральных осей x , y , совпадающих с главными центральными осями всего сечения:

$$J_x^{(1)} = \frac{b_1 h_1^3}{12} = \frac{0,7 \cdot 100^3}{12} = 58300 \text{ см}^4; \quad J_y^{(1)} = \frac{h_1 b_1^3}{12} = \frac{100 \cdot 0,7^3}{12} = 2,86 \text{ см}^4.$$

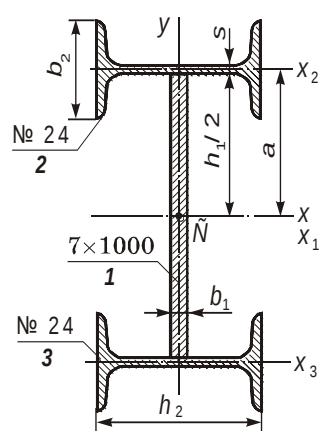


Рисунок 5

Двутавр № 24. Из сортамента (таблица В.4 приложения В) выписываем данные:

- площадь $A^{(2)} = 34,8 \text{ см}^2$;
- толщина стенки $s = 0,56 \text{ см}$;
- моменты инерции относительно собственных главных центральных осей x_2 , y :

$$J_{x_2}^{(2)} = J_{yt} = 198 \text{ см}^4; \quad J_y^{(2)} = J_{xt} = 3460 \text{ см}^4,$$

где индекс «т» указывает на то, что соответствующие значения моментов инерции взяты в таблицах сортамента.

Ось y – центральная и для двутавра, и для всего сечения. Перейдем от собственной центральной оси x_2

двукратно к нецентральной для него оси x по формуле:

$$J_x^{(2)} = J_{x_2}^{(2)} + a^2 A^{(2)} = 198 + 50,3^2 \cdot 34,8 = 88200 \text{ см}^4,$$

где a – расстояние между осями x_2 и x :

$$a = h_1/2 + s/2 = 100/2 + 0,56/2 = 50,3 \text{ см.}$$

Геометрические характеристики всего сечения. Моменты инерции сечения вычисляются как сумма моментов инерции отдельных его частей относительно той же оси:

$$J_x = J_x^{(1)} + 2J_x^{(2)} = 58300 + 2 \cdot 88200 = 235000 \text{ см}^4;$$

$$J_y = J_y^{(1)} + 2J_y^{(2)} = 2,86 + 2 \cdot 3460 = 6923 \text{ см}^4.$$

Полная площадь сечения $A = A^{(1)} + 2A^{(2)} = 70 + 2 \cdot 34,8 = 139,6 \text{ см}^2$. Радиусы инерции сечения находим по формулам:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} = \sqrt{\frac{235000}{139,6}} = 41,0 \text{ см}; \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}} = \sqrt{\frac{6923}{139,6}} = 7,04 \text{ см.}$$

Рассмотренное сечение имело две оси симметрии, которые и являлись главными центральными осями инерции. Если сечение имеет только одну ось симметрии или не имеет их совсем, то необходимо предварительно найти центр тяжести и провести через него главные оси.

☑ **ПРИМЕР 3.4.** Для поперечного сечения бруса (рисунок 6) требуется: определить положение главных центральных осей; вычислить главные центральные моменты инерции и радиусы инерции.

Главные центральные оси. Центр тяжести сечения будет находиться на оси y , так как она является осью симметрии и, следовательно, главной центральной осью инерции.

Для нахождения второй главной центральной оси следует определить центр тяжести сечения. Проведем по нижней кромке сечения вспомогательную ось x' , от которой будем отсчитывать координату центра тяжести u_C .

Геометрические характеристики составных частей сечения. Разобьем сечение на три части ($k = 1, 2, 3$), для каждой из которых вычислим:

- площадь A_k ;
- статический момент $S_{x'}^{(k)}$ относительно вспомогательной оси x' ;
- моменты инерции относительно собственных главных центральных осей $J_{x_k}^{(k)}, J_y^{(k)}$ (ось y – главная центральная для всех трех фигур).

1 Прямоугольник с центром тяжести в точке C_1 :

$$A_1 = 4c \cdot 6c = 24c^2;$$

$$S_{x'}^{(1)} = A_1 \cdot 3c = 24c^2 \cdot 3c = 72c^3;$$

$$J_{x_1}^{(1)} = \frac{4c(6c)^3}{12} = 72c^4; \quad J_y^{(1)} = \frac{6c(4c)^3}{12} = 32c^4.$$

2 Квадратный вырез с центром тяжести в точке C_2 :

$$A_2 = (2c \cdot 2c) = 4c^2; \quad S_{x'}^{(2)} = A_2 \cdot c = 4c^2 \cdot c = 4c^3;$$

$$J_{x_2}^{(2)} = J_y^{(2)} = \frac{2c(2c)^3}{12} = 1,333c^4.$$

В дальнейшем, при нахождении общих характеристик всего сечения, эти величины необходимо использовать со знаком «минус», т. к. они характеризуют вырез, т. е. «отрицательную» площадь.

3 Полукруг диаметром $d = 4c$ с центром тяжести в точке C_3 , расположенным на расстоянии $2d/(3\pi) = 8c/(3\pi)$ от нижней грани:

$$A_3 = \pi d^2/8 = 2\pi c^2; \quad S_{x'}^{(3)} = A_3 \left(6c + \frac{8c}{3\pi} \right) = 2\pi c^2 \cdot 6,85c = 43,03c^3;$$

$$J_{x_3}^{(3)} = \frac{d^4}{16} \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right) \approx 0,00686d^4 = 0,00686(4c)^4 = 1,756c^4;$$

$$J_y^{(3)} = \frac{\pi d^4}{128} = \frac{\pi(4c)^4}{128} = 6,283c^4.$$

Центр тяжести сечения. Полная площадь сечения

$$A = 24c^2 - 4c^2 + 2\pi c^2 = 26,28c^2.$$

Используя формулу (4.4), определяем координату центра тяжести

$$y_C = \frac{S_{x'}}{A} = \frac{\sum S_{x'}^{(k)}}{\sum A_k} = \frac{72c^3 - 4c^3 + 43,03c^3}{26,28c^2} = 4,22c.$$

Геометрические характеристики всего сечения. Главными центральными осями инерции будут оси x, y . Вычислим относительно них моменты инерции:

$$J_x = \sum J_x^{(k)}; \quad J_y = \sum J_y^{(k)},$$

где $J_x^{(k)}, J_y^{(k)}$ – моменты инерции k -й части относительно осей x, y .

Главная центральная ось x всего сечения не является центральной для его составных частей. Поэтому используем «укороченные» формулы (4.13) для перехода от центральных осей x_1, x_2, x_3 отдельных фигур к нецентральной для них оси x :

$$J_x^{(1)} = J_{x_1}^{(1)} + (y_C - 3c)^2 A_1 = 72c^4 + (4,22c - 3c)^2 \cdot 24c^2 = 108c^4;$$

$$J_x^{(2)} = J_{x_2}^{(2)} + (y_C - c)^2 A_2 = 1,333c^4 + (4,22c - c)^2 4c^2 = 42,8c^4;$$

$$J_x^{(3)} = J_{x_3}^{(3)} + \left(6c - y_C + \frac{8c}{3\pi} \right)^2 A_3 = 1,756c^4 + (2,63c)^2 2\pi c^2 = 45,2c^4.$$

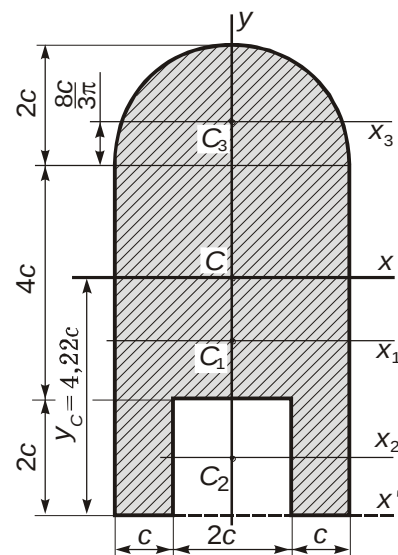


Рисунок 6

Главные центральные моменты инерции всего сечения

$$J_x = 108c^4 - 42,8c^4 + 45,2c^4 = 110,4c^4;$$

$$J_y = 32c^4 - 1,333c^4 + 6,283c^4 = 36,95c^4.$$

Вычисляем радиусы инерции:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} = \sqrt{\frac{110,4c^4}{26,28c^2}} = 2,05c; \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}} = \sqrt{\frac{36,95c^4}{26,28c^2}} = 1,19c.$$

Полученные в этих примерах геометрические характеристики будут использованы далее при исследовании ядра сечения.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РГР 4

☑ ПРИМЕР 4.1. Пространственный брус (рисунок 1, а) состоит из трех стержней: средний имеет круглое сечение диаметром d , а два других – прямоугольные с размерами b и h . Торец круглого элемента примыкает к большей стороне прямоугольного, причем $d = h$. Требуется: проверить прочность всех элементов бруса, если $F_1 = 1,5qa$; $F_2 = qa$; $q = 7$ кН/м; $a = 0,7$ м; $b = 0,06$ м; $h = 0,1$ м; расчетное сопротивление $R = 210$ МПа.

Порядок расчета. Вначале строим эпюры внутренних силовых факторов (продольных и поперечных сил, крутящих и изгибающих моментов). Затем по эпюрам установим опасное сечение каждого стержня и вычертим его в рабочем положении. После этого построим эпюры нормальных и касательных напряжений и проверим выполнение соответствующих условий прочности. При изгибе с кручением будем использовать третью теорию прочности.

Выбор осей координат. Вычерчиваем пространственный брус в изометрии (рисунок 1, б). Нумеруем стержни (I, II, III) и их концы (1, ..., 6), начав с крайнего свободного сечения. Для каждого стержня выбираем пространственную прямоугольную систему координат x, y, z . Ось z направляем вдоль оси стержня, оси x и y располагаются в плоскости поперечного сечения и проходят через его центр тяжести. Положительные направления осей выбираются произвольно, но так, чтобы полученная система координат была правой, т. е. при взгляде со стороны оси z вращение от оси x к оси y мы должны видеть против часовой стрелки.

Построение эпюр внутренних силовых факторов. Построение эпюр проводим методом сечений в том же порядке, что и для обычных балок.

Продольные силы N считаем положительными при растяжении и отрицательными при сжатии.

Поперечные силы Q положительны, если они вращают оставленную часть рамы по часовой стрелке. Если мы оставляем левую часть стержня, то эпюру Q откладываем по направлению внешних сил, на нее действующих. Если оставлена правая часть, то эпюра откладывается в ту сторону, в которую Q_x , Q_y нужно направить для уравнивания внешней нагрузки, действующей на оставшуюся часть бруса. Следует заметить, что понятие левой и правой частей достаточно условное.

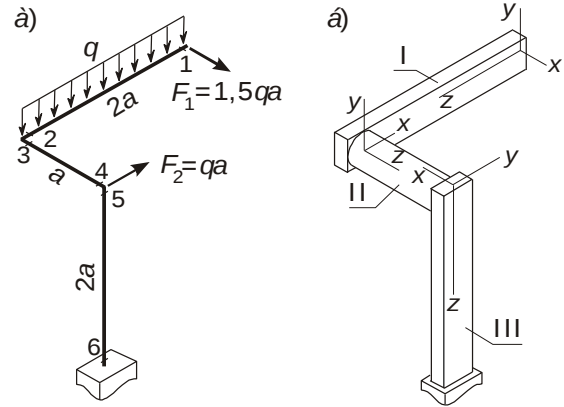


Рисунок 1

Крутящий момент M_z положителен, когда создает вращение против часовой стрелки, если смотреть со стороны сечения. Эпюры изгибающих моментов M_x , M_y строим со стороны растянутых волокон бруса (на растянутом волокне).

Построение эпюр внутренних усилий начинаем с концевой стержня. Каждый раз, переходя к следующему стержню, будем отбрасывать предыдущие, заменяя их действие статически эквивалентной нагрузкой, приведенной к центру тяжести граничного сечения. На рисунке 2 показаны внутренние усилия, введенные в сечениях 2, 4, 6 каждого из стержней.

Стержень I (рисунок 2, а). Используя метод сечений, получаем значения внутренних силовых факторов в граничных сечениях 1 и 2, при этом вводим силу Q_y так, чтобы она вращала оставшуюся часть стержня по часовой стрелке, если идти от сечения 1 к сечению 2 слева направо (снаружи):

$$N^{(1)} = N^{(2)} = 0; \quad Q_x^{(1)} = Q_x^{(2)} = 1,5qa; \quad Q_y^{(1)} = 0; \quad Q_y^{(2)} = -q \cdot 2a = -2qa;$$

$$M_z^{(1)} = M_z^{(2)} = 0; \quad M_x^{(1)} = 0; \quad M_x^{(2)} = q \cdot 2a \cdot a = 2qa^2;$$

$$M_y^{(1)} = 0; \quad M_y^{(2)} = 1,5qa \cdot 2a = 3qa^2.$$

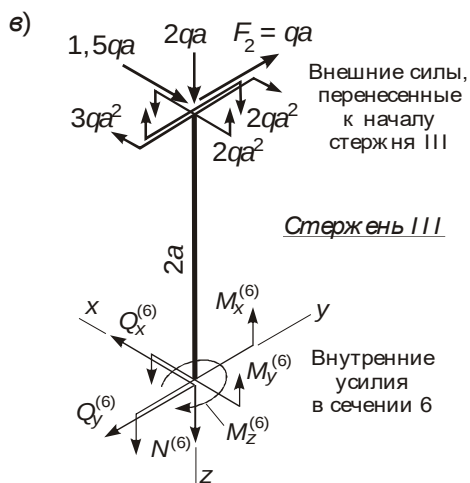
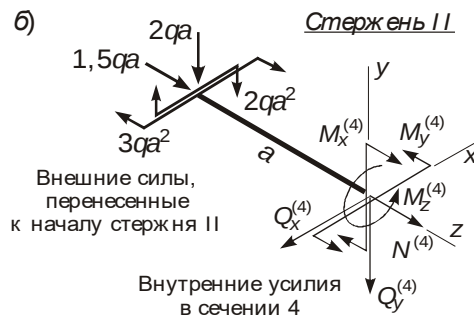
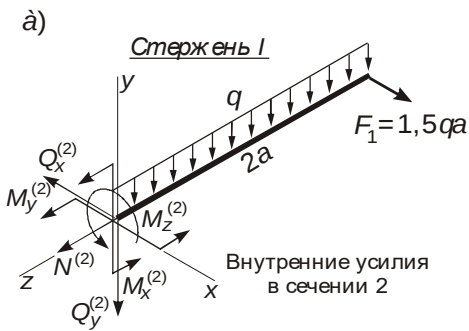


Рисунок 2

Стержень II (рисунок 2, б). Распределенную нагрузку, действующую на стержень 1, заменяем её статическим эквивалентом, приложенным к граничному сечению 3. Это будет поперечная сила $2qa$, направленная вертикально вниз, и крутящий момент $2qa^2$, закручивающий стержень по часовой стрелке. Перенос силы F_1 к этому сечению добавит горизонтальный изгибающий момент $2F_1a$, растягивающий левые волокна стержня. Значения внутренних усилий в граничных сечениях 3 и 4 следующие:

$$\begin{aligned} N^{(3)} = N^{(4)} &= -1,5qa; \quad Q_x^{(3)} = Q_x^{(4)} = 0; \\ Q_y^{(3)} = Q_y^{(4)} &= -2qa; \quad M_z^{(3)} = M_z^{(4)} = 2qa^2; \\ M_x^{(3)} &= 0; \quad M_x^{(4)} = 2qa \cdot a = 2qa^2; \quad M_y^{(3)} = M_y^{(4)} = 3qa^2. \end{aligned}$$

Стержень III (рисунок 2, в). Все моменты из сечения 3 переносим в сечение 5 параллельно самим себе. Линия действия горизонтальной силы F_1 из этого сечения проходит через сечение 5, поэтому при переносе она перейдет без дополнительного момента (этот момент равен нулю). Вертикальную силу $2qa$ переносим параллельно и добавляем в плоскости zx создаваемый ею относительно сечения 5 изгибающий момент, который растягивает правые волокна стержня 3 и равен $2qa^2$. Итак, в сечении 5 действуют шесть внутренних силовых факторов – три силы и три момента. Их значения в сечениях 5 и 6 следующие:

$$\begin{aligned} N^{(5)} = N^{(6)} &= -2qa; \quad Q_x^{(5)} = Q_x^{(6)} = 1,5qa; \quad Q_y^{(5)} = Q_y^{(6)} = qa; \\ M_z^{(5)} = M_z^{(6)} &= -3qa^2; \quad M_x^{(5)} = 2qa^2; \quad M_x^{(6)} = 2qa^2 + qa \cdot 2a = 4qa^2; \\ M_y^{(5)} &= 2qa^2; \quad M_y^{(6)} = 1,5qa \cdot 2a - 2qa^2 = qa^2. \end{aligned}$$

В соответствии с полученными значениями и принятыми правилами строим эпюры внутренних силовых факторов (рисунок 3, а–г).

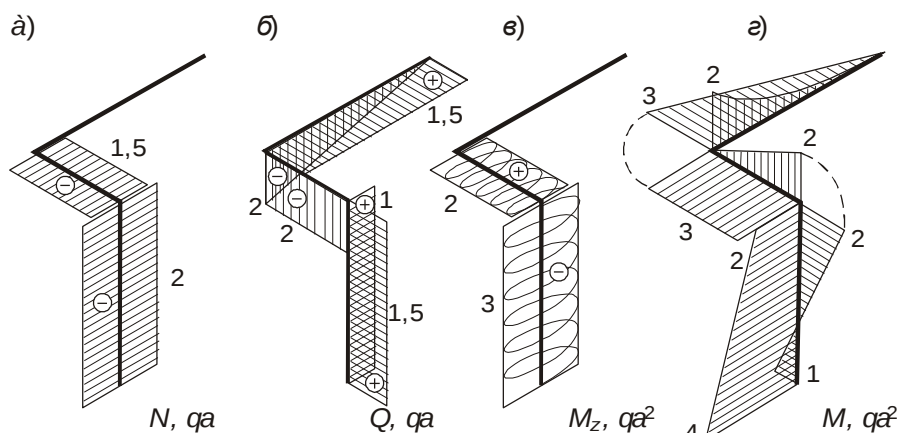


Рисунок 3

Проверка эпюр. Правильность построения эпюр проверим по равновесию узлов (рисунок 4). Для этого вырежем узлы и приложим в поперечных сечениях действующие внутренние силовые факторы. Каждый изгибающий момент изображаем в виде пары сил, плечо которой лежит в плоскости сечения, а направление соответствует эпюре M . Крутящие моменты располагаем в плоскости сечений. Их направление, как и направление сил N , Q , выбираем с учетом знаков на эпюрах.

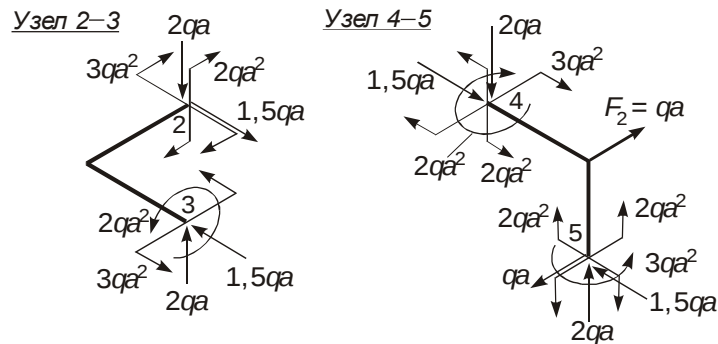


Рисунок 4

Расчет на прочность стержня I. Он испытывает поперечный изгиб в двух плоскостях, т. е. работает на поперечный кривой изгиб. Опасным является сечение 2, так как в нем действуют максимальные изгибающие моменты.

Вычерчиваем это сечение в рабочем положении с действующими в нем внутренними силовыми факторами (рисунок 4). Направления для поперечных сил берем из соответствующей эпюры. Согласно эпюре изгибающий момент M_x , действующий в вертикальной плоскости, растягивает верхнюю половину сечения и сжимает нижнюю. Поэтому ставим два плюса сверху сечения по оси y и два минуса внизу сечения. Момент M_y , действующий в горизонтальной плоскости, растягивает левую половину сечения и сжимает правую. Следовательно, ставим два плюса слева в сечении по оси x и два минуса справа в сечении.

