Учреждение образования
«Белорусский государственный университет транспорта»

Факультет «Промышленное и гражданское строительство»
Заочный факультет

Кафедра «Строительная механика»

СОГЛАСОВАНО	СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой	Декан факультета ПГС
_______________Э.И. Старовойтов	_______________А.Г. Ташкинов
15 марта 2016 г.	23 марта 2016 г.
	Декан заочного факультета
	_______________В.В. Пигунов
	29 . 03 2016 г.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

для специальности

1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство»

Составитель: **Д. В. Леоненко**, профессор кафедры «Строительная механика» учреждения образования «Белорусский государственный университет транспорта», доктор физико-математических наук, доцент

Рассмотрено и утверждено
на заседании кафедры «Строительная механика» 15 марта 2016г.,
протокол № 3

Рассмотрено и утверждено
на заседании совета факультета ПГС 23 марта 2016 г.,
протокол № 3

Рассмотрено и утверждено
на заседании совета заочного факультета 29 марта 2016г.,
протокол № 3

СПИСОК РЕЦЕНЗЕНТОВ

1. Кафедра «Техническая механика» УО «Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого» (подп. д. ф.-м. н., профессор О. Н. Шабловский).

2. Член-корреспондент НАН Беларуси, д-р техн. наук, профессор Ю. М. Плескачевский.

ВВЕДЕНИЕ

Краткая характеристика. Учебно-методический комплекс дисциплины (далее УМКД) – совокупность нормативно-методических документов и учебно-программных материалов, обеспечивающих реализацию дисциплины в образовательном процессе и способствующих эффективному освоению студентами учебного материала, а также интерактивные учебные задания для тренинга, средства контроля знаний и умений обучающихся.

УМКД «Численные методы решения задач» разработан с целью унификации учебно-методического обеспечения и повышения качества учебного процесса для студентов строительной специальности.

Целью дисциплины «Численные методы решения задач» является: изучение и реализация на компьютерах основных численных методов, применяемых в расчете и проектировании стержневых и континуальных конструкций, при решении задач организации, управления и экономики строительства, формирование знаний, умений и профессиональных компетенций по использованию численных методов для расчета напряженно-деформированного состояния упругих и упругопластических элементов строительных конструкций, развитие и закрепление академических и социально-личностных компетенций.

Основными задачами дисциплины являются: развитие студентами навыков самостоятельной исследовательской работы в практике уточненных инженерных расчетов; освоение теоретического материала, который позволит заложить основу для изучения курсов строительной механики, строительных и инженерных конструкций.

При создании УМКД «Численные методы решения задач» использовались следующие нормативные документы:

- «Положение об учебно-методическом комплексе специальности (направлению специальности) и дисциплины на уровне высшего образования» № П-49-2013 от 24.10.2013.
- «Положение о первой ступени высшего образования» (утв. 18.01.2008 г. № 68);
- «Общегосударственный классификатор Республики Беларусь «Специальности и квалификации» ОКРБ 011-2009»;
- общеобразовательный стандарт ОСВО 1-70 02 01-2013 «Промышленное и гражданское строительство».

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

1.1 Список учебников и учебно-методических пособий, имеющихся в библиотеке БелГУТа

1 Воробьев С.А. Численные методы решения задач строительства на ЭВМ. Ч.1. – Гомель: БелИИЖТ, 1992. (методическое пособие)

2 Воробьев С.А. Численные методы решения задач строительства на ЭВМ. Ч.2. – Гомель: БелИИЖТ, 1993. (методическое пособие)

3 Воробьев С.А Метод конечных элементов в задачах механики деформируемого твердого тела. – Гомель: БелГУТ, 1999. (методическое пособие)

1.2 Список учебников и учебно-методических пособий, не имеющихся в библиотеке БелГУТа

4 Кузнецов А.В., Сакович В.А., Холод Н.И. Высшая математика. Математическое программирование. – Мн.: Выш. школа, 1994. (учебник)
http://mechanika.org.ru/index.php?go=Files&in=cat&id=13

5 Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966. (учебное пособие)
http://mechanika.org.ru/index.php?go=Files&in=cat&id=13

6 Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы: в 2-х т. - М.: Наука, 1972. - Т.1.; 1977. - Т.2. (учебное пособие)
http://mechanika.org.ru/index.php?go=Files&in=cat&id=13

2. ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

2.1 Темы лабораторных занятий для студентов дневной формы обучения

1. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента (компактная схема, интерактивный режим в среде Mathcad) [1] .
2. Факторизация матрицы системы линейных уравнений из ЛР№1. Определение числа обусловленности системы линейных уравнений из ЛР№1. Оценка погрешности решения системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента в сравнении с решением с помощью встроенных функций (lsolve, др.) [1].
3. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом простой итерации [1].
4. Определение собственных значений и собственных векторов методом итерации методом исчерпывания [1, 5].
5. Решение дифференциального уравнения с начальными условиями одношаговым методом [2, 5, 6].
6. Дискретизация рамы на конечные элементы. Вычисление коэффициентов матриц жесткостей конечных элементов рамы [3].
7. Формирование системы разрешающих уравнений МКЭ для рамы (формулировка метода перемещений) [3].

2.2 Темы лабораторных занятий для студентов заочной формы обучения

1. Решение дифференциального уравнения второго порядка численными методами [2,5, 6].
2. Решение краевой задачи методом конечных разностей [2, 5 ,6].

3 РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

3.1 Перечень вопросов к зачету по дисциплине «Численные методы решения задач»

1. Основные источники погрешностей
2. Погрешность суммы, разности, произведения и частного
3. Общая формула для оценки погрешности
4. Связь относительной погрешности с числом верных знаков
5. Операции над матрицами
6. Транспонированная матрица
7. Обратная матрица
8. Норма матрицы и вектора
9. Треугольные матрицы
10. Решение уравнений. Отделение корней
11. Решение уравнений. Метод половинного деления
12. Решение уравнений. Метод Ньютона
13. Решение уравнений. Метод последовательных приближений
14. Решение систем уравнений. Метод Крамера
15. Решение систем уравнений. Метод Гаусса
16. Решение систем уравнений. Метод простой итерации
17. Решение систем уравнений. Метод Зейделя
18. Решение систем уравнений. Метод релаксации
19. Методы определения собственных значений и собственных векторов
20. Итерационные методы определения максимального и минимальных собственных значений
21. Краткие сведения о дифференциальных уравнениях
22. Методы решения дифференциальных уравнений.
23. Метод конечных разностей.
24. Метод Эйлера решения начальных задач.
25. Модифицированный метод Эйлера решения начальных задач.
26. Метод Рунге-Кутта
27. Метод конечных элементов. Общие сведения о МКЭ
28. Метод конечных элементов. Параметры ндс в конечном элементе
29. Метод конечных элементов. Матрица жесткости конечного элемента
30. Метод конечных элементов. Преобразование координат
31. Метод конечных элементов. Формирование математической модели конструкции
32. Метод конечных элементов. Учет граничных условий
33. Общая схема расчета конструкции методом конечных элементов
34. Метод конечных элементов. Ферменный элемент
35. Метод конечных элементов. Прямой брус в местной системе координат
36. Метод конечных элементов. Прямой брус в общей системе координат
37. Метод конечных элементов. Учет внеузловой нагрузки для прямого бруса.

3.2 **Тестовые вопросы**

Погрешности

1. Абсолютная погрешность сложения двух чисел Δ_{x+y} равна

1. $\Delta = \bar{x}\cdot\Delta_y + \bar{y}\cdot\Delta_x$ *2.* $\Delta = \Delta_x + \Delta_y$ *3.* $\Delta = \dfrac{1}{y}\cdot\Delta_x - \dfrac{\bar{x}}{\bar{y}^2}\cdot\Delta_y$

2. Абсолютная погрешность умножения двух чисел Δ_{xy} равна

1. $\Delta = \Delta_x + \Delta_y$ *2.* $\Delta = \bar{x}\cdot\Delta_y + \bar{y}\cdot\Delta_x$ *3.* $\Delta = \dfrac{1}{y}\cdot\Delta_x - \dfrac{\bar{x}}{\bar{y}^2}\cdot\Delta_y$

3. Абсолютная погрешность разности двух чисел Δ_{x-y} равна

1. $\Delta = \Delta_x + \Delta_y$ *2.* $\Delta = \bar{x}\cdot\Delta_y + \bar{y}\cdot\Delta_x$ *3.* $\Delta = \dfrac{1}{y}\cdot\Delta_x - \dfrac{\bar{x}}{\bar{y}^2}\cdot\Delta_y$