Вычисляем величины внутренних сил и моментов:

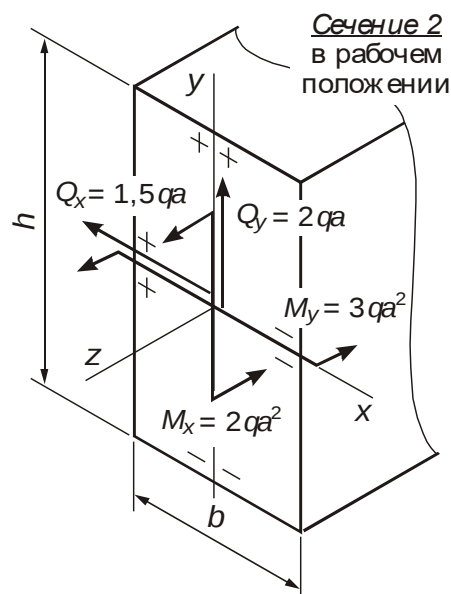


Рисунок 5

$$Q_x = 1,5qa = 1,5 \cdot 7 \cdot 0,7 = 7,35 \text{ кН};$$

$$Q_y = 2qa = 2 \cdot 7 \cdot 0,7 = 9,8 \text{ кН};$$

$$M_x = 2qa^2 = 2 \cdot 7 \cdot 0,7^2 = 6,86 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_y = 3qa^2 = 3 \cdot 7 \cdot 0,7^2 = 10,3 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Геометрические характеристики рассматриваемого сечения (моменты инерции, статические моменты полусечений) следующие:

$$J_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,06 \cdot 0,1^3}{12} = 500 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$J_y = \frac{hb^3}{12} = \frac{0,1 \cdot 0,06^3}{12} = 180 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$S_x^* = \frac{bh^2}{8} = \frac{0,06 \cdot 0,1^2}{8} = 75 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

$$S_y^* = \frac{hb^2}{8} = \frac{0,1 \cdot 0,06^2}{8} = 45 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Полные нормальные напряжения в опасном сечении определяются суммой напряжений от изгибающих моментов

$$\sigma = \pm \frac{M_x}{J_x} y \pm \frac{M_y}{J_y} x.$$

Знаки слагаемых в формуле выбираются по знакам отдельных напряжений в первом квадранте. Так как в первом квадранте сечения координаты x , y точек положительны, то знаки перед слагаемыми напряжений в общей формуле должны совпадать со знаками напряжений от изгибающих моментов в этом квадранте (вдоль оси y – плюс, вдоль оси x – минус). Поэтому

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y - \frac{M_y}{J_y} x. \quad (a)$$

Уравнение нулевой линии получим, положив $\sigma = 0$:

$$\frac{M_x}{J_x} y - \frac{M_y}{J_y} x = 0; \quad y = \frac{M_y J_x}{J_y M_x} x.$$

Нулевая линия проходит через центр тяжести поперечного сечения в первом и третьем квадрантах (рисунок 6) с углом наклона к оси x :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x} = \frac{M_y J_x}{M_x J_y} = \frac{10,3 \cdot 10^3 \cdot 500 \cdot 10^{-8}}{6,86 \cdot 10^3 \cdot 180 \cdot 10^{-8}} = 4,17; \quad \varphi = 76,5^\circ.$$

Максимальные нормальные напряжения возникают в точке $B(-b/2, h/2)$, поэтому в формулу (a) подставляем ее координаты:

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} = \sigma_B &= \frac{M_x}{J_x} x_B - \frac{M_y}{J_y} y_B = \\ &= \frac{M_x}{J_x} \frac{h}{2} - \frac{M_y}{J_y} \left(-\frac{b}{2} \right) = \\ &= \frac{6,86 \cdot 10^3}{500 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{0,1}{2} + \frac{10,3 \cdot 10^3}{180 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{0,06}{2} = \\ &= 240 \cdot 10^6 \text{ Па} = 240 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Минимальные напряжения достигаются в точке $D(b/2, -h/2)$. В данном случае (из-за отсутствия растяжения–сжатия)

$$\sigma_{\min} = -\sigma_{\max} = -240 \text{ МПа}.$$

Эпюра нормальных напряжений прямолинейна. Ее строим между двух прямых, проведенных параллельно нулевой линии через наиболее удаленные от нее точки (см. рисунок 6).

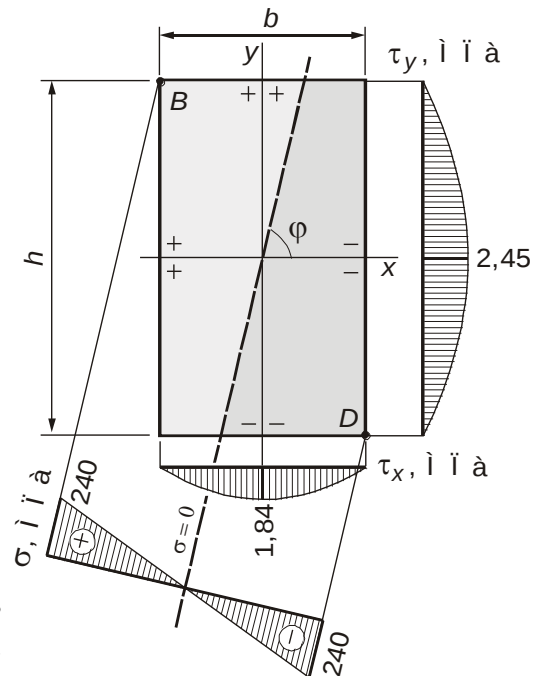


Рисунок 6

Максимальные касательные напряжения от поперечных сил Q_x , Q_y определяем с помощью формулы Журавского (5.17):

$$\tau_y = \frac{Q_y S_x^*}{J_x b} = \frac{9,8 \cdot 10^3 \cdot 75 \cdot 10^{-6}}{500 \cdot 10^{-8} \cdot 0,06} = 2,45 \cdot 10^6 \text{ Па} = 2,45 \text{ МПа};$$

$$\tau_x = \frac{Q_x S_y^*}{J_y h} = \frac{7,35 \cdot 10^3 \cdot 45 \cdot 10^{-6}}{180 \cdot 10^{-8} \cdot 0,1} = 1,84 \cdot 10^6 \text{ Па} = 1,84 \text{ МПа}.$$

Эпюры τ_x , τ_y показывают изменение касательных напряжений от изгиба вдоль одноименной оси. Они ограничены параболами и строятся справа (слева) и внизу (вверху) от рассматриваемого сечения (см. рисунок 6), или прямо на его сторонах.

Опасное сечение находится в состоянии косого изгиба, поэтому условие прочности для него

$$\sigma_{\max} \leq R = 210 \text{ МПа}.$$

В нашем случае $\sigma_{\max} = 240 \text{ МПа} > 210 \text{ МПа}$, следовательно, условие прочности для первого стержня не выполняется.

Расчет на прочность стержня II. Этот стержень работает на сжатие, кручение, поперечный изгиб в вертикальной и чистый изгиб в горизонтальной плоскостях. Опасным является сечение 4, так как в нем действуют максимальные изгибающие и крутящий моменты. Вычерчиваем это сечение в рабочем положении с действующими в нем внутренними силовыми факторами (рисунок 7).

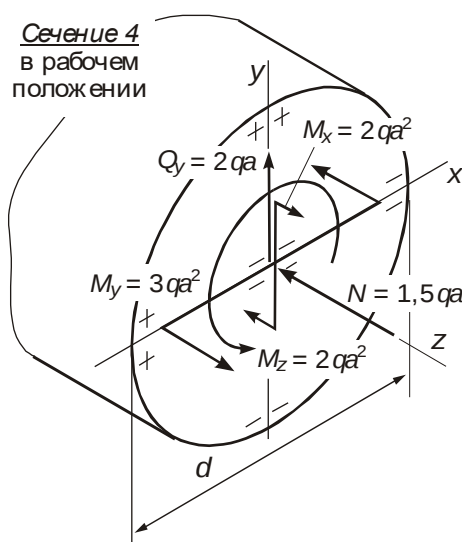


Рисунок 7

Согласно эпюрам изгибающие моменты прикладываем так, чтобы вертикальный M_x растягивал верхние волокна, а горизонтальный M_y – левые. Момент M_x , действующий в вертикальной плоскости, растягивает верхнюю половину сечения и сжимает нижнюю. Поэтому ставим два плюса вверху сечения по оси y и два минуса внизу сечения. Момент M_y , действующий в горизонтальной плоскости, растягивает левую половину сечения и сжимает правую. Следовательно, ставим два плюса слева в сечении по оси x и два минуса справа. Продольная сила сжимает стержень, поэтому ставим минусы вокруг центра тяжести. Поперечная сила по эпюре отрицательна, поэтому направляем ее так, чтобы она вращала оставшуюся часть стержня против часовой стрелки.

Вычисляем величины внутренних сил и моментов:

$$N = 1,5qa = 1,5 \cdot 7 \cdot 0,7 = 7,35 \text{ кН}; \quad Q_y = 2qa = 2 \cdot 7 \cdot 0,7 = 9,8 \text{ кН};$$

$$M_x = M_z = 2qa^2 = 2 \cdot 7 \cdot 0,7^2 = 6,86 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_y = 3qa^2 = 3 \cdot 7 \cdot 0,7^2 = 10,3 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Геометрические характеристики рассматриваемого сечения следующие:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} = 78,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 0,1^4}{64} = 491 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{3,14 \cdot 0,1^3}{16} = 196 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3; S_x^* = \frac{d^3}{12} = \frac{0,1^3}{12} = 83,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Нормальные напряжения в опасном сечении определяются суммой напряжений от изгибающих моментов и продольной силы:

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{J_x} y \pm \frac{M_y}{J_y} x.$$

Знаки слагаемых в формуле выбираются по знакам напряжений от изгиба в первом квадранте (см. рисунок 7) и по знаку силы N :

$$\sigma = -\frac{N}{A} + \frac{M_x}{J_x} y - \frac{M_y}{J_y} x. \quad (б)$$

Уравнение нулевой линии получим, положив $\sigma = 0$:

$$-\frac{N}{A} + \frac{M_x}{J_x} y - \frac{M_y}{J_y} x = 0.$$

Нулевая линия не проходит через начало координат. Найдем отрезки, которые она отсекает на осях координат (рисунок 8):

$$\text{если } x = 0, \text{ то } a_y = \frac{NJ_x}{AM_x} = \frac{7,35 \cdot 10^3 \cdot 491 \cdot 10^{-8}}{78,5 \cdot 10^{-4} \cdot 6,86 \cdot 10^3} = 0,67 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\text{если } y = 0, \text{ то } a_x = -\frac{NJ_y}{AM_y} = -\frac{7,35 \cdot 10^3 \cdot 491 \cdot 10^{-8}}{78,5 \cdot 10^{-4} \cdot 10,3 \cdot 10^3} = -0,45 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Нулевая линия пересекает первый и третий квадранты поперечного сечения (см. рисунок 8) с углом наклона к оси x :

$$\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{a_y}{a_x} \right| = \frac{0,67 \cdot 10^{-3}}{0,45 \cdot 10^{-3}} = 1,5; \quad \varphi = 56,3^\circ.$$

Определим координаты точек, наиболее удаленных от нулевой линии:

$$\text{точка } B: x_B = -d \sin \varphi / 2 = -0,1 \cdot 0,832 / 2 = -4,16 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$y_B = d \cos \varphi / 2 = -0,1 \cdot 0,555 / 2 = 2,77 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$\text{точка } D: x_D = -x_B = 4,16 \cdot 10^{-2} \text{ м}; y_D = -y_B = -2,77 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

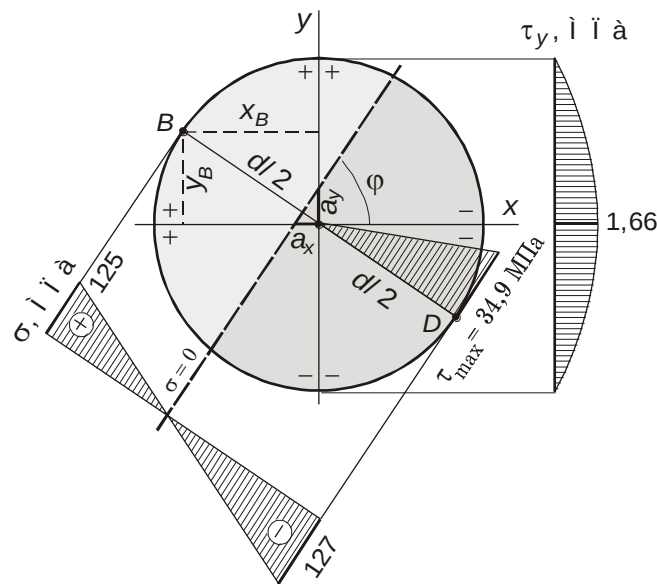


Рисунок 8

Нормальные напряжения максимальны в точке B . Их величину получим, подставив в формулу (6) координаты x_B, y_B :

$$\sigma_{\max} = \sigma_B = -\frac{N}{A} + \frac{M_x}{J_x} y_B - \frac{M_y}{J_y} x_B = -\frac{7,35 \cdot 10^3}{78,5 \cdot 10^{-4}} + \frac{6,86 \cdot 10^3 \cdot 2,77 \cdot 10^{-2}}{491 \cdot 10^{-8}} - \frac{10,3 \cdot 10^3 \cdot (-4,16 \cdot 10^{-2})}{491 \cdot 10^{-8}} = 125 \cdot 10^6 \text{ Па} = 125 \text{ МПа}.$$

Минимальные напряжения достигаются в точке D . В данном случае

$$\sigma_{\min} = \sigma_D = -\frac{N}{A} + \frac{M_x}{J_x} y_D - \frac{M_y}{J_y} x_D = -\frac{7,35 \cdot 10^3}{78,5 \cdot 10^{-4}} - \frac{6,86 \cdot 10^3 \cdot 2,77 \cdot 10^{-2}}{491 \cdot 10^{-8}} - \frac{10,3 \cdot 10^3 \cdot 4,16 \cdot 10^{-2}}{491 \cdot 10^{-8}} = -127 \cdot 10^6 \text{ Па} = -127 \text{ МПа}.$$

Эпюра нормальных напряжений прямолинейна. Ее строим между двух прямых, проведенных параллельно нулевой линии через наиболее удаленные точки B и D .

Максимальные касательные напряжения от поперечной силы Q_y вычисляем по формуле Журавского:

$$\tau_y = \frac{Q_y S_x^*}{J_x d} = \frac{9,8 \cdot 10^3 \cdot 83,3 \cdot 10^{-6}}{491 \cdot 10^{-8} \cdot 0,1} = 1,66 \cdot 10^6 \text{ Па} = 1,66 \text{ МПа}.$$

Эпюра τ_y построена справа от сечения (см. рисунок 8).

Эпюра касательных напряжений τ от кручения показана внутри сечения, причем

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{6,86 \cdot 10^3}{196 \cdot 10^{-6}} = 34,9 \cdot 10^6 \text{ Па} = 34,9 \text{ МПа}.$$

Опасное сечение круглого бруса находится в сложном напряженном состоянии. Поэтому прочность его будем проверять по третьей теории в точке D , так как в ней и нормальные напряжения от изгиба (по модулю), и касательные напряжения от кручения максимальны:

$$\sigma_{red}^{III} = \sqrt{\sigma_D^2 + 4\tau_{max}^2} = \sqrt{127^2 + 4 \cdot 34,9^2} = 145 \text{ МПа} < R = 210 \text{ МПа}.$$

Следовательно, условие прочности для второго бруса выполняется.

Расчет на прочность стержня III. Этот стержень работает на поперечный изгиб в двух плоскостях, сжатие и кручение. Опасным является сечение 6, так как в нем действуют суммарно большие изгибающие моменты и крутящий момент.

Вычерчиваем это сечение в рабочем положении с действующими в нем внутренними силовыми факторами (рисунок 9). Внутренние силы и моменты направляем с учетом знаков согласно эпюрам.

Момент M_x растягивает нижнюю половину сечения и сжимает верхнюю. Поэтому ставим два плюса внизу сечения по оси y и два минуса вверху. Момент M_y растягивает правую половину сечения и сжимает левую.

Следовательно, ставим два плюса справа в сечении по оси x и два минуса слева в сечении.

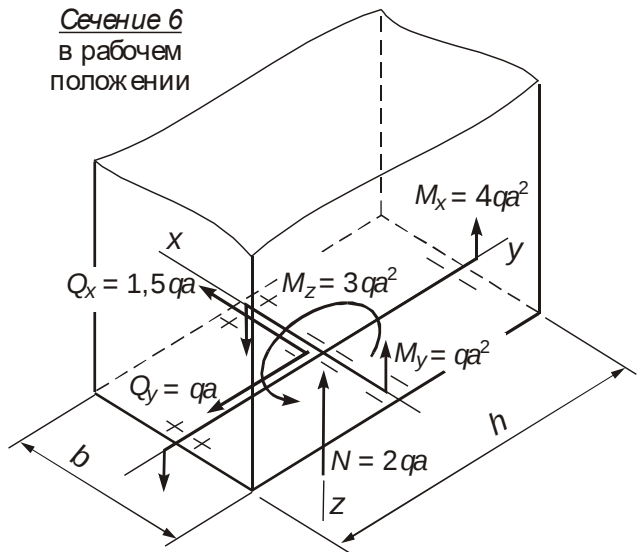


Рисунок 9

Значения внутренних усилий

$$N = 2qa = 2 \cdot 7 \cdot 0,7 = 9,8 \text{ кН}; \quad Q_x = 1,5qa = 1,5 \cdot 7 \cdot 0,7 = 7,35 \text{ кН};$$

$$Q_y = qa = 7 \cdot 0,7 = 4,9 \text{ кН}; \quad M_x = 4qa^2 = 4 \cdot 7 \cdot 0,7^2 = 13,7 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_y = qa^2 = 7 \cdot 0,7^2 = 3,43 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_z = 3qa^2 = 3 \cdot 7 \cdot 0,7^2 = 10,3 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Геометрические характеристики рассматриваемого сечения такие же, как для стержня I:

$$A = bh = 0,06 \cdot 0,1 = 60 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; \quad J_x = 500 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \quad J_y = 180 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$S_x^* = 75 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3; \quad S_y^* = 45 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Момент сопротивления при кручении прямоугольного стержня вычисляется по формуле $W_t = \alpha hb^2$, где коэффициент α берется из таблицы в зависимости от отношения h/b .

Таблица – Значения коэффициентов для бруса прямоугольного сечения

h/b	1	1,5	1,75	2	2,5	3	4	6	8	10	> 10
α	0,20 8	0,23 1	0,23 9	0,24 6	0,25 8	0,26 7	0,28 2	0,29 9	0,30 7	0,31 3	0,33 3
β	0,14 1	0,19 6	0,21 4	0,22 9	0,24 9	0,26 3	0,28 1	0,29 9	0,30 7	0,31 3	0,33 3
η	1,00 0	0,85 9	0,82 0	0,79 5	0,76 6	0,75 3	0,74 5	0,74 3	0,74 2	0,74 2	0,74 2

В нашем случае

$$h/b = 0,1 / 0,06 = 1,67$$

и α определяем интерполяцией. Если $h/b = 1,5$, то $\alpha = 0,231$; если $h/b = 1,75$, то $\alpha = 0,239$. Поэтому для $h/b = 1,67$

$$\alpha = 0,231 + \frac{(0,239 - 0,231)(1,67 - 1,5)}{1,75 - 1,5} = 0,236,$$

$$W_t = \alpha h b^2 = 0,236 \cdot 0,1 \cdot 0,06^2 = 85,0 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Аналогично интерполяцией определяется и коэффициент η , который понадобится нам в дальнейшем:

$$\eta = 0,859 - \frac{(0,859 - 0,820)(1,67 - 1,5)}{1,75 - 1,5} = 0,840.$$

Нормальные напряжения в опасном сечении определяются суммой напряжений от изгибающих моментов и продольной силы:

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{J_x} y \pm \frac{M_y}{J_y} x.$$

Знаки слагаемых в этой формуле выбираются по знакам напряжений от изгиба в первом квадранте и по знаку силы N :

$$\sigma = -\frac{N}{A} - \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x. \quad (6)$$

Уравнение нулевой линии получим, положив $\sigma = 0$:

$$-\frac{N}{A} - \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x = 0.$$

Нулевая линия не проходит через начало координат. Получим отрезки, которые она отсекает на координатных осях (рисунок 10):

$$\text{если } x = 0, \text{ то } a_y = -\frac{NJ_x}{AM_x} = -\frac{9,8 \cdot 10^3 \cdot 500 \cdot 10^{-8}}{60 \cdot 10^{-4} \cdot 13,7 \cdot 10^3} = -0,595 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\text{если } y = 0, \text{ то } a_x = \frac{NJ_y}{AM_y} = \frac{9,8 \cdot 10^3 \cdot 180 \cdot 10^{-8}}{60 \cdot 10^{-4} \cdot 3,43 \cdot 10^3} = 0,857 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Максимальные нормальные растягивающие напряжения возникают в точке $D(b/2, -h/2)$. Поэтому в формулу (6) подставляем ее координаты

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} = \sigma_D &= -\frac{N}{A} - \frac{M_x}{J_x} y_D + \frac{M_y}{J_y} x_D = -\frac{N}{A} - \frac{M_x}{J_x} \left(-\frac{h}{2}\right) + \frac{M_y}{J_y} \frac{b}{2} = \\ &= -\frac{9,8 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^{-4}} + \frac{13,7 \cdot 10^3}{500 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{0,1}{2} + \frac{3,43 \cdot 10^3}{180 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{0,06}{2} = 193 \cdot 10^6 \text{ Па} = 193 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Минимальные напряжения достигаются в точке $B(-b/2, h/2)$:

$$\begin{aligned} \sigma_{\min} = \sigma_B &= -\frac{N}{A} - \frac{M_x}{J_x} y_B + \frac{M_y}{J_y} x_B = -\frac{N}{A} - \frac{M_x}{J_x} \frac{h}{2} + \frac{M_y}{J_y} \left(-\frac{b}{2}\right) = \\ &= -\frac{9,8 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^{-4}} - \frac{13,7 \cdot 10^3}{500 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{0,1}{2} - \frac{3,43 \cdot 10^3}{180 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{0,06}{2} = -196 \cdot 10^6 \text{ Па} = -196 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

$$\sigma_E = \frac{N}{A} - \frac{M_x}{J_x} \frac{h}{2} + \frac{M_y}{J_y} \cdot 0 = -\frac{9,8 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^{-4}} - \frac{13,7 \cdot 10^3}{500 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{0,1}{2} =$$

$$= -139 \cdot 10^6 \text{ Па} = -139 \text{ МПа}.$$

Эквивалентные напряжения в этих точках будут следующие:

$$\sigma_{Gred} = \sqrt{\sigma_G^2 + 4\tau_{\max}^2} = \sqrt{(-58,8)^2 + 4 \cdot 121^2} = 249 \cdot 10^6 \text{ Па} = 249 \text{ МПа}.$$

$$\sigma_{Ered} = \sqrt{\sigma_E^2 + 4\tau_E^2} = \sqrt{(-139)^2 + 4 \cdot 102^2} = 247 \cdot 10^6 \text{ Па} = 247 \text{ МПа}.$$

Таким образом, хотя наибольшие нормальные напряжения не превышают расчетного сопротивления $|\sigma_{\min}| = 196 \text{ МПа} < R = 210 \text{ МПа}$, эквивалентные напряжения в обеих точках его превосходят. Следовательно, условие прочности по третьей теории для стержня не выполняется.

☑ **ПРИМЕР 4.2.** Для поперечного сечения бруса, состоящего из листа стали с размерами $7 \times 1000 \text{ мм}$ и двух приваренных к нему двутавров № 24 (рисунок 11), требуется построить ядро сечения.

Геометрические характеристики сечения. Сечение имеет две оси симметрии x , y , которые являются главными центральными осями инерции. Главные центральные моменты инерции и площадь для рассматриваемого сечения вычислены ранее (см. пример 3.3, РГР 3):

$$J_x = 235000 \text{ см}^4; J_y = 6923 \text{ см}^4; A = 139,6 \text{ см}^2.$$

Ядро сечения. В силу симметрии сечения его ядро также будет симметрично относительно осей x , y . Предположим, что сила приложена в точке B с координатами

$$x_0 = h_2/2 = 12 \text{ см};$$

$y_0 = h_1/2 + s/2 + b_2/2 = 50 + 0,28 + 5,75 = 56,0 \text{ см}$,
где h_2 , s , b_2 – высота, толщина стенки и ширина полки двутавра; h_1 – высота прямоугольника.

В этом случае нейтральная линия отсекает на осях координат отрезки

$$a_x = -\frac{J_y}{Ax_0} = -\frac{6923}{139,6 \cdot 12} = -4,13 \text{ см};$$

$$a_y = -\frac{J_x}{Ay_0} = -\frac{235000}{139,6 \cdot 56} = -30 \text{ см}.$$

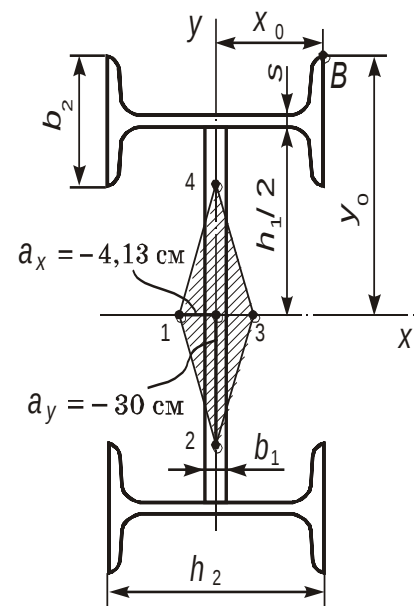


Рисунок 11

Откладывая эти значения на осях координат, получаем точки 1, 2, через которые проводим прямую (нейтральную линию для силы, приложенной в точке B). Точки 3, 4 принимаем из условия симметрии. Ядро сечения представляет собой ромб, который на рисунке 1 заштрихован.

☑ **ПРИМЕР 4.3.** Для поперечного сечения бруса (рисунок 12) требуется построить ядро сечения.

Геометрические характеристики сечения. Центр тяжести сечения будет находиться на оси y , так как она является осью симметрии и, следовательно, ядро сечения тоже будет симметрично относительно этой оси. Ордината центра тяжести, величины главных центральных моментов инерции и площадь определены для этого сечения в примере 3.4 (РГР 3):

$$y_C = 4,22c; J_x = 110,4c^4; J_y = 36,95c^4; A = 26,28c^2.$$

Ядро сечения. Рассмотрим три точки B, D, E приложения силы в поперечном сечении и построим соответствующие нулевые линии. Точки B', D' дадут нулевые линии, симметричные первым двум относительно оси y .

Предположим, что сила приложена в точке B с координатами

$$x_0 = 2c; y_0 = 6c - y_C = 6c - 4,22c = 1,78c.$$

В этом случае нулевая линия отсекает на осях координат отрезки

$$a_x = -\frac{J_y}{Ax_0} = -\frac{36,95c^4}{26,28c^2 \cdot 2c} = -0,703c; \quad a_y = -\frac{J_x}{Ay_0} = -\frac{110,4c^4}{26,28c^2 \cdot 1,78c} = -2,36c.$$

Отмечаем полученные отрезки на осях и проводим нулевую линию.

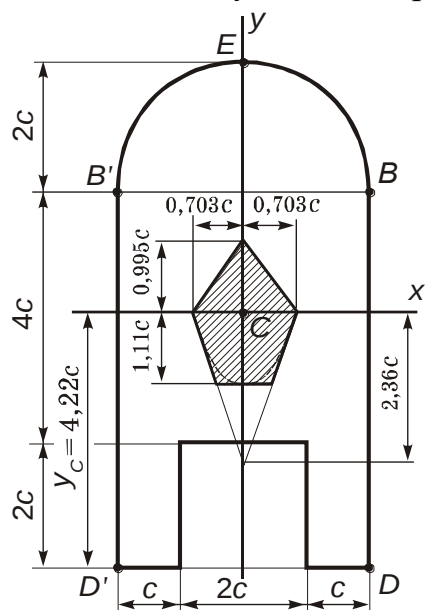


Рисунок 12

Пусть сила приложена в точке D с координатами

$$x_0 = 2c; y_0 = -y_C = -4,22c.$$

Нулевая линия отсекает на осях координат отрезки

$$a_x = -\frac{J_y}{Ax_0} = -\frac{36,95c^4}{26,28c^2 \cdot 2c} = -0,703c; \\ a_y = -\frac{J_x}{Ay_0} = -\frac{110,4c^4}{26,28c^2 \cdot (-4,22c)} = 0,995c.$$

Через полученные точки проводим нулевую линию.

Если сила приложена в точке E , расположенной на оси y , с координатами $x_0 = 0; y_0 = 3,78c$, то

$$a_x = \infty;$$

$$a_y = -\frac{J_x}{Ay_0} = -\frac{110,4c^4}{26,28c^2 \cdot 3,78c} = -1,11c.$$

Нулевая линия параллельна оси x .

После построения полученных нулевых и им симметричных линий ядро сечения будет иметь вид пятиугольной области вокруг центра тяжести (см. рисунок 12). Следует отметить, что внизу размеры ядра сечения у нас несколько увеличены. Если аккуратно обойти точкой приложения силы полуокружность вверху сечения, то форма ядра в том месте будет близка к параболе (штриховая линия).

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РГР 5

☑ **ПРИМЕР 5.1.** Стойка (рисунок 1, а) длиной $l = 7,5$ м сжата центрально приложенной силой $F = 580$ кН. Материал стойки – сталь Ст3, расчетное сопротивление $R = 210$ МПа, коэффициент условий работы $\gamma_c = 1$, предел текучести $\sigma_y = 260$ МПа. Требуется:

1) подобрать необходимый номер уголка для поперечного сечения;

2) определить размер c из условия равноустойчивости сечения;

3) определить величину критической силы и коэффициент запаса на устойчивость по отношению к заданной нагрузке.

Подбор сечения. Воспользуемся методом последовательных приближений. На первом шаге принимаем $\varphi_1 = 0,5$. Затем из условия устойчивости через нагрузку и расчетное сопротивление получаем площадь всего сечения

$$A \geq \frac{F}{\varphi_1 R} = \frac{580 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 210 \cdot 10^6} = 55,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 55,2 \text{ см}^2.$$

Для одного уголка

$$A_1 = A/4 = 55,2/4 = 13,8 \text{ см}^2.$$

Согласно таблице В.2 сортамента (приложение В) выбираем уголок 110×70×8 с площадью $A_T = 13,9 \text{ см}^2$. Так как размер c неизвестен, то мы не можем определить расстояние до оси x . Поэтому расчеты будем вести относительно оси y . Момент инерции всего сечения относительно этой оси

$$J_y = 4 \left(J_{yt} + (a/2 + x_0)^2 A_T \right),$$

где $J_{yt} = 54,6 \text{ см}^4$ – табличное значение момента инерции уголка;

$x_0 = 1,64 \text{ см}$ – характерный размер уголка (рисунок 1, б);

$a = 20 \text{ см}$ – заданное расстояние.

Тогда

$$J_y = 4 \cdot (54,6 + (20/2 + 1,64)^2 \cdot 13,9) = 7752 \text{ см}^4.$$

Радиус инерции всего сечения

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{4A_T}} = \sqrt{\frac{7752}{4 \cdot 13,9}} = 11,8 \text{ см} = 0,118 \text{ м}.$$

Коэффициенты приведения длины стержня μ_y, μ_x принимаем в соответствии со схемой закрепления концов стержня и рисунком 2. Нижний конец закреплен шаровым шарниром «ш», поэтому в обеих плоскостях возможной потери устойчивости yz и zx внизу принимаем шарнир. Вверху у стержня – плоский шарнир «пл», который в своей плоскости zx работает как шарнир, а в плоскости yz – как заделка. Тогда в первой плоскости с обоих концов «шарнир–шарнир» (рисунок 2, а), во второй – «шарнир–заделка» (рисунок 2, з). Коэффициенты принимаем следующие: $\mu_y = 1$; $\mu_x = 0,7$. Гибкость относительно оси y будет

$$\lambda_y = \frac{\mu_y l}{i_y} = \frac{1 \cdot 7,5}{0,118} = 63,5.$$

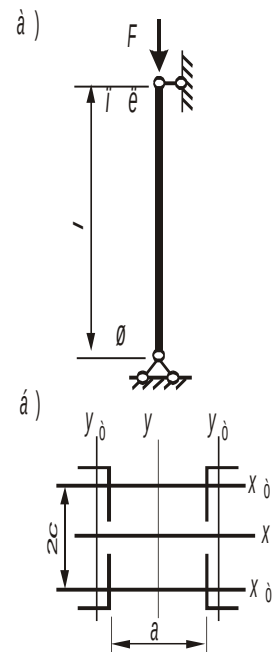


Рисунок 1

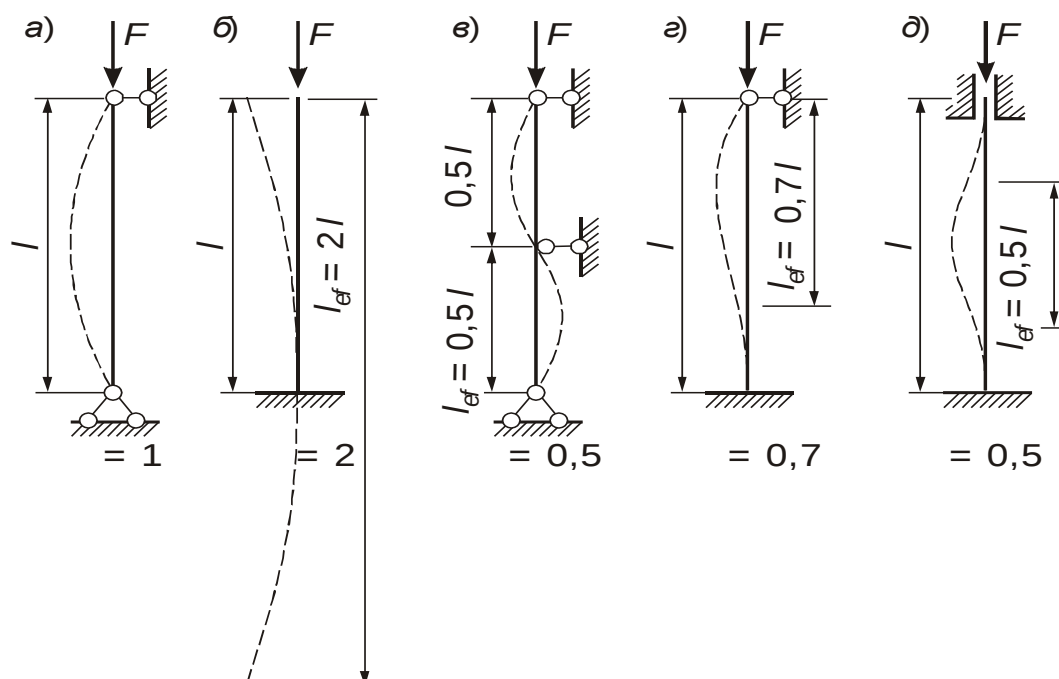


Рисунок 2

Соответствующий этой гибкости коэффициент φ^* получим, интерполируя соседние значения в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Коэффициенты продольного изгиба

Гибкость λ	Коэффициенты φ для различных материалов			
	сталь Ст2, 3, 4, ОС	сталь СПК	чугун	дерево
0	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,83	0,57	0,80
60	0,86	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,72	0,34	0,60
80	0,75	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,55	0,20	0,38
100	0,60	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,35	–	0,25
120	0,45	0,30	–	0,22
130	0,40	0,26	–	0,18
140	0,36	0,23	–	0,16
150	0,32	0,21	–	0,14
160	0,29	0,19	–	0,12
170	0,26	0,17	–	0,11
180	0,23	0,15	–	0,10
190	0,21	0,14	–	0,09
200	0,19	0,13	–	0,08

Так как

$$\varphi|_{\lambda=60}=0,86, \quad \varphi|_{\lambda=70}=0,81,$$

то

$$\varphi_1^*|_{\lambda=63,5}=0,81+\frac{70-63,5}{70-60}(0,86-0,81)=0,843.$$

Разница между коэффициентами ϕ_1 и ϕ_1^* гораздо больше 5 %, поэтому для второго шага принимаем

$$\phi_2 = \frac{\phi_1 + \phi_1^*}{2} = \frac{0,5 + 0,843}{2} = 0,672.$$

Площадь сечения

$$A \geq \frac{F}{\phi_2 R} = \frac{580 \cdot 10^3}{0,672 \cdot 210 \cdot 10^6} = 41,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 41,1 \text{ см}^2.$$

Для одного уголка $A_2 = A/4 = 41,1/4 = 10,3 \text{ см}^2$.

Согласно таблице сортамента принимаем уголок $100 \times 63 \times 7$ с площадью $A_T = 11,1 \text{ см}^2$, табличным моментом инерции $J_{yT} = 35 \text{ см}^4$, размером $x_0 = 1,46 \text{ см}$. Момент и радиус инерции всего сечения и гибкость стержня

$$J_y = 4 \cdot (35 + (20/2 + 1,46)^2 \cdot 11,1) = 5971 \text{ см}^4,$$

$$i_y = \sqrt{\frac{5971}{4 \cdot 11,1}} = 11,6 \text{ см} = 0,116 \text{ м}; \quad \lambda_y = \frac{1 \cdot 7,5}{0,116} = 64,7.$$

Так как в таблице 5.1 соседние значения коэффициентов уменьшения допускаемого напряжения те же, то

$$\phi_2^* |_{\lambda=64,7} = 0,81 + \frac{70 - 64,7}{70 - 60} (0,86 - 0,81) = 0,837.$$

Разница между коэффициентами ϕ_2 и ϕ_2^*

$\delta_2 = 100 \% \cdot |\phi_2 - \phi_2^*| / \phi_2 = 100 \% \cdot |0,672 - 0,837| / 0,672 = 25 \%$,
поэтому для третьего шага принимаем

$$\phi_3 = \frac{\phi_2 + \phi_2^*}{2} = \frac{0,672 + 0,837}{2} = 0,756.$$

Соответствующая площадь сечения

$$A \geq \frac{F}{\phi_3 R} = \frac{580 \cdot 10^3}{0,756 \cdot 210 \cdot 10^6} = 36,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 36,5 \text{ см}^2.$$

Площадь одного уголка

$$A_3 = A/4 = 36,5/4 = 9,13 \text{ см}^2.$$

Согласно таблице сортамента принимаем уголок $75 \times 50 \times 8$ с площадью $A_T = 9,47 \text{ см}^2$, табличным моментом инерции $J_{yT} = 18,5 \text{ см}^4$, $x_0 = 1,29 \text{ см}$. Момент и радиус инерции всего сечения и гибкость стержня

$$J_y = 4 \cdot (18,5 + (20/2 + 1,29)^2 \cdot 9,47) = 4902 \text{ см}^4;$$

$$i_y = \sqrt{\frac{4902}{4 \cdot 9,47}} = 11,4 \text{ см} = 0,114 \text{ м}; \quad \lambda_y = \frac{1 \cdot 7,5}{0,114} = 65,10.$$

Так как соседние значения коэффициентов уменьшения допускаемого напряжения те же, то

$$\phi_3^* |_{\lambda=65,9} = 0,81 + \frac{70 - 65,9}{70 - 60} (0,86 - 0,81) = 0,831.$$

Разница между коэффициентами ϕ_3 и ϕ_3^*

$\delta_3 = 100 \% \cdot |\phi_3 - \phi_3^*| / \phi_3 = 100 \% \cdot |0,756 - 0,831| / 0,756 = 10 \%$,
поэтому для четвертого шага принимаем

$$\varphi_4 = \frac{\phi_3 + \phi_3^*}{2} = \frac{0,756 + 0,831}{2} = 0,794.$$

Соответствующая площадь всего сечения и площадь одного уголка

$$A \geq \frac{F}{\varphi_4 R} = \frac{580 \cdot 10^3}{0,794 \cdot 210 \cdot 10^6} = 34,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 34,8 \text{ см}^2;$$

$$A_4 = A/4 = 34,8/4 = 8,70 \text{ см}^2.$$

Согласно таблице сортамента это уголок 75×60×8 с площадью $A_T = 9,47 \text{ см}^2$, т. е. мы второй раз попали в один и тот же номер профиля. Следовательно, дальнейшие уточнения не приведут к новому результату. Окончательно принимаем уголок из последнего приближения. Табличные моменты инерции этого уголка

$$J_{yt} = 18,5 \text{ см}^4; J_{xt} = 52,4 \text{ см}^4.$$

Определение размера c . Неизвестный размер сечения c определим из условия равноустойчивости сечения: $\lambda_x = \lambda_y$. Тогда

$$\frac{\mu_x l}{i_x} = \frac{\mu_y l}{i_y}; \quad i_x = \frac{\mu_x}{\mu_y} i_y.$$

Радиусы инерции связаны с моментами инерции сечения соотношениями

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}; \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}.$$

Подставляя их в предыдущее соотношение между радиусами инерции, связываем моменты инерции:

$$J_x = \frac{\mu_x^2}{\mu_y^2} J_y.$$

Используя выражение для момента инерции сечения относительно оси x

$$J_x = 4(J_{xt} + c^2 A_T),$$

получим

$$J_{xt} + c^2 A_T = \frac{\mu_x^2}{\mu_y^2} \frac{J_y}{4}.$$

Отсюда, с учетом того, что $J_y = 4902 \text{ см}^4$, следует размер c :

$$c = \sqrt{\frac{1}{A_T} \left(\frac{\mu_x^2}{\mu_y^2} \frac{J_y}{4} - J_{xt} \right)} = \sqrt{\frac{1}{9,47} \left(\frac{0,7^2}{1} \frac{4902}{4} - 52,4 \right)} = 7,61 \text{ см}.$$

Критическая сила и коэффициент запаса. Величина критических напряжений σ_{cr} в рассматриваемом случае вычисляется по формуле Ясинского, так как значение гибкости стержня $\lambda = 65,9$ находится в интервале $40 < \lambda < 100$:

$$\sigma_{cr} = a - b\lambda = 310 - 1,14 \cdot 65,9 = 235 \text{ МПа}.$$

Критическая сила

$$F_{cr} = \sigma_{cr} A = 235 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 9,47 \cdot 10^{-4} = 890 \cdot 10^3 \text{ Н} = 890 \text{ кН}.$$

Коэффициент запаса на устойчивость будет

$$n = F_{cr}/F = 890/580 = 1,53.$$

☑ **ПРИМЕР 5.2.** Для фермы (рисунок 3, а) $F = 600 \text{ кН}$, $l = 2,5 \text{ м}$, $R = 210 \text{ МПа}$, материал – сталь Ст2. Форма поперечных сечений показана на рисунке 3, б.