4. Абсолютная погрешность деления двух чисел $\Delta_{x/y}$ равна

1. $\Delta = \Delta_x + \Delta_y$ *2.* $\Delta = \bar{x}\cdot\Delta_y + \bar{y}\cdot\Delta_x$ *3.* $\Delta = \dfrac{1}{y}\cdot\Delta_x - \dfrac{\bar{x}}{\bar{y}^2}\cdot\Delta_y$

5. Относительная погрешность сложения двух чисел ε_{x+y} равна

1. $\varepsilon = \varepsilon_x - \varepsilon_y$ *2.* $\varepsilon = \dfrac{\bar{x}}{\bar{x}+\bar{y}}\varepsilon_x + \dfrac{\bar{y}}{\bar{x}+\bar{y}}\varepsilon_y$ *3.* $\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_y$

6. Относительная погрешность отношения двух чисел $\varepsilon_{x/y}$ равна

1. $\varepsilon = \varepsilon_x - \varepsilon_y$ *2.* $\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_y$ *3.* $\varepsilon = \dfrac{\bar{x}}{\bar{x}+\bar{y}}\varepsilon_x + \dfrac{\bar{y}}{\bar{x}+\bar{y}}\varepsilon_y$

7. Относительная погрешность произведения двух чисел ε_{xy} равна

1. $\varepsilon = \varepsilon_x - \varepsilon_y$ *2.* $\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_y$ *3.* $\varepsilon = \dfrac{\bar{x}}{\bar{x}+\bar{y}}\varepsilon_x + \dfrac{\bar{y}}{\bar{x}+\bar{y}}\varepsilon_y$

8. Относительная погрешность разности двух чисел ε_{x-y} равна

1. $\varepsilon = \varepsilon_x - \varepsilon_y$ *2.* $\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_y$ *3.* $\varepsilon = \dfrac{\bar{x}}{\bar{x}-\bar{y}}\varepsilon_x + \dfrac{\bar{y}}{\bar{x}-\bar{y}}\varepsilon_y$

Свойства матриц

1. Если матрица $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, то определитель равен

1. 3 *2.* –11 *3.*–3

2. Матрица $C = AA^T$ всегда

1. треугольная *2.* диагональная *3.* симметричная

3. В диагональной матрице

1. все элементы равны *2.* все элементы равны нулю

3. все элементы, кроме диагональных, равны нулю

4. Треугольная матрица всегда

1. квадратная *2*. диагональная *3*. симметричная

5. Какое из свойств матрицы *A* не верно

1. $\left(A^T\right)^T = A$ *2.* $\left(AB\right)^T = B^T A^T$ *3.* $\left(AB\right)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$

6. Какое из свойств матрицы *A* в общем случае не выполняется

1. $A+(B+C) = (A+B)+C$ *2.* $A+B = B+A$ *3.* $AB=BA$

7. Какое из свойств матрицы *A* не верно

1. $\left(A^T\right)^T = A$ *2.* $\left(AB\right)^T = A^T B^T$ *3.* $\left(AB\right)^T = B^T A^T$

8. Октаэдрическая норма матрицы $\|A\|_1$ есть

1. $\|A\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left|a_{ij}\right|^2}$ *2.* $\|A\| = \max_j \sum_{i=1}^{n}\left|a_{ij}\right|$ *3.* $\|A\| = \max_i \sum_{i=j}^{n}\left|a_{ij}\right|$

9. Сферическая норма матрицы $\|A\|_2$ есть

1. $\|A\| = \max_j \sum_{i=1}^{n}\left|a_{ij}\right|$ *2.* $\|A\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left|a_{ij}\right|^2}$ *3.* $\|A\| = \max_i \sum_{i=j}^{n}\left|a_{ij}\right|$

10. Кубическая норма матрицы $\|A\|_\infty$ есть

1. $\|A\| = \max_j \sum_{i=1}^{n}\left|a_{ij}\right|$ *2.* $\|A\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left|a_{ij}\right|^2}$ *3.* $\|A\| = \max_i \sum_{i=1}^{n}\left|a_{ij}\right|$

11. Матрица размера 2×2 имеет

1. 1 *2.* 2 *3.* 3

собственных значений

12. Если λ собственное значение матрицы *A,* то собственное значение матрицы A^{-1} будет равно

1. –λ *2.* $\frac{1}{\lambda}$ *3.* λ.