Считается, что стержни соединены шаровыми шарнирами, а составные сечения равноустойчивы. Требуется достаточность сечений у стержней 1, 2, 3.

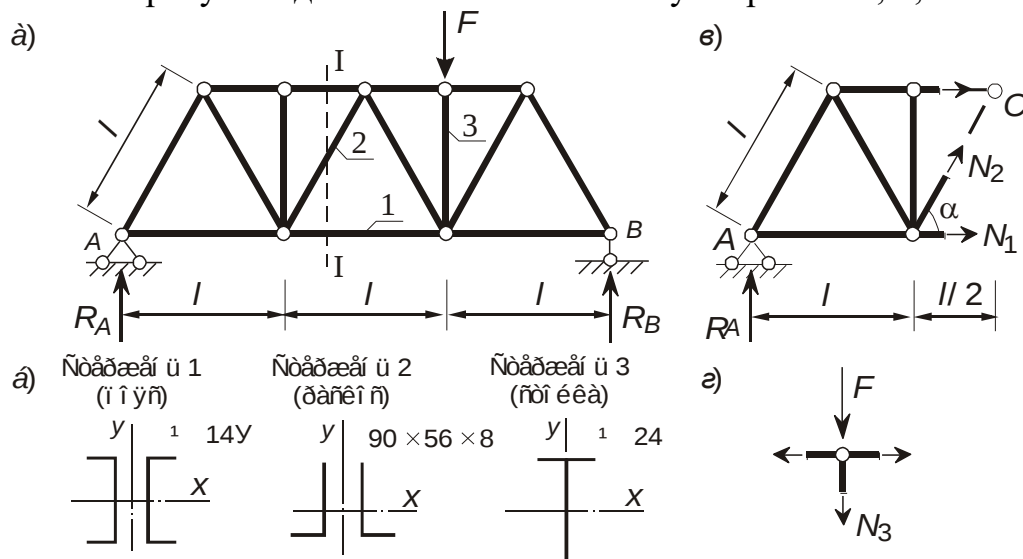


Рисунок 3

Продольные силы в стержнях. Опорные реакции определяем из условия равенства нулю суммы моментов действующих сил относительно опор:

$$Fl - R_A \cdot 3l = 0, \quad R_A = F/3;$$

$$-F \cdot 2l + R_B \cdot 3l = 0, \quad R_B = 2F/3.$$

Для вычисления усилий в стержнях 1 и 2 проведем сечение I–I, отбросим правую часть фермы и рассмотрим равновесие оставшейся части (рисунок 3, в). Так как длины стержней 1 и 2 одинаковы, то $\alpha = 60^\circ$.

Из условия равновесия $\sum M_C = 0$ получим

$$N_1 l \sin \alpha - R_A (l + l/2) = 0, \quad N_1 = \frac{R_A 3l/2}{l \sin \alpha} = \frac{F}{3} \frac{3}{2 \sin \alpha} = \frac{600 \cdot 3}{6 \cdot 0,866} = 346 \text{ кН}.$$

Проектируя силы на вертикальную ось, имеем

$$R_A + N_2 \sin \alpha = 0, \quad N_2 = -\frac{R_A}{\sin \alpha} = -\frac{F}{3 \sin \alpha} = -\frac{600}{3 \cdot 0,866} = -231 \text{ кН}.$$

Для определения усилия в стержне 3 вырежем соответствующий узел (рисунок 3, г). Из условия равновесия сил следует

$$-N_3 - F = 0, \quad N_3 = -F = -600 \text{ кН}.$$

Проверка достаточности сечения стержней.

Стержень 1. Стержень *растянут*, поэтому проверим выполнение условия прочности. Для этого вычислим максимальные рабочие напряжения и сравним их с расчетным сопротивлением.

Так как сечение стержня состоит из двух швеллеров № 14У, то его площадь

$$A_1 = 2 \cdot 15,6 = 31,2 \text{ см}^2.$$

Тогда

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{346 \cdot 10^3}{31,2 \cdot 10^{-4}} = 111 \cdot 10^6 \text{ Па} = 111 \text{ МПа} < R = 210 \text{ МПа}.$$

Условие прочности выполняется, следовательно, сечение достаточно.

Стержень 2. Стержень *сжат*, поэтому проверим выполнение условия устойчивости

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} \leq \varphi_2 R.$$

Сечение стержня состоит из двух уголков с размерами $90 \times 56 \times 8$. Его площадь

$$A_2 = 2 \cdot 11,18 = 22,36 \text{ см}^2.$$

Стержни скреплены шаровыми шарнирами, следовательно, коэффициенты приведения длины $\mu_x = \mu_y = 1$. По условию задачи сечение равноустойчиво, поэтому гибкость стержня в обоих направлениях одинакова $\lambda_x = \lambda_y$. Следовательно, и радиусы инерции $i_x = i_y$. Для расчета удобно взять i_x , так как соответствующая ось совпадает с табличной осью для одного уголка:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} = \sqrt{\frac{2J_{\text{хт}}}{2A_{\text{т}}}} = i_{\text{хт}} = 2,85 \text{ см}.$$

Здесь, как и ранее, нижний индекс «т» означает, что данная величина взята из таблиц сортамента.

Вычисляем гибкость стержня:

$$\lambda_x = \frac{\mu_x l}{i_x} = \frac{1 \cdot 2,5}{2,85 \cdot 10^{-2}} = 87,7.$$

Коэффициент продольного изгиба φ_2 определяем по таблице 5.1 в зависимости от полученной гибкости, используя линейную интерполяцию. Так как

$$\varphi_2|_{\lambda=87,7} = 0,69 + \frac{90-87,7}{90-80}(0,75-0,69) = 0,704, \quad \varphi|_{\lambda=90} = 0,69, \text{ то}$$

$$\varphi_2|_{\lambda=87,7} = 0,69 + \frac{90-87,7}{90-80}(0,75-0,69) = 0,704.$$

Рабочее напряжение

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{231 \cdot 10^3}{22,4 \cdot 10^{-4}} = 103 \cdot 10^6 \text{ Па} = 103 \text{ МПа}.$$

Так как $\sigma_2 = 103 \text{ МПа} < \varphi_2 R = 0,704 \cdot 210 = 148 \text{ МПа}$, то условие устойчивости выполняется и сечение стержня 2 достаточно.

Стержень 3. Стержень сжат. Проверим выполнение условия устойчивости

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} \leq \varphi_3 R.$$

Для двутавра № 24 площадь поперечного сечения $A_3 = 34,8 \text{ см}^2$, радиус инерции $i_{\min} = i_{yt} = 2,37 \text{ см}$, длина стержня

$$l_3 = l \sin \alpha = l \sin 60^\circ = 2,5 \cdot 0,866 = 2,165 \text{ м}.$$

Гибкость стержня

$$\lambda_y = \frac{\mu_y l}{i_y} = \frac{1 \cdot 2,165}{2,37 \cdot 10^{-2}} = 91,4.$$

Коэффициент продольного изгиба φ_3 определяем по таблице 10.1 в зависимости от гибкости. Так как $\varphi|_{\lambda=100} = 0,60$, $\varphi|_{\lambda=90} = 0,69$, то

$$\varphi_3|_{\lambda=91,4} = 0,60 + \frac{100-91,4}{100-90}(0,69-0,60) = 0,677.$$

Рабочие напряжения

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{600 \cdot 10^3}{34,8 \cdot 10^{-4}} = 172 \cdot 10^6 \text{ Па} = 172 \text{ МПа}.$$

Так как $\sigma_3 = 172 \text{ МПа} > \varphi_3 R = 0,677 \cdot 210 = 142 \text{ МПа}$, то условие устойчивости не выполняется, сечение стержня 3 недостаточно.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РГР 6

☑ **ПРИМЕР 6.1.** Груз весом $P = 4 \text{ кН}$ падает на балку с высоты $h = 0,1 \text{ м}$. Рассмотрим два случая закрепления балки (рисунок 1):

1) балка установлена на жесткие опоры;

2) одна из опор подрессорена пружиной с податливостью $c = 5 \text{ м/МН}$.

Параметры балки: $l = 2 \text{ м}$; $a = 0,6l = 0,6 \cdot 2 = 1,2 \text{ м}$; $b = 0,4l = 0,4 \cdot 2 = 0,8 \text{ м}$; материал – сталь ($E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$); поперечное сечение – двутавр № 18 ($J_x = 1290 \text{ см}^4$; $W_x = 143 \text{ см}^3$).

Требуется: вычислить динамический коэффициент и максимальные динамические напряжения σ для обеих балок, проверить выполнение условия прочности ($R = 210 \text{ МПа}$), сравнить результаты.

Расчет балки на жестких опорах. Определяем реакции опор от статического воздействия силы P (рисунок 2, а). Для этого составляем уравнения моментов относительно точек A и B :

$$-Y_A l + Pb = 0; Y_B l - Pa = 0,$$

откуда $Y_A = Pb/l$; $Y_B = Pa/l$.

Эпюра изгибающих моментов M на каждом участке прямолинейна. Ее наибольшее значение

$$M_{\max} = \frac{Pab}{l} = \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 1,2 \cdot 0,8}{2} = 1920 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Максимальные статические напряжения

$$\sigma_{st} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{1920}{143 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= 13,4 \cdot 10^6 \text{ Па} = 13,4 \text{ МПа}.$$

Определение статического прогиба. Воспользуемся методом начальных параметров. Составим дифференциальное уравнение упругой линии на последнем участке балки для произвольного сечения с координатой z :

$$EJ_x y'' = Y_A z - P(z-a).$$

После двукратного интегрирования получаем

$$EJ_x y = EJ_x y_0 + EJ_x \theta_0 z + \frac{Pb}{l} \frac{z^3}{6} - P \frac{(z-a)^3}{6}. \quad (a)$$

Здесь θ_0, y_0 – начальные параметры, т. е. угол поворота и прогиб левого сечения

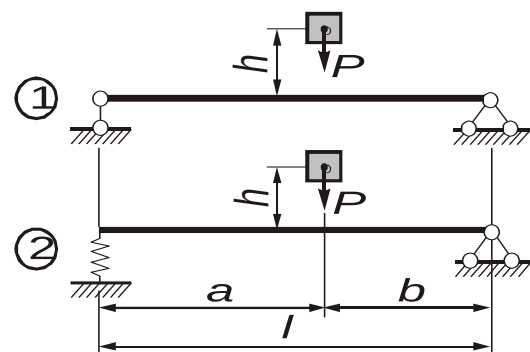


Рисунок 1

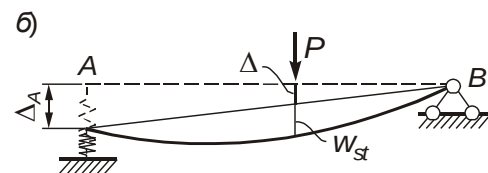
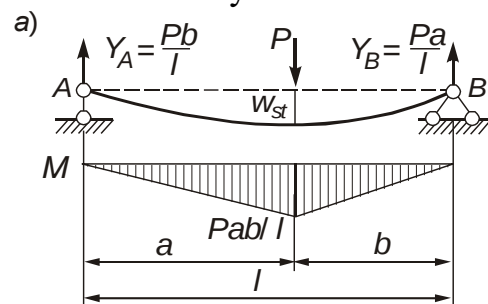


Рисунок 2

балки. Они определяются из условий равенства нулю прогиба на опорах: на левой (при $z = 0$) и правой (при $z = l$) опорах $y = 0$. Следовательно,

$$y_0 = 0; \quad 0 = EJ_x \theta_0 l + \frac{Pb l^3}{l} - P \frac{b^3}{6}.$$

Отсюда $EJ_x \theta_0 = -\frac{Pb(l^2 - b^2)}{6l}.$

Статический прогиб w_{st} находим как абсолютную величину прогиба y , подставив в формулу (а) координату $z = a$:

$$w_{st} = \frac{Pa^2 b^2}{3l EJ_x}.$$

Используя исходные данные задачи, находим

$$w_{st} = \frac{Pa^2 b^2}{3l EJ_x} = \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 1,2^2 \cdot 0,8^2}{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 1290 \cdot 10^{-8}} = 2,38 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Динамический коэффициент определяем по формуле:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{w_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,1}{2,38 \cdot 10^{-4}}} = 30,0.$$

Наибольшее динамическое напряжение будет:

$$\sigma = k_d \sigma_{st} = 30 \cdot 13,4 = 402 \text{ МПа.}$$

Так как $\sigma > R = 210 \text{ МПа}$, то условие прочности не выполняется.

Расчет балки с упруго-податливой опорой. Полный статический прогиб под грузом

$$w_{st}^* = w_{st} + \Delta,$$

где w_s – статический прогиб балки под грузом, вычисленный ранее для балки на жестких опорах; Δ – дополнительный прогиб под грузом, образовавшийся за счет сжатия пружины.

Величину Δ найдем из подобия треугольников:

$$\Delta = \frac{\Delta_A b}{l},$$

где Δ_A – прогиб балки на левой опоре за счет сжатия пружины, который пропорционален опорной реакции

$$\Delta_A = c Y_A = c \frac{Pb}{l} = 5 \cdot 10^{-6} \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{2} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

$$\Delta = \frac{\Delta_A b}{l} = \frac{8 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8}{2} = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Теперь

$$w_{st}^* = w_{st} + \Delta = 0,24 \cdot 10^{-3} + 3,2 \cdot 10^{-3} = 3,44 \cdot 10^{-3} \text{ м,}$$

$$k_d^* = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{w_{st}^*}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,1}{3,44 \cdot 10^{-3}}} = 8,69,$$

$$\sigma^* = k_d^* \sigma_{st} = 8,69 \cdot 13,4 = 116 \text{ МПа.}$$

Так как $\sigma^* < R = 210 \text{ МПа}$, то условие прочности выполняется.

Сравнение результатов. В балке с подрессоренной левой опорой наибольшие динамические напряжения уменьшились в

$$n = \sigma/\sigma^* = 402/116 = 3,46 \text{ раза.}$$

Замечание. Если груз падает на правый консольный конец балки (рисунок 3), то статический прогиб w_{st} находим по формуле:

$$w_{st} = \frac{Pb^2(a+b)}{3EJ_x}. \quad (б)$$

Если груз падает на левый консольный конец балки, то для вычисления статического прогиба w_{st} можно применять формулу (б), поменяв параметры a и b местами.

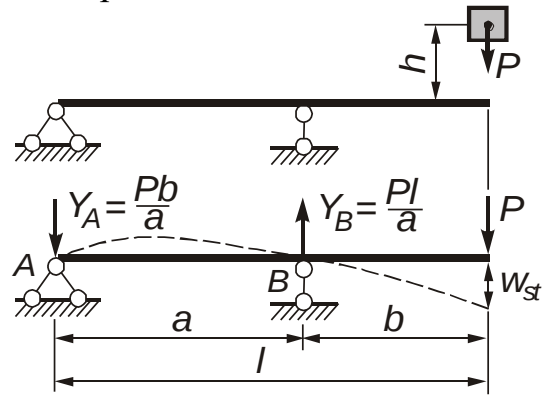


Рисунок 3

☑ **ПРИМЕР 6.2.** Стенд для исследования колебательных процессов имеет вибрационное устройство весом $P = 12 \text{ кН}$, его вал вращается со скоростью $n = 1200 \text{ об/мин}$. Вследствие неуравновешенности вращающихся частей на двутавровую (№ 18, $J_x = 1290 \text{ см}^4$; $W_x = 143 \text{ см}^3$) балку длиной $l = 2 \text{ м}$ действует также центробежная сила $F_i = 2 \text{ кН}$. Модуль Юнга материала $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Для заданной расчетной схемы (рисунок 4) определить:

- статический прогиб балки от веса P ;
- частоту свободных колебаний балки;
- частоту вынужденных колебаний и динамический коэффициент;
- постоянную составляющую часть напряжений от действия веса P ;

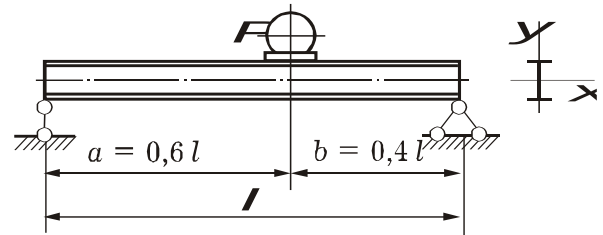


Рисунок 4

- динамическую составляющую часть напряжений (амплитудное напряжение) от действия возмущающей силы F_i ;
- установить вид цикла изменения напряжений и его основные характеристики (максимальное, минимальное, стационарное и амплитудное значения) $\sigma_{\max}$, $\sigma_{\min}$, σ_m , σ_a , а также изобразить цикл графически;
- определить число оборотов вала виброустройства, при котором система войдет в резонанс.

Статический прогиб балки от веса P определяем по формуле (см. пример 6.1 или таблицу Б.17 приложения Б)

$$w_{st} = \frac{Pa^2b^2}{3lEJ_x} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot (0,6 \cdot 2)^2 (0,4 \cdot 2)^2}{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 1290 \cdot 10^{-8}} = 7,14 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Частота свободных колебаний балки

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{P\delta}} = \sqrt{\frac{g}{w_{st}}} = \sqrt{\frac{9,8}{7,14 \cdot 10^{-4}}} = 117 \text{ с}^{-1}.$$

Частота вынужденных колебаний φ определяется по круговой скорости вращения вала:

$$\varphi = \pi n / 30 = 3,14 \cdot 1200 / 30 = 126 \text{ с}^{-1}.$$

Динамический коэффициент будет:

$$k_d = \frac{1}{1 - \varphi^2 / \omega^2} = \frac{1}{1 - 126^2 / 117^2} = -6,26.$$

Постоянная составляющая часть напряжений от действия веса P

$$\sigma_{st}^P = \frac{M_{\max}^P}{W_x} = \frac{Pab}{W_x l} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 0,6 \cdot 2 \cdot 0,4 \cdot 2}{143 \cdot 10^{-6} \cdot 2} = 40,3 \cdot 10^6 \text{ Па} = 40,3 \text{ МПа}.$$

Максимальная динамическая составляющая часть напряжений от действия возмущающей силы F_i определяется как произведение статической составляющей напряжений от этой силы на динамический коэффициент:

$$\begin{aligned} \sigma_d^{F_i} &= \sigma_{st}^{F_i} k_d = \frac{M_{\max}^{F_i}}{W_x} k_d = \frac{F_i ab}{W_x l} k_d = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 0,6 \cdot 2 \cdot 0,4 \cdot 2}{143 \cdot 10^{-6} \cdot 2} (-6,26) = \\ &= -42 \cdot 10^6 \text{ Па} = -42 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Так как центробежная сила в начальный момент равна нулю и действует периодически, то полное напряжение будет изменяться циклически по следующему закону:

$$\sigma = \sigma_{st}^P + \sigma_d^{F_i} \sin(\varphi t) = \sigma_{st}^P + k_d \sigma_{st}^{F_i} \sin(\varphi t).$$

Подставляя сюда вычисленные ранее значения напряжений, получаем

$$\sigma = 40,3 - 42 \sin(126t).$$

Цикл изменения напряжений несимметричный, его основные характеристики (максимальное, минимальное, стационарное и амплитудное значения) следующие:

$$\sigma_{\max} = 82,3 \text{ МПа}; \quad \sigma_{\min} = -1,7 \text{ МПа};$$

$$\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2 = 40,3 \text{ МПа}; \quad \sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2 = 42 \text{ МПа}.$$

Изображаем цикл графически (рисунок 5).

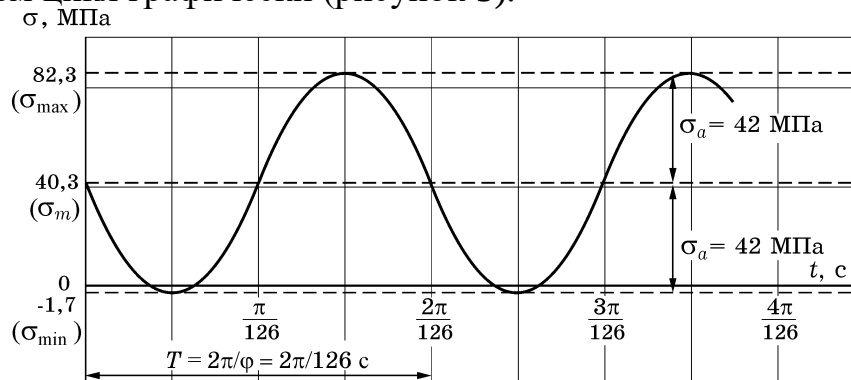


Рисунок 5

Система войдет в резонанс, если совпадут частоты вынужденных и свободных колебаний: $\varphi_1 = \omega$. Тогда

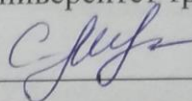
$$n_p = 30\varphi_1 / \pi = 30\omega / \pi = 30 \cdot 117 / 3,14 = 1117 \text{ об/мин}$$

– резонансная скорость вращения вала

**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**

УТВЕРЖДАЮ

Декан строительного факультета
Учреждения образования
«Белорусский государственный
университет транспорта»

 Д.И. Бочкарев

« 30 » 06 2014

Регистрационный № УД-12.21/р

Сопротивление материалов и теория упругости

Учебная программа учреждения высшего образования

по учебной дисциплине для специальности:

1-70 02 01 «Автомобильные дороги» (СА)

Факультет Строительный

Кафедра Строительная механика

Курс 2, 3

Семестр 3, 4, 5

Лекции 86 часов

Экзамен 3, 4 семестры

**Практические
занятия 66 часов**

Зачет 5 семестр

**Лабораторные 32 часа
занятия**

**Всего аудиторных часов
по дисциплине 184 часа**

**Всего часов
по дисциплине 450 часов**

**Форма получения
высшего образования дневная**

Составил: С.А. Воробьев, канд. физ.-мат. наук, доцент

2014 г.

Учебная программа составлена на основе типовой учебной программы
«Механика материалов»

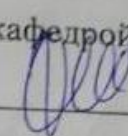
регистрационный № ТД-1971/тип «05»09 2012 г.

Рассмотрена и рекомендована к утверждению в качестве рабочего варианта на заседании кафедры «Строительная механика»

«23» июня 2014 г.

протокол № 6

Зав. кафедрой

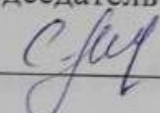
 Э. И. Старовойтов

Одобрена и рекомендована к утверждению Методической комиссией
строительного факультета

«30» 06 2014 г.

протокол № 6

Председатель

 Д. И. Бочкарев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Актуальность изучения учебной дисциплины

Сопротивление материалов и теория упругости является одним из разделов механики деформируемого твёрдого тела. Это исключительно важная техническая дисциплина, необходимая для инженеров-строителей и инженеров любых других специальностей. Без фундаментальных знаний в этой области невозможно создать различного рода машины и механизмы, промышленные и гражданские сооружения, мосты, линии электропередач, антенны, ангары, корабли, самолёты, агрегаты атомных станций, ракетной и реактивной техники и др.

Цели и задачи учебной дисциплины

Целью изучения учебной дисциплины является – научить студентов проводить расчёты отдельных элементов строительных конструкций на прочность, жёсткость и устойчивость с целью обеспечения надёжности, долговечности и экономичности сооружений.

Задачей курса является – приобретение студентами навыков по применению методов сопротивления материалов и теории упругости при расчётах отдельных элементов сооружений, а также при изучении курсов строительной механики, оснований и фундаментов, механики грунтов, металлических и железобетонных конструкций, специальных дисциплин, содержащих прочностные расчёты.

Требования к уровню освоения содержания учебной дисциплины

В результате изучения учебной дисциплины «Сопротивление материалов и теория упругости» студент должен закрепить и развить следующие академические (АК) и социально-личностные компетенции (СЛК), предусмотренные в образовательном стандарте ОСВО1 – 70 03 01 – 2013:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач;

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом;

АК-3. Владеть исследовательскими навыками;

АК-4. Уметь работать самостоятельно;

АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью);

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем;

АК-7. Иметь навыки связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой на компьютере;

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям;

СЛК-4. Уметь работать в команде;

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

В результате изучения дисциплины студент должен обладать следующими профессиональными компетенциями и должен быть способен:

ПК-1 проводить анализ и оценку инженерно-геологических и гидрологических условий строительства транспортных сооружений; учитывать влияние этих условий на выбор технологических и технических решений.

ПК-2. Разрабатывать технические задания на проектируемый объект с учётом результатов научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ;

ПК-3. Обеспечивать разработку, сопоставление и выбор наиболее оптимального варианта автомобильной дороги с проведением технико-экономического обоснования;

ПК-4. Компоновать общую схемы сооружения, конструирования элементов и узлов с учётом научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ;

ПК-5. Знать построение математических моделей пространственных расчётов транспортных сооружений, применять методы строительной механики для расчётов, в том числе с использованием численных методов и проведением автоматизированных расчётов:

знать:

- принципы моделирования элементов реальных конструкций, построение расчётных схем, формирование моделей конструкционных материалов, нагрузок и воздействий;
- методы определения внутренних усилий, напряжений, деформаций и перемещений в опасных точках и сечениях элементов конструкций при различных нагрузках и воздействиях в стадиях работы материала;
- методы расчёта сооружений на прочность, жесткость и устойчивость;
- учёт в расчётах изменений механических характеристик, зарождение и развитие разрушения, наступления предельного состояния конструкционных материалов под воздействием различных факторов;
- простые приёмы расчёта элементов сооружений с использованием теоретических гипотез и экспериментальных данных;
- основы теории пластичности и ползучести;

Для приобретения профессиональных компетенций ПК-1 – ПК-5 в результате изучения дисциплины студент должен

уметь:

- экспериментально определять механические характеристики конструкционных материалов;
 - делать правильный выбор основных критериев для расчёта элементов конструкций и сооружений;
 - составлять рациональные расчётные схемы, обеспечивающие достаточную степень точности в сочетании с простотой инженерного расчёта;
 - самостоятельно решать задачи по расчёту на прочность, жёсткость, устойчивость, долговечность элементов строительных конструкций;
 - правильно выбирать конструкционные материалы и формы сечения элементов, обеспечивающих требуемую степень надёжности, безопасности и экономичности сооружений;
 - выполнять инженерные проверочные и проектировочные расчёты элементов конструкций и сооружений в соответствии с выбранными критериями и осуществлять анализ полученных результатов;
- владеть навыками:
- по расчёту элементов конструкций, испытывающих простые и сложные виды сопротивлений от статических, динамических и переменных воздействий;
 - по проведению анализа напряжённо-деформируемого состояния конструкций;
 - по определению условий наступления предельных состояний в расчётных точках конструкции по классическим и новым теориям прочности.

Структура содержания учебной дисциплины

Содержание дисциплины представлено в виде тем, которые характеризуются относительно самостоятельными укрупненными дидактическими единицами содержания обучения. Изучение учебной дисциплины базируется на знаниях, полученных студентами после усвоения полных курсов математики, физики, инженерной графики, информатики и теоретической механики. Вместе со строительной механикой и теорией упругости сопротивление материалов входит в состав механики деформируемого твердого тела и создает основу для изучения курсов строительных конструкций.

Трудоемкость дисциплины составляет 11 зачетных единиц.

Методы (технологии) обучения

Основными методами (технологиями) обучения, отвечающими целям изучения дисциплины, являются:

- элементы проблемного обучения (проблемное изложение, вариативное изложение, частично-поисковый метод), реализуемые на лекционных занятиях;
- элементы учебно-исследовательской деятельности, творческий подход, реализуемые на практических занятиях и при самостоятельной работе;
- проектные технологии, используемые при проектировании конкретного объекта, реализуемые при выполнении расчётно-графических работ.

Организация самостоятельной работы студентов

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- контролируемая самостоятельная работа в виде решения индивидуальных задач во время проведения практических занятий под контролем преподавателя в соответствии с расписанием;
- управляемая самостоятельная работа, в том числе в виде выполнения индивидуальных расчётно-графических заданий с консультацией преподавателя;
- подготовка рефератов по индивидуальным темам, в том числе с использованием научной литературы, интернета.

Диагностика компетенций студента

Оценка учебных достижений студента на экзамене производится по десятибалльной шкале.

Оценка промежуточных учебных достижений студентов осуществляется в соответствии с избранной кафедрой шкалой оценок (десятибалльной).

Для оценки достижений студентов используется следующий диагностический инструментарий (в скобках – какие компетенции проверяются):

- выступление студента на конференции по подготовленному реферату (АК-1, АК-2, АК-4);
- проведение текущих контрольных опросов по отдельным темам (АК-4);
- защита выполненных в рамках управляемой самостоятельной работы индивидуальных расчётно-графических заданий (АК-4, АК-5, АК-7);
- сдача экзамена по дисциплине (АК-1 – АК-7).

Распределение аудиторных часов по семестрам

Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия
3	34	16	36
4	34	16	18
5	18		14

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**Тема 1. Основные понятия сопротивления материалов**

Наука о сопротивлении материалов. Цель и задачи. Краткий исторический очерк развития науки. Ее связь с другими общетехническими и специальными дисциплинами. Основные гипотезы и допущения сопротивления материалов.

Внешние силы и их классификация: поверхностные и объемные, статические и динамические. Основные объекты, изучаемые в сопротивлении материалов: брус (стержень), пластина, оболочка, массивное тело.

Внутренние силы и метод сечений. Главный вектор и главный момент внутренних сил в сечении. Внутренние силы в поперечном сечении бруса. Продольная и поперечная силы, крутящий и изгибающие моменты. Основные виды деформаций стержня: осевое растяжение–сжатие, сдвиг, кручение, изгиб. Опоры. Понятие о расчетной схеме бруса.

Напряжения в точке тела. Их связь с внутренними силовыми факторами. Перемещения и деформации. Деформации линейные и угловые. Статически определимые и статически неопределимые системы. Эпюры внутренних силовых факторов.

Тема 2. Растяжение и сжатие

Центральное растяжение–сжатие прямого стержня. Продольные силы. Их связь с нагрузкой. Напряжения в поперечных сечениях бруса. Основные допущения, продольные и поперечные деформации бруса. Закон Гука при растяжении и сжатии. Модуль Юнга (упругости) E и коэффициент Пуассона ν . Перемещения поперечных сечений бруса. Жесткость поперечных сечений. Дифференциальное соотношение при растяжении–сжатии. Эпюры напряжений и перемещений.

Напряжения на наклонных площадках. Теорема парности касательных напряжений при растяжении–сжатии. Потенциальная энергия деформации при растяжении–сжатии.

Механические свойства материалов при растяжении и сжатии. Диаграмма растяжения пластических материалов. Основные механические характеристики материалов: предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести, предел прочности. Упругие и пластические деформации. Понятие об истинной диаграмме растяжения. Диаграмма сжатия пластических материалов. Разгрузка и повторное нагружение. Гипотеза упругой разгрузки. Эффект Баушингера (наклеп).

Диаграммы растяжения и сжатия хрупких материалов и основные механические характеристики. Особенности разрушения хрупких материалов.

Расчеты на прочность и жесткость при растяжении–сжатии. Понятие о методах расчета по допускаемым напряжениям и допускаемым нагрузкам. Техно-экономические факторы, влияющие на коэффициент запаса. Основные виды расчета на

прочность в механике материалов: определение напряжений (поверочный расчет), подбор сечения, определение грузоподъемности.

Влияние температуры на механические свойства материалов. Гипотеза Неймана. Закон Гука с учетом температурных деформаций.

Растяжение предварительно облученных образцов. Изменение предела текучести материала. Понятие о ползучести, релаксации и длительной прочности. Построение функций пластичности, ядер ползучести и релаксации. Влияние радиации на пластические свойства материалов.

Тема 3. Сдвиг и кручение

Напряжения и деформации при сдвиге. Механические свойства материалов при чистом сдвиге. Закон Гука при сдвиге. Модуль сдвига G . Зависимость между G , E и ν для изотропного тела. Потенциальная энергия деформации при сдвиге. Расчет на прочность заклепочных и сварных соединений.

Кручение прямого стержня. Эпюра крутящих моментов. Кручение прямого стержня круглого поперечного сечения. Основные допущения. Напряжения в поперечных сечениях бруса. Угол закручивания. Жесткость при кручении. Три вида задач при кручении: определение напряжений или углов закручивания, подбор сечений и вычисление допускаемого крутящего момента по прочности и жесткости. Полярные моменты инерции и сопротивления круглого сечения. Потенциальная энергия деформации при кручении. Кручение стержней некруглого поперечного сечения.

Тема 4. Геометрические характеристики плоских сечений

Статические моменты плоской фигуры. Расчет координат центра тяжести плоских составных сечений.

Осевые и центробежные моменты инерции. Изменение моментов инерции при параллельном переносе осей координат. Изменение осевых и центробежных моментов инерции при повороте системы координат. Главные моменты инерции. Осевые моменты инерции для прямоугольника, треугольника, круга и полукруга. Вычисление моментов инерции сложных сечений. Радиусы инерции. Примеры расчета.

Тема 5. Изгиб

Изгиб прямого бруса в главной плоскости. Внешние силы, вызывающие изгиб. Внутренние силы в поперечных сечениях бруса при изгибе: изгибающие моменты и поперечные силы. Чистый и поперечный изгибы. Дифференциальные зависимости между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Нормальные напряжения при чистом изгибе. Основные допущения. Закон Гука при изгибе. Формула нормальных напряжений. Жесткость при изгибе. Распространение выводов чистого изгиба на поперечный изгиб. Касательные напряжения при изгибе брусом сплошных сечений (формула Журавского). Распределение касательных напряжений по сечениям прямоугольного и двутаврового профиля. Касательные напряжения в тонкостенных конструкциях. Касательные напряжения в тонкостенных стержнях. Потенциальная энергия деформации при изгибе.

Расчет на прочность при изгибе по допускаемым напряжениям. Три вида задач. Рациональное сечение балок при изгибе, равнопрочные профили при изгибе.

Дифференциальное уравнение упругой линии балки. Его непосредственное интегрирование. Граничные условия. Метод начальных параметров.

Формула Максвелла-Мора. Способ перемножения эпюр Верещагина. Частные случаи перемножения эпюр.

Понятие о балках на упругом основании. Типы упругих оснований и их свойства. Условия контакта подошвы балки и упругого основания. Дифференциальное уравнение оси изогнутой балки на винклеровом упругом основании. Его интегрирование. Граничные условия. Случаи бесконечно длинных балок.

Понятие о кривом брусе большой и малой кривизны. Закон Гука для бруса большой кривизны. Связь изгибающего момента и нормальных напряжений для кривого бруса. Эпюра нормальных напряжений. Определение нулевой линии для некоторых видов поперечных сечений бруса.

Тема 6. Сложное сопротивление

Общий случай действия внешних сил на брус. Косой изгиб. Изгиб с растяжением. Внецентренное растяжение–сжатие. Нормальные напряжения. Нулевая линия. Ядро сечения. Анализ напряженного состояния в характерных точках сечения при сложном сопротивлении.

Тема 7. Напряженно-деформированное состояние в точке деформируемого тела

Общий случай напряженного состояния в точке. Компоненты вектора напряжений и их обозначение на координатных плоскостях трехмерного тела. Понятие о тензоре напряжений. Закон парности касательных напряжений. Напряжения на косой площадке. Главные оси тензора напряжений. Главные значения тензора напряжений. Матрица тензора напряжений в главных осях. Эллипсоид напряжений. Уравнение для определения главных напряжений. Инварианты тензора напряжений. Напряжения на октаэдрических площадках. Площадки с наибольшими касательными напряжениями.

Плоское напряженное состояние. Главные площадки и главные значения тензора напряжений. Площадки с наибольшими касательными напряжениями при плоском напряженном состоянии.

Понятие о деформированном состоянии в точке. Относительные линейные деформации и сдвиги. Тензор деформаций. Главные значения и инварианты тензора деформаций.

Обобщенный закон Гука. Объемная деформация. Потенциальная энергия деформации. Потенциальная энергия изменения объема и потенциальная энергия изменения формы. Примеры расчета.

Тема 8. Гипотезы прочности и пластичности

Классификация напряженных состояний. Понятие об эквивалентном напряжении. Хрупкое и вязкое разрушение в зависимости от вида напряженного состояния. Теории прочности наибольших нормальных напряжений и наибольших деформаций (удлинений). Теория прочности Треска–Сен-Венана (теория максимальных касательных напряжений). Теория прочности Хубера–Мизеса–Хенки (энергетическая теория). Теория прочности Мора для материалов с различными пределами прочности при растяжении и сжатии.

Понятие о расчетах на прочность элементов с трещинами. Основы теории трещин Гриффитса. Изгиб с кручением, расчет на прочность пространственного бруса.

Тема 9. Устойчивость сжатых стержней

Понятие об устойчивости. Стержни, сжатые внецентренно приложенными продольными силами. Критические нагрузки, зависимость от условий закрепления. Задача Эйлера. Пределы применимости формулы Эйлера. Потеря устойчивости при напряжениях за пределом пропорциональности материала. Формула Ясинского. График критических напряжений в зависимости от гибкости стержня. Методика расчетов сжатых стержней на продольный изгиб.

Понятие о продольно-поперечном изгибе. Дифференциальное уравнение продольно-поперечного изгиба. Изгибающий момент. Продольно-поперечный изгиб при равномерно распределенной поперечной нагрузке. Приближенный метод. Расчеты на прочность при продольно-поперечном изгибе.

Тема 10. Расчеты при некоторых динамических нагрузках

Понятие о динамической нагрузке. Использование принципа Даламбера. Понятие о степенях свободы механической системы.

Ударное приложение нагрузки к упругой системе. Формула динамического коэффициента. Продольный удар. Приближенный учет массы бруса при ударе. Внезапное приложение нагрузки.

Колебания систем с одной степенью свободы. Дифференциальное уравнение собственных колебаний. Начальные условия движения. Уравнение свободных колебаний. Частота и период свободных колебаний. Вынужденные колебания. Понятие о возмущающей силе. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение. Амплитуда вынужденных колебаний и динамический коэффициент. График его зависимости от отношения частот. Вынужденные колебания в среде с сопротивлением. Динамический коэффициент. Резонансные кривые динамического коэффициента и их отклонение при изменении жесткости упругой системы или при появлении пластических деформаций. Крутильные колебания вала с одной степенью свободы.

Тема 11. Прочность при циклических напряжениях

Понятие об усталости и выносливости материала. Механизм усталостного разрушения. Характеристики циклов переменных напряжений. Кривые усталости и предел выносливости. Диаграмма предельных амплитуд. Влияние различных факторов на предел выносливости детали: концентрация напряжений, масштабный фактор, качество обработки поверхности. Определение коэффициента запаса усталостной прочности. Формула Гафа – Полларда. Понятие о малоциклового усталости материалов.

Тема 12. Основные понятия теории упругости

Механика деформируемого твердого тела как комплекс наук (сопротивление материалов, строительная механика стержневых систем, теория упругости, теория пластичности, теория ползучести и др.), занимающихся расчетом инженерных сооружений на прочность, жесткость и устойчивость. Основные понятия, допущения и гипотезы.

Тема 13. Физические соотношения теории упругости

Закон Гука. Температурные эффекты. Пример исследования напряжённо-деформированного состояния.

Тема 14. Основные уравнения теории упругости

Три группы основных уравнений. Дифференциальные уравнения равновесия. Геометрические соотношения Коши, выражающие компоненты тензора деформаций через компоненты вектора перемещений. Уравнения Сен-Венана неразрывности (совместности) деформаций. Физические уравнения теории упругости. Линейные зависимости между деформациями и напряжениями для анизотропного тела. Частные случаи. Упругие постоянные. Обобщенный закон Гука для изотропного тела.

Уравнения равновесия в перемещениях (уравнения Ламе). Уравнения неразрывности деформаций в напряжениях (уравнения Бельтрами-Митчела). Понятие о температурных напряжениях и деформациях в упругих телах.

Тема 15. Плоская задача теории упругости

Два вида плоской задачи: плоская деформация и обобщенное плоское напряженное состояние. Кинематическая и статическая гипотезы. Запись тензоров напряжений и деформаций, основных уравнений и граничных условий плоской задачи в декартовых координатах.

Решение плоской задачи в перемещениях и напряжениях. Уравнение Леви. Функция напряжений Эри. Бигармоническое уравнение. Решение бигармонического уравнения в полиномах, тригонометрических рядах, методом конечных разностей.

Тема 16. Изгиб пластин

Классификация пластин. Основные понятия и гипотезы. Выражение деформаций, напряжений, изгибающих, крутящих моментов и поперечных сил через функцию прогибов пластины. Уравнения равновесия элемента пластинки. Основное дифференциальное уравнение изгиба пластин в прямоугольных координатах (уравнение Софи Жермен - Лагранжа). Формулировка граничных условий для основных случаев закрепления краев пластинки. Элементарные примеры изгиба пластин. Энергия деформации при изгибе пластин.

Применение двойных и одинарных тригонометрических рядов к расчету прямоугольных пластинок (метод Навье и метод Мориса Леви). Дифференциальное уравнение изгиба круглых и кольцевых пластин. Внутренние усилия в пластине в полярной системе координат. Осесимметричный изгиб пластин. Общее решение задачи и частные случаи осесимметричного изгиба. Понятие об изгибе многослойных пластин. Учет поперечных сдвигов при изгибе. Особенности расчета ортотропных пластин. Изгиб пластин на упругом основании.

Тема 17. Основы теории пластичности

Механические свойства конструкционных материалов при напряжениях выше предела пропорциональности. Два типа задач теории пластичности. Модели идеально-пластического, упругопластического и жесткопластического тела. Критерии

пластичности Сен-Венана и Мизеса. Активная, пассивная и нейтральная деформации. Теория малых упругопластических деформаций Ильюшина. Решение задач упругопластического деформирования в перемещениях. Метод упругих решений. Теория пластического течения.

Тема 18. Современные проблемы механики деформируемого твердого тела

Компьютерные методики расчетов на прочность, жесткость, устойчивость и долговечность конструкций. Проблемы оптимального проектирования конструкций, снижения их стоимости, материалоемкости при обеспечении высокого уровня надежности. Актуальные задачи развития механики твердого деформируемого тела и достижения в этой области отечественной и зарубежной науки.

ХАРАКТЕРИСТИКА РГР

Для развития навыков в самостоятельном решении технических задач учебным планом установлены шесть расчетно-графические работы с индивидуальным заданием по всем основным темам курса. Эти работы принимаются преподавателем с защитой.

Темы расчетно-графических работ:

1. Эпюры внутренних силовых факторов.
2. «Растяжение и сжатие. Напряженное состояние материала в точке».
3. Плоский изгиб. Геометрические характеристики поперечных сечений.
4. Сложное сопротивление. Ядро сечения.
5. Расчеты стержней на устойчивость.
6. Расчеты при динамических нагрузках.
7. Исследование напряженно-деформированного состояния в точке упругого тела.
8. Плоская задача теории упругости.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	Практические занятия	лабораторные занятия,	управляемая самостоятельная работа студентов			
1	Основные понятия сопротивления материалов (16 ч.)	6	8					
1.1	1. Наука о сопротивлении материалов. Цель и задачи. Ее связь с другими общетехническими и специальными дисциплинами. 2. Краткий исторический очерк развития науки. 3. Основные гипотезы и допущения сопротивления материалов. 4. Внутренние силы и метод сечений. 5. Примеры построения эпюр. 6. Опоры. Понятие о расчетной схеме бруса.	2 2	2 2 2			Плакаты	[1–4, 6–9]	Тест, самостоятельная работа
1.2	7. Напряжения в точке тела. Их связь с внутренними силовыми факторами 8. Перемещения и деформации. Деформации линейные и угловые. 9. Статически определимые и статически неопределимые системы. 10. Эпюры внутренних силовых факторов.	2 2	2			Плакаты	[1–4, 6–11]	Защита РГР, тест, самостоятельная работа

2	Растяжение и сжатие (22 ч.)	8	6	8				
2.1	1. Центральное растяжение–сжатие стержня. Продольные силы. 2. Закон Гука. 3. Перемещения поперечных сечений. 4. Дифференциальное соотношение при растяжении–сжатии. 5. Эпюры напряжений и перемещений. 6. Напряжения на наклонных площадках. 7. Теорема парности касательных напряжений. 8. Потенциальная энергия деформации 9. Жесткость поперечных сечений.	2	2	2		Плакаты, образцы, приборы	[1–4, 6–11]	Защита РГР и ЛР, тест, самостоятельная работа
2.2	10. Диаграмма растяжения пластических материалов. 11. Диаграмма сжатия пластических материалов. 12. Разгрузка и повторное нагружение. Гипотеза упругой разгрузки. Эффект Баушингера (наклеп). 13. Диаграммы растяжения и сжатия хрупких материалов и основные механические характеристики.	2		2 2 2		Плакаты, образцы, приборы	[1–4, 6–9]	Защита ЛР, тест, самостоятельная работа
2.3	14. Понятие о методах расчета по допускаемым напряжениям и допускаемым нагрузкам. 15. Основные виды расчета на прочность в сопротивлении материалов.	2	2			Плакаты	[1–4, 6–9]	Защита РГР, тест, самостоятельная работа
2.4	16. Влияние температуры на механические свойства материалов. 17. Гипотеза Неймана. Закон Гука с учетом температурных деформаций. 18. Растяжение предварительно облученных образцов. 19. Понятие о ползучести, релаксации и длительной прочности.	2				Плакаты	[1–4, 6–9]	
3	Сдвиг и кручение (8 ч.)	4	2	2				

3.1	1. Напряжения и деформации при сдвиге. Закон Гука при сдвиге. 2. Потенциальная энергия деформации при сдвиге. 3. Расчет на прочность заклепочных и сварных соединений. 4. Кручение прямого стержня круглого поперечного сечения.	2	2	2		Плакаты	[1–4, 6–9]	Защита РГР и ЛР, тест, самостоятельная работа
3.2	5. Три вида задач при кручении. 6. Полярные моменты инерции и сопротивления круглого сечения. 7. Потенциальная энергия деформации при кручении. 8. Кручение стержней некруглого поперечного сечения.	2				Плакаты	[1–4, 6–9]	
4	Геометрические характеристики плоских сечений (9 ч.)	5	4					
4.1	1. Статические моменты. Центр тяжести. 2. Изменение статических моментов при параллельном переносе осей координат. 3. Осевые и центробежные моменты инерции.	2	2			Плакаты	[1–4, 6–9]	Защита РГР, тест, самостоятельная работа
4.2	4. Изменение моментов инерции при параллельном переносе осей координат. 5. Изменение осевых и центробежных моментов инерции при повороте системы координат. 6. Главные моменты инерции.	2						
4.3	7. Осевые моменты инерции для прямоугольника, треугольника, круга и полукруга. 8. Вычисление моментов инерции сложных сечений. 9. Радиусы инерции.	1	2			Плакаты	[1–4, 6–11]	Защита РГР, тест, самостоятельная работа
5	Изгиб (33 ч.)	11	14	8				

5.1	1. Изгиб прямого бруса в главной плоскости. 2. Дифференциальные зависимости между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки. 3. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. 4. Нормальные напряжения при чистом изгибе.	2	6			Плакаты	[1–4, 6–11]	Защита РГР, тест, самостоятельная работа
5.2	5. Закон Гука при чистом изгибе. 6. Потенциальная энергия деформации при изгибе. 7. Формула Журавского. 8. Касательные напряжения в тонкостенных конструкциях.	2	2	4		Плакаты, образцы, приборы	[1–4, 6–11]	Защита РГР и ЛР, тест, самостоятельная работа
5.3	9. Распределение касательных напряжений по сечениям прямоугольного и двутаврового профиля. 10. Расчеты на прочность. 11. Расчет балок с учетом развития пластических деформаций. 12. Дифференциальное уравнение упругой линии балки.	2	2			Плакаты	[1–4, 6–11]	Защита РГР, тест, самостоятельная работа
5.4	13. Определение перемещений методом прямого интегрирования. 13. Метод начальных параметров. 14. Формула Максвелла-Мора. Способ перемножения эпюр Верещагина. 14. Балка на упругом основании.	3	4	2		Плакаты, образцы, приборы	[1–4, 6–11]	Защита РГР и ЛР, тест, самостоятельная работа
5.5	15. Понятие о брус большой и малой кривизны. 16. Закон Гука для бруса большой кривизны. 16. Связь изгибающего момента и нормальных напряжений для кривого бруса. 17. Определение нулевой линии	2		2		Плакаты	[1–4, 6–9]	Защита ЛР, тест, самостоятельная работа

6	Сложное сопротивление (18 ч.)	4	8	6				
6.1	1. Косой изгиб. 2. Изгиб с растяжением	2	4	4		Плакаты	[1–4, 6–11]	Защита РГР и ЛР, тест, самостоятельная работа
6.2	3. Внецентренное растяжение сжатие 4. Ядро сечения. 5. Анализ напряженного состояния в характерных точках сечения при сложном сопротивлении.	2	4	2		Плакаты	[1–4, 6–11]	Защита РГР и ЛР, тест, самостоятельная работа
7	Напряженно-деформированное состояние в точке деформируемого тела (8 ч.)	6	2					
7.1	1. Напряженное состояние в точке. Теорема парности касательных напряжений 2. Напряжения на косой площадке 3. Главные оси и главные значения тензора напряжений 4. Главные значения тензора напряжений	2	2			Плакаты	[1–4, 6–9]	Защита РГР, тест, самостоятельная работа
7.2	5. Напряжения на октаэдрических площадках 6. Плоское напряженное состояние. 7. Деформированное состояние в точке 8. Обобщенный закон Гука.	2				Плакаты	[1–4, 6–9]	
7.3	9. Объемная деформация 10. Потенциальная энергия деформации. 11. Потенциальная энергия изменения объема и потенциальная энергия изменения формы.	2				Плакаты	[1–4, 6–9]	
8	Теории прочности и разрушения (6 ч.)	4	2					
8.1	1. Классификация напряженных состояний. 2. Понятие об эквивалентном напряжении. 3. Теория максимальных нормальных напряжений 4. Теория максимальных линейных деформаций	2				Плакаты	[1–4, 6–11]	

8.2	5. Теория максимальных касательных напряжений 6. Энергетическая теория 7. Теория прочности Мора 8. Теория трещин Гриффитса	2	2			Плакаты	[1–4, 6–11]	Защита РГР, тест, самостоятельная работа
9	Устойчивость сжатых стержней (12 ч.)	6	4	2				
9.1	1. Понятие об устойчивости. 2. Задача Эйлера. 3. Зависимость критической силы от условий закрепления.	2		2		Плакаты	[1–4, 6–11]	Защита ЛР, тест, самостоятельная работа
9.2	4. Потеря устойчивости при напряжениях, превышающих предел пропорциональности 5. Практический метод расчета стержней на устойчивость. 6. Продольно-поперечный изгиб.	2	4			Плакаты	[1–4, 6–11]	Защита РГР, тест, самостоятельная работа
9.3	7. Изгибающий момент при продольно-поперечном изгибе. 8. Приближенный метод решения задач при продольно-поперечном изгибе 9. Расчеты на прочность при продольно-поперечном изгибе.	2				Плакаты	[1–4, 6–11]	
10	Расчеты при некоторых динамических нагрузках (11 ч.)	8	2	2				
10.1	1. Динамическая нагрузка. 2. Поперечный удар. Динамический коэффициент 3. Продольный удар. 4. Внезапное приложение нагрузки.	2	2	2		Плакаты	[1–11]	Защита РГР и ЛР, тест, самостоятельная работа
10.2	5. Свободные колебания систем с одной степенью свободы. 6. Дифференциальное уравнение. 7. Вынужденные колебания систем с одной степенью свободы.	2				Плакаты	[1, 2, 5–11]	

10.3	8. Динамический коэффициент при вынужденных колебаниях. 9. Свободные колебания систем с одной степенью свободы в среде с сопротивлением. 10. Логарифмический декремент колебаний.	2				Плакаты	[1, 2, 5–9]	
10.4	8. Вынужденные колебания в среде с сопротивлением. 9. Динамический коэффициент. 9. Резонансные кривые.	2				Плакаты	[1, 2, 5–9]	
11	Прочность при циклических напряжениях (10 ч.)	6		4				
11.1	1. Усталость и выносливость материалов. 2. Механизм усталостного разрушения. 3. Кривые усталости. Предел выносливости	2		2		Плакаты	[1–4, 6–9]	Защита ЛР, тест, самостоятельная работа
11.2	4. Диаграмма предельных амплитуд. 5. Концентрация напряжений. 6. Масштабный фактор, качество обработки поверхности.	2						
11.3	7. Коэффициента запаса усталостной прочности. 8. Формула Гафа–Полларда. 9. Понятие о малоцикловой усталости материалов.	2		2		Плакаты	[1–4, 6–9]	Защита ЛР, тест, самостоятельная работа
12	Теория напряженно-деформированного состояния (10 ч.)	6	4					
12.1	1. Цель и задачи. Краткий исторический очерк развития науки. Ее связь с другими инженерными и специальными дисциплинами. 2. Основные гипотезы и допущения теории упругости. 3. Понятие об упругой сплошной среде. 4. Тензор напряжений Коши. Свойства тензора напряжений.	2				плакаты	[1–6]	Защита РГР, тест

12.2	5. Уравнения равновесия упругого тела. Условия равновесия на границе. 6. Главные оси и главные значения тензора напряжений. 7. Девиатор и шаровая часть тензора напряжений. Интенсивность тензора напряжений.	2	2			плакаты	[1–6]	Защита РГР, тест
12.3	8. Перемещения и деформации. Тензор деформации. Соотношения Коши. 9. Главные оси и главные значения тензора деформации. 10. Девиатор и шаровая часть тензора деформации. Интенсивность тензора деформаций. 11. Уравнения совместности деформаций.	2	2			плакаты	[1–6]	Защита РГР, тест
13	Физические соотношения в теории упругости (4 ч.)	2	2					
13.1	1. Закон Гука. 2. Температурные эффекты. 3. Пример исследования напряженно-деформированного состояния.	2	2				[1], [3–6]	Тест
14	Постановки и методы решения задач теории упругости (2 ч.)	2						
14.1	1. Типы граничных задач 2. Уравнения Ламе. 3. Уравнения Бельтрами – Мичелла.	2					[1]	Тест
15	Плоская задача теории упругости (6 ч.)	2	4					
15.1	1. Плоское деформированное состояние. Плоское напряженное состояние 2. Уравнения совместности в напряжениях. 3. Функция напряжений Эри. 4. Примеры решений плоской задачи теории упругости.	2	6				[1–2]	Тест
16	Изгиб пластин (6 ч)	4	2					
16.1	1. Гипотезы и допущения	2	2				[1-4]	Защита РГР,

	2. Перемещения и деформации. 3. Напряжения и внутренние усилия в пластине. 4. Уравнение Софи Жермен.							тест
16.2	5. Граничные условия. 6. Цилиндрический изгиб. 7. Решение в одинарных тригонометрических рядах 8. Решение в двойных тригонометрических рядах. 9. Пластина на упругом основании.	2					[1-4]	Защита РГР, тест
17	Основы теории пластичности (5 ч)	3	2					
17.1	1. Условия пластичности. 2. Теория малых упругопластических деформаций. 3. Метод упругих решений.	3	2				[1-2]	тест
17.2	4. Теория пластического течения. 5. Примеры поверхностей текучести							
18	Современные проблемы механики деформируемого твердого тела (1 ч.).	1					[2]	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

КРИТЕРИИ ОЦЕНОК РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ

Оценка учебных достижений студента производится по 10-балльной шкале.

10 баллов — десять: систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы, а также по основным вопросам, выходящим за ее пределы; точное использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы; безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач; выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации.

9 баллов — девять: систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы; точное использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы; владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач; способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации в рамках учебной программы.

8 баллов — восемь: систематизированные, глубокие и полные знания по всем поставленным вопросам в объеме учебной программы; использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы; владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач; способность самостоятельно решать сложные проблемы в рамках учебной программы.

7 баллов — семь: систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы; использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы; владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач.

6 баллов — шесть: достаточно полные и систематизированные знания в объеме учебной программы; использование необходимой научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы; владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении

учебных и профессиональных задач; способность самостоятельно применять типовые решения в рамках учебной программы.

5 баллов — пять: достаточные знания в объеме учебной программы; использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы; владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач; способность самостоятельно применять типовые решения в рамках учебной программы.

4 балла — четыре, ЗАЧТЕНО: достаточный объем знаний в рамках образовательного стандарта; усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок; владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач; умение под руководством преподавателя решать стандартные (типовые) задачи.

3 балла — три, НЕЗАЧТЕНО: недостаточно полный объем знаний в рамках образовательного стандарта; знание части основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; использование научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными лингвистическими и логическими ошибками; слабое владение инструментарием учебной дисциплины, некомпетентность в решении стандартных (типовых) задач; неумение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях изучаемой дисциплины; пассивность на практических и лабораторных занятиях, низкий уровень культуры исполнения заданий.

2 балла — два, НЕЗАЧТЕНО: фрагментарные знания в рамках образовательного стандарта; знания отдельных литературных источников, рекомендованных учебной программой дисциплины; неумение использовать научную терминологию дисциплины, наличие в ответе грубых стилистических и логических ошибок; пассивность на практических и лабораторных занятиях.

1 балл — один, НЕЗАЧТЕНО: отсутствие знаний и компетенций в рамках образовательного стандарта или отказ от ответа.

Основная литература

1. Старовойтов, Э. И. Сопротивление материалов / Э. И. Старовойтов. – Гомель: БелГУТ, 2004. – 376 с.
2. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов / В. И. Феодосьев. – М.: Наука. 1986. – 512 с.
3. Заяц, В. Н. Сопротивление материалов / В. Н. Заяц, М. К. Балыкин, И. А. Голубев – Мн.: Выш. школа, 1998.
4. Смирнов, В. А. Сопротивление материалов / В. А. Смирнов – М.: Стройиздат, 1984. – 208 с.

5. Старовойтов, Э. И. Основы теории упругости, пластичности и вязкоупругости / Э. И. Старовойтов. – Гомель, БелГУТ, 2001. – 344 с.
6. Александров, А. В. Основы теории упругости и пластичности / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М.: Высшая школа, 1990. – 400 с.

Дополнительная литература

7. Сопротивление материалов. Прикладная теория колебаний / С. А. Воробьев. – Гомель: БелГУТ, 2008. – 257 с.
8. Тимошенко, С. П. Механика материалов / С. П. Тимошенко, Дж. Гере. – СПб.: Издательство “Лань”, 2002. – 672 с.
9. Беляев, Н. М. Сопротивление материалов / Н. М. Беляев. – М.: Наука, 1976. – 608 с.
10. Александров, А. В. Сопротивление материалов / А. В. Александров и др. – М.: Высшая шк., 2001. – 560 с.
11. Дарков, А. В. Сопротивление материалов / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – М., 1975.
12. Сборник задач по сопротивлению материалов с теорией и примерами // Под ред. А. Г. Горшкова, Д. В. Тарлаковского. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
13. Сборник задач по сопротивлению материалов. / Под редакцией В.К. Качурина – М.: 1972.
14. Теребушко, О. И. Основы теории упругости и пластичности / О. И. Теребушко. – М.: Наука, 1984. – 319 с.
15. Зубчанинов, В. Г. Основы теории упругости и пластичности / В. Г. Зубчанинов. – М.: Высшая школа, 1990. – 368 с.
16. Хан, Х. Теория упругости / Х. Хан. – М.: Мир, 1988. – 344 с.
17. Леоненко, Д. В. Эпюры внутренних силовых факторов : учеб.-метод. пособие по выполнению контрольной работы № 1 «Построение эпюр внутренних силовых факторов» для студентов технических специальностей факультета безотрывного обучения / Д. В. Леоненко. – Гомель: БелГУТ, 2012. – 51 с.

Практические занятия

1. Построение эпюр продольных сил N в стержнях
2. Построение эпюр крутящих моментов M_z в стержнях.
3. Построение эпюр поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x в стержнях.
4. Построение эпюр внутренних усилий в рамах.
5. Контрольная работа на построение эпюр внутренних силовых факторов.
6. Геометрические характеристики плоских сечений.
7. Плоский изгиб.
8. Дифференциальное уравнение упругой линии балки.
9. Определение перемещений в упругих системах
10. Расчет статически неопределимых балок и рам
11. Расчет пространственного бруса.
12. Расчеты на устойчивость.
13. Тестовый контроль.
14. Динамические задачи. Циклические нагружения.
15. Изгиб пластин.
16. Плоская задача теории упругости.
17. Плоское деформированное состояние.
18. Метод упругих решений теории малых упругопластических деформаций.
19. Вычисление значений напряжений на наклонной площадке. Разложение тензора напряжений на девиаторную и шаровую части.
20. Вычисление компонент тензора деформаций. Закон Гука

Лабораторные занятия

1. Испытание стали на растяжение.
2. Испытание на растяжение чугуна.
3. Испытание материалов на сжатие.
4. Определение модуля Юнга и коэффициента Пуассона стали.
5. Поляризационно-оптический метод определения напряжений.
6. Определение напряжений при плоском поперечном изгибе.
7. Определение перемещений при плоском поперечном изгибе.
8. Определение модуля сдвига и относительного сдвига стали при кручении.
9. Косой изгиб.
10. Испытание на внецентренное растяжении.
11. Определение критической силы сжатого стержня при продольном изгибе.
12. Определение напряжений в кривых брусках.
13. Испытание металлов на удар.
14. Испытание материала при переменных нагрузках.

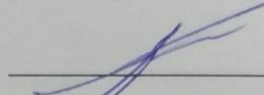
ХАРАКТЕРИСТИКА РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

1. Эпюры внутренних силовых факторов.
2. Растяжение и сжатие. Напряжённое состояние материала в точке.
3. Плоский изгиб. Геометрические характеристики поперечных сечений.
4. Сложное сопротивление. Ядро сечения.
5. Расчеты стержней на устойчивость.
6. Расчеты при динамических нагрузках.

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

УТВЕРЖДАЮ

Декан заочного факультета
«Белорусский государственный
университет транспорта»

 В.В.Пигунов

«15» 06 2015

Сопротивление материалов и теория упругости

Учебная программа учреждения высшего образования

по учебной дисциплине для специальности:

1-70 03 01 «Автомобильные дороги» (ЗСА)

Факультет Заочный

Кафедра Строительная механика

Курс 2, 3

Семестр 4, 5, 6

Лекции 12 часов

Экзамен 5, 6 семестры

Практические

занятия 16 часов

Лабораторные 12 часов

занятия

Всего аудиторных часов

по дисциплине 40 часов

Всего часов

по дисциплине 450 часов

Форма получения

высшего образования заочная

2015 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта
ОСВО 1-70 03 01 – 2013 «Автомобильные дороги»

СОСТАВИТЕЛЬ:

С. А. Воробьев, доцент кафедры «Строительная механика» учреждения образования
«Белорусский государственный университет транспорта», кандидат физико-
математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой «Строительная механика» учреждения образования «Белорусский
государственный университет транспорта»
(протокол № 5 от «18» мая 2015 г.);

научно-методической комиссией заочного факультета учреждения образования
«Белорусский государственный университет транспорта»
(протокол № 3 от «21» мая 2015 г.);

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Актуальность изучения учебной дисциплины

Соппротивление материалов и теория упругости является одним из разделов механики деформируемого твёрдого тела. Это исключительно важная техническая дисциплина, необходимая для инженеров-строителей и инженеров любых других специальностей. Без фундаментальных знаний в этой области невозможно создать различного рода машины и механизмы, промышленные и гражданские сооружения, мосты, линии электропередач, антенны, ангары, корабли, самолёты, агрегаты атомных станций, ракетной и реактивной техники и др.

Цели и задачи учебной дисциплины

Целью изучения учебной дисциплины является – научить студентов проводить расчёты отдельных элементов строительных конструкций на прочность, жёсткость и устойчивость с целью обеспечения надёжности, долговечности и экономичности сооружений.

Задачей курса является – приобретение студентами навыков по применению методов сопротивления материалов и теории упругости при расчётах отдельных элементов сооружений, а также при изучении курсов строительной механики, оснований и фундаментов, механики грунтов, металлических и железобетонных конструкций, специальных дисциплин, содержащих прочностные расчёты.

Требования к уровню освоения содержания учебной дисциплины

В результате изучения учебной дисциплины «Соппротивление материалов и теория упругости» студент должен закрепить и развить следующие академические (АК) и социально-личностные компетенции (СЛК), предусмотренные в образовательном стандарте ОСВО1 – 70 03 01 – 2013:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач;

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом;

АК-3. Владеть исследовательскими навыками;

АК-4. Уметь работать самостоятельно;

АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью);

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем;

АК-7. Иметь навыки связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой на компьютере;

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям;

СЛК-4. Уметь работать в команде;

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

В результате изучения дисциплины студент должен обладать следующими профессиональными компетенциями и должен быть способен:

ПК-1 проводить анализ и оценку инженерно-геологических и гидрологических условий строительства транспортных сооружений; учитывать влияние этих условий на выбор технологических и технических решений.

ПК-2. Разрабатывать технические задания на проектируемый объект с учётом результатов научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ;

ПК-3. Обеспечивать разработку, сопоставление и выбор наиболее оптимального варианта автомобильной дороги с проведением технико-экономического обоснования;

ПК-4. Компоновать общую схемы сооружения, конструирования элементов и узлов с учётом научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ;

ПК-5. Знать построение математических моделей пространственных расчётов транспортных сооружений, применять методы строительной механики для расчётов, в том числе с использованием численных методов и проведением автоматизированных расчётов:

знать:

- принципы моделирования элементов реальных конструкций, построение расчётных схем, формирование моделей конструкционных материалов, нагрузок и воздействий;
- методы определения внутренних усилий, напряжений, деформаций и перемещений в опасных точках и сечениях элементов конструкций при различных нагрузках и воздействиях в стадиях работы материала;
- методы расчёта сооружений на прочность, жесткость и устойчивость;
- учёт в расчётах изменений механических характеристик, зарождение и развитие разрушения, наступления предельного состояния конструкционных материалов под воздействием различных факторов;
- простые приёмы расчёта элементов сооружений с использованием теоретических гипотез и экспериментальных данных;
- основы теории пластичности и ползучести;

Для приобретения профессиональных компетенций ПК-1 – ПК-5 в результате изучения дисциплины студент должен

уметь:

- экспериментально определять механические характеристики конструкционных материалов;
 - делать правильный выбор основных критериев для расчёта элементов конструкций и сооружений;
 - составлять рациональные расчётные схемы, обеспечивающие достаточную степень точности в сочетании с простотой инженерного расчёта;
 - самостоятельно решать задачи по расчёту на прочность, жёсткость, устойчивость, долговечность элементов строительных конструкций;
 - правильно выбирать конструкционные материалы и формы сечения элементов, обеспечивающих требуемую степень надёжности, безопасности и экономичности сооружений;
 - выполнять инженерные проверочные и проектировочные расчёты элементов конструкций и сооружений в соответствии с выбранными критериями и осуществлять анализ полученных результатов;
- владеть навыками:
- по расчёту элементов конструкций, испытывающих простые и сложные виды сопротивлений от статических, динамических и переменных воздействий;
 - по проведению анализа напряжённо-деформируемого состояния конструкций;
 - по определению условий наступления предельных состояний в расчётных точках конструкции по классическим и новым теориям прочности.

Структура содержания учебной дисциплины

Содержание дисциплины представлено в виде тем, которые характеризуются относительно самостоятельными укрупненными дидактическими единицами содержания обучения. Изучение учебной дисциплины базируется на знаниях, полученных студентами после усвоения полных курсов математики, физики, инженерной графики, информатики и теоретической механики. Вместе со строительной механикой и теорией упругости сопротивление материалов входит в состав механики деформируемого твердого тела и создает основу для изучения курсов строительных конструкций.

Трудоемкость дисциплины составляет 11 зачетных единиц.

Методы (технологии) обучения

Основными методами (технологиями) обучения, отвечающими целям изучения дисциплины, являются:

- элементы проблемного обучения (проблемное изложение, вариативное изложение, частично-поисковый метод), реализуемые на лекционных занятиях;
- элементы учебно-исследовательской деятельности, творческий подход, реализуемые на практических занятиях и при самостоятельной работе;
- проектные технологии, используемые при проектировании конкретного объекта, реализуемые при выполнении расчётно-графических работ.

Организация самостоятельной работы студентов

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- контролируемая самостоятельная работа в виде решения индивидуальных задач во время проведения практических занятий под контролем преподавателя в соответствии с расписанием;
- управляемая самостоятельная работа, в том числе в виде выполнения индивидуальных расчётно-графических заданий с консультацией преподавателя;
- подготовка рефератов по индивидуальным темам, в том числе с использованием научной литературы, интернета.

Диагностика компетенций студента

Оценка учебных достижений студента на экзамене производится по десятибалльной шкале.

Оценка промежуточных учебных достижений студентов осуществляется в соответствии с избранной кафедрой шкалой оценок (десятибалльной).

Для оценки достижений студентов используется следующий диагностический инструментарий (в скобках – какие компетенции проверяются):

- выступление студента на конференции по подготовленному реферату (АК-1, АК-2, АК-4);
- проведение текущих контрольных опросов по отдельным темам (АК-4);
- защита выполненных в рамках управляемой самостоятельной работы индивидуальных расчётно-графических заданий (АК-4, АК-5, АК-7);
- сдача экзамена по дисциплине (АК-1 – АК-7).

Распределение аудиторных часов по семестрам

Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия
4	4	---	6
5	6	6	6
6	2	6	4

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**Тема 1. Основные понятия сопротивления материалов**

Наука о сопротивлении материалов. Цель и задачи. Краткий исторический очерк развития науки. Ее связь с другими общетеоретическими и специальными дисциплинами. Основные гипотезы и допущения сопротивления материалов.

Внешние силы и их классификация: поверхностные и объемные, статические и динамические. Основные объекты, изучаемые в сопротивлении материалов: брус (стержень), пластина, оболочка, массивное тело.

Внутренние силы и метод сечений. Главный вектор и главный момент внутренних сил в сечении. Внутренние силы в поперечном сечении бруса. Продольная и поперечная силы, крутящий и изгибающие моменты. Основные виды деформаций стержня: осевое растяжение–сжатие, сдвиг, кручение, изгиб. Опоры. Понятие о расчетной схеме бруса.

Напряжения в точке тела. Их связь с внутренними силовыми факторами. Перемещения и деформации. Деформации линейные и угловые. Статически определимые и статически неопределимые системы. Эпюры внутренних силовых факторов.

Тема 2. Растяжение и сжатие

Центральное растяжение–сжатие прямого стержня. Продольные силы. Их связь с нагрузкой. Напряжения в поперечных сечениях бруса. Основные допущения, продольные и поперечные деформации бруса. Закон Гука при растяжении и сжатии. Модуль Юнга (упругости) E и коэффициент Пуассона ν . Перемещения поперечных сечений бруса. Жесткость поперечных сечений. Дифференциальное соотношение при растяжении–сжатии. Эпюры напряжений и перемещений.

Напряжения на наклонных площадках. Теорема парности касательных напряжений при растяжении–сжатии. Потенциальная энергия деформации при растяжении–сжатии.

Механические свойства материалов при растяжении и сжатии. Диаграмма растяжения пластических материалов. Основные механические характеристики материалов: предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести, предел прочности. Упругие и пластические деформации. Понятие об истинной диаграмме растяжения. Диаграмма сжатия пластических материалов. Разгрузка и повторное нагружение. Гипотеза упругой разгрузки. Эффект Баушингера (наклеп).

Диаграммы растяжения и сжатия хрупких материалов и основные механические характеристики. Особенности разрушения хрупких материалов.

Расчеты на прочность и жесткость при растяжении–сжатии. Понятие о методах расчета по допускаемым напряжениям и допускаемым нагрузкам. Технико-экономические факторы, влияющие на коэффициент запаса. Основные виды расчета на

прочность в механике материалов: определение напряжений (поверочный расчет), подбор сечения, определение грузоподъемности.

Влияние температуры на механические свойства материалов. Гипотеза Неймана. Закон Гука с учетом температурных деформаций.

Растяжение предварительно облученных образцов. Изменение предела текучести материала. Понятие о ползучести, релаксации и длительной прочности. Построение функций пластичности, ядер ползучести и релаксации. Влияние радиации на пластические свойства материалов.

Тема 3. Сдвиг и кручение

Напряжения и деформации при сдвиге. Механические свойства материалов при чистом сдвиге. Закон Гука при сдвиге. Модуль сдвига G . Зависимость между G , E и ν для изотропного тела. Потенциальная энергия деформации при сдвиге. Расчет на прочность заклепочных и сварных соединений.

Кручение прямого стержня. Эпюра крутящих моментов. Кручение прямого стержня круглого поперечного сечения. Основные допущения. Напряжения в поперечных сечениях бруса. Угол закручивания. Жесткость при кручении. Три вида задач при кручении: определение напряжений или углов закручивания, подбор сечений и вычисление допускаемого крутящего момента по прочности и жесткости. Полярные моменты инерции и сопротивления круглого сечения. Потенциальная энергия деформации при кручении. Кручение стержней некруглого поперечного сечения.

Тема 4. Геометрические характеристики плоских сечений

Статические моменты плоской фигуры. Расчет координат центра тяжести плоских составных сечений.

Осевые и центробежные моменты инерции. Изменение моментов инерции при параллельном переносе осей координат. Изменение осевых и центробежных моментов инерции при повороте системы координат. Главные моменты инерции. Осевые моменты инерции для прямоугольника, треугольника, круга и полукруга. Вычисление моментов инерции сложных сечений. Радиусы инерции. Примеры расчета.

Тема 5. Изгиб

Изгиб прямого бруса в главной плоскости. Внешние силы, вызывающие изгиб. Внутренние силы в поперечных сечениях бруса при изгибе: изгибающие моменты и поперечные силы. Чистый и поперечный изгибы. Дифференциальные зависимости между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Нормальные напряжения при чистом изгибе. Основные допущения. Закон Гука при изгибе. Формула нормальных напряжений. Жесткость при изгибе. Распространение выводов чистого изгиба на поперечный изгиб. Касательные напряжения при изгибе брусом сплошных сечений (формула Журавского). Распределение касательных напряжений по сечениям прямоугольного и двутаврового профиля. Касательные напряжения в тонкостенных конструкциях. Касательные напряжения в тонкостенных стержнях. Потенциальная энергия деформации при изгибе.

Расчет на прочность при изгибе по допускаемым напряжениям. Три вида задач. Рациональное сечение балок при изгибе, равнопрочные профили при изгибе.

Дифференциальное уравнение упругой линии балки. Его непосредственное интегрирование. Граничные условия. Метод начальных параметров.

Формула Максвелла-Мора. Способ перемножения эпюр Верещагина. Частные случаи перемножения эпюр.

Понятие о балках на упругом основании. Типы упругих оснований и их свойства. Условия контакта подошвы балки и упругого основания. Дифференциальное уравнение оси изогнутой балки на винклеровом упругом основании. Его интегрирование. Граничные условия. Случаи бесконечно длинных балок.

Понятие о кривом брусе большой и малой кривизны. Закон Гука для бруса большой кривизны. Связь изгибающего момента и нормальных напряжений для кривого бруса. Эпюра нормальных напряжений. Определение нулевой линии для некоторых видов поперечных сечений бруса.

Тема 6. Теория напряженно-деформированного состояния в точке тела

Нагрузки и напряжения. Напряженное состояние в точке: полное математическое описание с помощью тензора напряжений. Компоненты тензора, его симметричный характер (закон парности касательных напряжений). Напряжения на наклонных площадках.

Представление тензора напряжений в диагональной форме. Главные напряжения. Их экстремальные свойства. Шаровой тензор и девиатор напряжений. Инварианты напряженного состояния. Наибольшие касательные напряжения. Октаэдрические напряжения. Интенсивность напряжений.

Перемещения и деформации в точке тела. Деформированное состояние в точке тела. Его полное математическое описание с помощью тензора деформаций. Компоненты и инварианты тензора деформаций.

Главные оси деформации и главные деформации. Их свойства. Шаровой тензор и девиатор деформаций. Интенсивность деформаций.

Тема 7. Основные уравнения теории упругости

Три группы основных уравнений. Дифференциальные уравнения равновесия. Геометрические соотношения Коши, выражающие компоненты тензора деформаций через компоненты вектора перемещений. Уравнения Сен-Венана неразрывности (совместности) деформаций. Физические уравнения теории упругости. Линейные зависимости между деформациями и напряжениями для анизотропного тела. Частные случаи. Упругие постоянные. Обобщенный закон Гука для изотропного тела.

Уравнения равновесия в перемещениях (уравнения Ламе). Уравнения неразрывности деформаций в напряжениях (уравнения Бельтрами-Митчела). Понятие о температурных напряжениях и деформациях в упругих телах.

Тема 8. Плоская задача теории упругости

Два вида плоской задачи: плоская деформация и обобщенное плоское напряженное состояние. Кинематическая и статическая гипотезы. Запись тензоров напряжений и деформаций, основных уравнений и граничных условий плоской задачи в декартовых координатах.

Решение плоской задачи в перемещениях и напряжениях. Уравнение Леви. Функция напряжений Эри. Бигармоническое уравнение. Решение бигармонического уравнения в полиномах, тригонометрических рядах, методом конечных разностей.

Тема 9. Сложное сопротивление

Общий случай действия внешних сил на брус. Косой изгиб. Изгиб с растяжением. Внецентренное растяжение–сжатие. Нормальные напряжения. Нулевая линия. Ядро сечения. Анализ напряженного состояния в характерных точках сечения при сложном сопротивлении.

Тема 10. Гипотезы прочности и пластичности

Классификация напряженных состояний. Понятие об эквивалентном напряжении. Хрупкое и вязкое разрушение в зависимости от вида напряженного состояния. Теории прочности наибольших нормальных напряжений и наибольших деформаций (удлинений). Теория прочности Треска–Сен-Венана (теория максимальных касательных напряжений). Теория прочности Хубера–Мизеса–Хенки (энергетическая теория). Теория прочности Мора для материалов с различными пределами прочности при растяжении и сжатии.

Понятие о расчетах на прочность элементов с трещинами. Основы теории трещин Гриффитса. Изгиб с кручением, расчет на прочность пространственного бруса.

Тема 11. Устойчивость сжатых стержней

Понятие об устойчивости. Стержни, сжатые внецентренно приложенными продольными силами. Критические нагрузки, зависимость от условий закрепления. Задача Эйлера. Пределы применимости формулы Эйлера. Потеря устойчивости при напряжениях за пределом пропорциональности материала. Формула Ясинского. График критических напряжений в зависимости от гибкости стержня. Методика расчетов сжатых стержней на продольный изгиб.

Понятие о продольно-поперечном изгибе. Дифференциальное уравнение продольно-поперечного изгиба. Изгибающий момент. Продольно-поперечный изгиб при равномерно распределенной поперечной нагрузке. Приближенный метод. Расчеты на прочность при продольно-поперечном изгибе.

Тема 12. Расчеты при некоторых динамических нагрузках

Понятие о динамической нагрузке. Использование принципа Даламбера. Понятие о степенях свободы механической системы.

Ударное приложение нагрузки к упругой системе. Формула динамического коэффициента. Продольный удар. Приближенный учет массы бруса при ударе. Внезапное приложение нагрузки.

Колебания систем с одной степенью свободы. Дифференциальное уравнение собственных колебаний. Начальные условия движения. Уравнение свободных колебаний. Частота и период свободных колебаний. Вынужденные колебания. Понятие о возмущающей силе. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение. Амплитуда вынужденных колебаний и динамический коэффициент. График его зависимости от отношения частот. Вынужденные колебания в среде с сопротивлением. Динамический коэффициент. Резонансные кривые динамического

коэффициента и их отклонение при изменении жесткости упругой системы или при появлении пластических деформаций. Крутильные колебания вала с одной степенью свободы.

Тема 13. Физические соотношения теории упругости

Закон Гука. Температурные эффекты. Пример исследования напряжённо-деформированного состояния.

Тема 14. Основные уравнения теории упругости

Три группы основных уравнений. Дифференциальные уравнения равновесия. Геометрические соотношения Коши, выражающие компоненты тензора деформаций через компоненты вектора перемещений. Уравнения Сен-Венана неразрывности (совместности) деформаций. Физические уравнения теории упругости. Линейные зависимости между деформациями и напряжениями для анизотропного тела. Частные случаи. Упругие постоянные. Обобщенный закон Гука для изотропного тела.

Уравнения равновесия в перемещениях (уравнения Ламе). Уравнения неразрывности деформаций в напряжениях (уравнения Бельтрами-Митчела). Понятие о температурных напряжениях и деформациях в упругих телах.

Тема 15. Плоская задача теории упругости

Два вида плоской задачи: плоская деформация и обобщенное плоское напряженное состояние. Кинематическая и статическая гипотезы. Запись тензоров напряжений и деформаций, основных уравнений и граничных условий плоской задачи в декартовых координатах.

Решение плоской задачи в перемещениях и напряжениях. Уравнение Леви. Функция напряжений Эри. Бигармоническое уравнение. Решение бигармонического уравнения в полиномах, тригонометрических рядах, методом конечных разностей.

Тема 16. Изгиб пластин

Классификация пластин. Основные понятия и гипотезы. Выражение деформаций, напряжений, изгибающих, крутящих моментов и поперечных сил через функцию прогибов пластины. Уравнения равновесия элемента пластинки. Основное дифференциальное уравнение изгиба пластин в прямоугольных координатах (уравнение Софи Жермен - Лагранжа). Формулировка граничных условий для основных случаев закрепления краев пластинки. Элементарные примеры изгиба пластин. Энергия деформации при изгибе пластин.

Применение двойных и одинарных тригонометрических рядов к расчету прямоугольных пластинок (метод Навье и метод Мориса Леви). Дифференциальное уравнение изгиба круглых и кольцевых пластин. Внутренние усилия в пластине в полярной системе координат. Осесимметричный изгиб пластин. Общее решение задачи и частные случаи осесимметричного изгиба. Понятие об изгибе многослойных пластин. Учет поперечных сдвигов при изгибе. Особенности расчета ортотропных пластин. Изгиб пластин на упругом основании.

Тема 17. Основы теории пластичности

Механические свойства конструкционных материалов при напряжениях выше предела пропорциональности. Два типа задач теории пластичности. Модели идеально-пластического, упругопластического и жесткопластического тела. Критерии пластичности Сен-Венана и Мизеса. Активная, пассивная и нейтральная деформации. Теория малых упругопластических деформаций Ильюшина. Решение задач упругопластического деформирования в перемещениях. Метод упругих решений. Теория пластического течения.

Тема 18. Современные проблемы механики деформируемого твердого тела

Компьютерные методики расчетов на прочность, жесткость, устойчивость и долговечность конструкций. Проблемы оптимального проектирования конструкций, снижения их стоимости, материалоемкости при обеспечении высокого уровня надежности. Актуальные задачи развития механики твердого деформируемого тела и достижения в этой области отечественной и зарубежной науки.

ХАРАКТЕРИСТИКА КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ (Заочная форма)

Для развития навыков в самостоятельном решении технических задач учебным планом установлены шесть контрольных работ с индивидуальным заданием по всем основным темам курса. Эти работы принимаются преподавателем с защитой.

Темы контрольных работ (1-6):

1. Плоский изгиб. Геометрические характеристики поперечных сечений.
2. Сложное сопротивление. Ядро сечения.
3. Исследование напряжённо-деформированного состояния в точке упругого тела
4. Плоская задача теории упругости

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов				Самостоятельное изучение тем курса, час.	Материальное обеспечение занятия (наглядные методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	Практические занятия	лабораторные занятия,	управляемая самостоятельная работа студентов				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Основные понятия сопротивления материалов (6 ч.)	2	4			12			
1.1	1. Наука о сопротивлении материалов. Цель и задачи. Ее связь с другими общинженерными и специальными дисциплинами. 2. Краткий исторический очерк развития науки. 3. Основные гипотезы и допущения сопротивления материалов. 4. Внутренние силы и метод сечений. 5. Примеры построения эпюр. 6. Опоры. Понятие о расчетной схеме бруса.	1	1 1			2 4	Плакаты	[1–4, 8–11] [1–4, 8–11]	КР №1

1.2	7. Напряжения в точке тела. Их связь с внутренними силовыми факторами 8. Перемещения и деформации. Деформации линейные и угловые. 9. Статически определимые и статически неопределимые системы. 10. Эпюры внутренних силовых факторов.	1	1			6	Плакаты	[1–4, 8–11]	КР №1
2	Растяжение и сжатие	2	2		2	14			
2.1	1. Центральное растяжение–сжатие стержня. Продольные силы. 2. Закон Гука. 3. Перемещения поперечных сечений. 4. Дифференциальное соотношение при растяжении–сжатии. 5. Эпюры напряжений и перемещений. 6. Напряжения на наклонных площадках. 7. Теорема парности касательных напряжений. 8. Потенциальная энергия деформации 9. Жесткость поперечных сечений.	1	2		2	4	Плакаты, образцы, приборы Плакаты	[1–4, 8–11] [1–4, 6–11]	
2.2	10. Диаграмма растяжения пластических материалов. 11. Диаграмма сжатия пластических материалов. 12. Разгрузка и повторное нагружение. Гипотеза упругой разгрузки. Эффект Баушингера (наклеп). 13. Диаграммы растяжения и сжатия хрупких материалов и основные механические характеристики.				2 2 2	2	Плакаты, образцы, приборы	[1–4, 8–11]	

2.3	14. Понятие о методах расчета по допускаемым напряжениям и допускаемым нагрузкам. 15. Основные виды расчета на прочность в сопротивлении материалов.	1	2		2	2	Плакаты	[1–4, 8–9]	
2.4	16. Влияние температуры на механические свойства материалов. 17. Гипотеза Неймана. Закон Гука с учетом температурных деформаций. 18. Растяжение предварительно облученных образцов. 19. Понятие о ползучести, релаксации и длительной прочности.				2	2	Плакаты	[1–4, 8–13]	
3	Сдвиг и кручение	---			4	5			
3.1	1. Напряжения и деформации при сдвиге. Закон Гука при сдвиге. 2. Потенциальная энергия деформации при сдвиге. 3. Расчет на прочность заклепочных и сварных соединений. 4. Кручение прямого стержня круглого поперечного сечения.					1	Плакаты	[1–4, 8]	
3.2	5. Три вида задач при кручении. 6. Полярные моменты инерции и сопротивления круглого сечения. 7. Потенциальная энергия деформации при кручении. 8. Кручение стержней некруглого поперечного сечения.				2	4	Плакаты	[1–4, 10]	
4	Геометрические характеристики плоских сечений	2	2		5	7			

4.1	1. Статические моменты. Центр тяжести. 2. Изменение статических моментов при параллельном переносе осей координат. 3. Осевые и центробежный моменты инерции.	1	1			2	Плакаты	[1–4, 8–13]	КР №3
4.2	4. Изменение моментов инерции при параллельном переносе осей координат. 5. Изменение осевых и центробежных моментов инерции при повороте системы координат. 6. Главные моменты инерции.	1	1			3		[1–4, 8–13]	КР №3
4.3	7. Осевые моменты инерции для прямоугольника, треугольника, круга и полукруга. 8. Вычисление моментов инерции сложных сечений. 9. Радиусы инерции.					2	Плакаты	[1–4, 8–13]	КР №3
5	Изгиб	2	2		11	24			
5.1	1. Изгиб прямого бруса в главной плоскости. 2. Дифференциальные зависимости между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки. 3. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. 4. Нормальные напряжения при чистом изгибе.	2	1			5	Плакаты	[1–4, 8–13]	

5.2	5. Закон Гука при чистом изгибе. 6. Потенциальная энергия деформации при изгибе. 7. Формула Журавского. 8. Касательные напряжения в тонкостенных конструкциях.		1			5	Плакаты, образцы, приборы	[1–4, 8–12]	КР №3
5.3	9. Распределение касательных напряжений по сечениям прямоугольного и двутаврового профиля. 10. Расчеты на прочность. 11. Расчет балок с учетом развития пластических деформаций. 12. Дифференциальное уравнение упругой линии балки.					6	Плакаты	[1–4, 8–11]	КР №3
5.4	13. Определение перемещений методом прямого интегрирования. 14. Метод начальных параметров. 15. Балка на упругом основании.				3	4	Плакаты, образцы, приборы	[1–4, 8–11]	КР №3
5.5	16. Понятие о бресе большой и малой кривизны. 17. Закон Гука для бруса большой кривизны. 18. Связь изгибающего момента и нормальных напряжений для кривого бруса. 19. Определение нулевой линии					4	Плакаты	[1–4, 8–11]	КР №3
6	Теория напряженно-деформированного состояния	4	4	4		10			
6.1	1. Понятие об упругой сплошной среде. 2. Тензор напряжений Коши. Свойства тензора напряжений.	2	2	2		4	плакаты	[5, 6, 16]	КР №2

6.2	3. Напряжения на наклонных площадках. 4. Главные оси и главные значения тензора напряжений. 5. Девиатор и шаровая часть тензора напряжений. Интенсивность тензора напряжений.	2	2	2		2	плакаты	[5, 16–17]	КР №2
6.3	6. Перемещения и деформации. Тензор деформации. 7. Главные оси и главные значения тензора деформации. 8. Девиатор и шаровая часть тензора деформации. Интенсивность тензора деформаций.					4	плакаты	[5, 16–17]	КР №2
7	Основные уравнения теории упругости	2	2						
7.1	1. Уравнения равновесия упругого тела. Условия равновесия на границе. 2. Соотношения Коши. 3. Уравнения совместности деформаций. 4. Закон Гука.					2		[5]	КР №2
7.2	5. Типы граничных задач 6. Уравнения Ламе. 7. Уравнения Бельтрами – Мичелла.					2		[5]	
8	Плоская задача теории упругости (6 ч.)	2	2		2	4			
8.1	1. Плоское деформированное состояние. Плоское напряженное состояние 2. Уравнения совместности в напряжениях. 3. Функция напряжений Эри. 4. Примеры решений плоской задачи теории упругости.	2			2	4		[5, 6, 14–17]	
8.2	5. Теория максимальных касательных напряжений 6. Энергетическая теория 7. Теория прочности Мора	2	2				Плакаты	[1–4, 6–11]	Защита РГР, тест, самостоятельная работа

	8. Теория трещин Гриффитса								
9	Устойчивость сжатых стержней				4	8			
9.1	1. Понятие об устойчивости. 2. Задача Эйлера. 3. Зависимость критической силы от условий закрепления.			2	2	2	Плакаты	[1–4, 8–13]	
9.2	4. Потеря устойчивости при напряжениях, превышающих предел пропорциональности 5. Практический метод расчета стержней на устойчивость. 6. Продольно-поперечный изгиб.		2		2	2	Плакаты	[1–4]	
9.3	7. Изгибающий момент при продольно-поперечном изгибе. 8. Приближенный метод решения задач при продольно-поперечном изгибе 9. Расчеты на прочность при продольно-поперечном изгибе.	2				4	Плакаты	[1–4]	
10	Расчеты при некоторых динамических нагрузках (11 ч.)	4	2	2					
10.1	1. Динамическая нагрузка. 2. Поперечный удар. Динамический коэффициент 3. Продольный удар. 4. Внезапное приложение нагрузки.	1	2	2			Плакаты	[1–11]	Защита РГР и ЛР, тест, самостоятельная работа
10.2	5. Свободные колебания систем с одной степенью свободы. 6. Дифференциальное уравнение. 7. Вынужденные колебания систем с одной степенью свободы.	1					Плакаты	[1, 2, 5–11]	

10.3	8. Динамический коэффициент при вынужденных колебаниях. 9. Свободные колебания систем с одной степенью свободы в среде с сопротивлением. 10. Логарифмический декремент колебаний.	1				Плакаты	[1, 2, 5–9]		
10.4	11. Вынужденные колебания в среде с сопротивлением. 12. Динамический коэффициент. 13. Резонансные кривые.	1				3	Плакаты	[1, 2, 7–10]	КР №6
11	Прочность при циклических напряжениях (13ч.)				6	11			
11.1	1. Усталость и выносливость материалов. 2. Механизм усталостного разрушения. 3. Кривые усталости. Предел выносливости				2	3	Плакаты	[1–4, 8–13]	
11.2	4. Диаграмма предельных амплитуд. 5. Концентрация напряжений. 6. Масштабный фактор, качество обработки поверхности.					4			
11.3	7. Коэффициента запаса усталостной прочности. 8. Формула Гафа–Полларда. 9. Понятие о малоцикловой усталости материалов.			2		4	Плакаты	[1–4, 7–13]	
12	Основные понятия теории упругости (10 ч.)	6	4						12

12.1	1. Цель и задачи. Краткий исторический очерк развития науки. Ее связь с другими общинженерными и специальными дисциплинами. 2. Основные гипотезы и допущения теории упругости. 3. Понятие об упругой сплошной среде. 4. Тензор напряжений Коши. Свойства тензора напряжений.	2				плакаты	[1–6]	Защита РГР, тест	12.1
12.2	5. Уравнения равновесия упругого тела. Условия равновесия на границе. 6. Главные оси и главные значения тензора напряжений. 7. Девиатор и шаровая часть тензора напряжений. Интенсивность тензора напряжений.	2	2			плакаты	[1–6]	Защита РГР, тест	12.2
12.3	8. Перемещения и деформации. Тензор деформации. Соотношения Коши. 9. Главные оси и главные значения тензора деформации. 10. Девиатор и шаровая часть тензора деформации. Интенсивность тензора деформаций. 11. Уравнения совместности деформаций.	2	2			плакаты	[1–6]	Защита РГР, тест	12.3
13	Физические соотношения в теории упругости (4 ч.)	2	2						13
13.1	1. Закон Гука. 2. Температурные эффекты. 3. Пример исследования напряженно-деформированного состояния.	2	2				[1], [3–6]	Тест	13.1
14	Постановки и методы решения задач теории упругости (2 ч.)	2							14

14.1	1. Типы граничных задач 2. Уравнения Ламе. 3. Уравнения Бельтрами – Мичелла.	2					[1]	Тест	14.1
15	Плоская задача теории упругости (6 ч.)	2	4						15
15.1	1. Плоское деформированное состояние. Плоское напряженное состояние 2. Уравнения совместности в напряжениях. 3. Функция напряжений Эри. 4. Примеры решений плоской задачи теории упругости.	2	6					[1–2]	Тест
16	Изгиб пластин (7 ч)	4	2			7			
16.1	1. Гипотезы и допущения 2. Перемещения и деформации. 3. Напряжения и внутренние усилия в пластине. 4. Уравнение Софи Жермен.	2	2			3		[5, 6, 14-17]	
16.2	5. Граничные условия. 6. Цилиндрический изгиб. 7. Решение в одинарных тригонометрических рядах 8. Решение в двойных тригонометрических рядах. 9. Пластина на упругом основании.	2				4		[5, 6, 14-17]	
17	Основы теории пластичности (6 ч.)					6			
17.1	1. Условия пластичности. 2. Теория малых упругопластических деформаций. 3. Метод упругих решений.	3	3			4		[5, 6, 14-17]	
17.2	4. Теория пластического течения. 5. Примеры поверхностей текучести					2		[5, 6, 14-17]	
18	Современные проблемы механики деформируемого твердого тела (1 ч)	1				1		[2]	

Обозначение: КР – контрольная работа.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Старовойтов, Э. И. Сопротивление материалов / Э. И. Старовойтов. – Гомель: БелГУТ, 2004. – 376 с.
2. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов / В. И. Феодосьев. – М.: Наука. 1986. – 512 с.
3. Заяц, В. Н. Сопротивление материалов / В. Н. Заяц, М. К. Балыкин, И. А. Голубев – Мн.: Выш. школа, 1998.
4. Смирнов, В. А. Сопротивление материалов / В. А. Смирнов – М.: Стройиздат, 1984. – 208 с.
5. Старовойтов, Э. И. Основы теории упругости, пластичности и вязкоупругости / Э. И. Старовойтов. – Гомель, БелГУТ, 2001. – 344 с.
6. Александров, А. В. Основы теории упругости и пластичности / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М.: Высшая школа, 1990. – 400 с.

Дополнительная литература

7. Сопротивление материалов. Прикладная теория колебаний / С. А. Воробьев. – Гомель: БелГУТ, 2008. – 257 с.
8. Тимошенко, С. П. Механика материалов / С. П. Тимошенко, Дж. Гере. – СПб.: Издательство “Лань”, 2002. – 672 с.
9. Беляев, Н. М. Сопротивление материалов / Н. М. Беляев. – М.: Наука, 1976. – 608 с.
10. Александров, А. В. Сопротивление материалов / А. В. Александров и др. – М.: Высшая шк., 2001. – 560 с.
11. Леоненко, Д. В. Плоский изгиб. Геометрические характеристики поперечных сечений : учеб.-метод. пособие по выполнению контрольной работы / Д. В. Леоненко. – Гомель: БелГУТ, 2014. – 48 с.

Практические занятия

- 1 Построение эпюр внутренних силовых факторов в стержнях.
- 2 Напряженно-деформированное состояние в точке.
- 3 Расчет пространственного бруса.

Лабораторные занятия

- 1 Испытание стали на растяжение.
2. Испытание чугуна на растяжение.
3. Испытание материалов на сжатие.
4. Определение модуля Юнга и коэффициента Пуассона стали.
5. Внецентренное растяжение бруса
6. Определение напряжений при плоском поперечном изгибе