13. Для произвольной матрицы *A* собственный вектор *x* определяется

1. с точностью до произвольного множителя *2*. точно

3. с точностью до произвольного слагаемого

14. Для произвольной матрицы *A* собственное значение λ определяется

1. с точностью до произвольного множителя *2*. точно

3. с точностью до произвольного слагаемого

Решение СЛАУ

1. К точному методу решения СЛАУ относят

1. метод Крамера *2*. метод простой итерации *3*. Зейделя

2. К итерационному методу решения СЛАУ относят

1. метод Гаусса *2*. релаксации *3*. метод Крамера

3. Формула $x_2^{(k+1)} = \alpha_{21} x_1^{(k+1)} + \sum_{j=2} \alpha_{ij} x_j^{(k)} + \beta_2$ используется для вычисления x_2 в методе

1. итерации *2*. Зейделя *3*. Гаусса

4. Формула $x_i^{(k)} = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} x_j^{(k-1)} + \beta_i$ используется в методе

1. итерации *2*. Зейделя *3*. релаксации

5. В методе Крамера для системы с 4-мя неизвестными определитель высчитывают

1. 3 раза *2*. 4 раза *3*. 5 раз

6. Применив преобразование $A^* = A - \lambda_1 e_1 e_1^{\mathrm{T}}$ и итерационную процедуру для матрицы A^*, мы найдем для матрицы A

1. первое *2*.второе *3*. максимальное

Решение начальных и краевых задач

1. Порядок дифференциального уравнения $y = \left(y'\right)^4 + x\cos(x)$ равен

1. первый *2*. второй *3*. третий

2. К численным методам решения начальных задач

1. метод Эйлера *2*. метод Галеркина *3*. метод конечных разностей

3. К численным методам решения краевых задач относится

1. метод коллокаций *2*. метод Эйлера *3*. метод Адамса

4. Сколько раз приходится вычислять функцию $f\left(x, y\right)$ для нахождения следующей точки в методе Рунге-Кутта

1. четыре *2*. два *3*. три

5. Сколько раз приходится вычислять функцию $f\left(x, y\right)$ для нахождения следующей точки в методе Эйлера

1. один *2*. два *3*. три

6. Сколько раз вычисляют функцию $f\left(x, y\right)$ для нахождения каждой точки в модифицированном методе Эйлера

1. один *2*. два *3*. три

7. Ошибка метода Рунге-Кутта имеет порядок

1. h^3 *2.* h^5 *3.* h^4

8. Ошибка метода Эйлера имеет порядок

1. h^3 *2.* h^5 *3.* h^2

9. Ошибка модифицированного метода Эйлера имеет порядок

1. h^3 *2.* h^2 *3.* h^4

10. Условие $y' = 0$ справедливо для
1. шарнира *2*. заделки *3*. свободного края

11. Одно из условий закрепления для заделки
1. $y' = 0$ *2*. $y'' = 0$, *3*. $y''' = 0$.

12. Одно из условий закрепления для неподвижного шарнира
1. $y' = 0$ *2*. $y'' = 0$ *3*. $y''' = 0$.

13. Рекуррентная формула в модифицированном методе Эйлера
1. $k_4 = f\left(x_m + h, y_m + hk_3\right)$ *2*. $y_{m+1} = y_m + hf\left(x_m, y_m\right)$
3. $y_{m+1} = y_m + \frac{h}{2}\left(f\left(x_m, y_m\right) + f\left(x_{m+1}, y^*_{m+1}\right)\right)$

14. Рекуррентная формула в методе Рунге-Кутта
1. $y'_m = \frac{y_m - y_{m-1}}{h}$ *2*. $y_{m+1} = y_m + \frac{h}{2}\left(f\left(x_m, y_m\right) + f\left(x_{m+1}, y^*_{m+1}\right)\right)$
3. $y_{m+1} = y_m + \frac{h}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right)$

15. Выберите задачу Коши
1. $y'' + \frac{y'}{x} - 0,4y = 2x$, $y(0,2) = 2$, $y(1,2) = 1$
2. $y'' + xy' + y = x + 1$, $y'(0,5) = 2$, $y(0,5) = 1$
3. $y'' + 2y' - 1,5xy = \frac{2}{x}$, $0,5y(0,9) + y'(0,9) = 1$, $y(1,2) = 0,8$

16. Выберите краевую задачу
1. $y'' + \frac{y'}{x} - 0,4y = 2x$, $y(0,2) = 2$, $y(1,2) = 1$
2. $y'' + xy' + y = x + 1$, $y'(0,5) = 2$, $y(0,5) = 1$
3. $y'' + 2y' - 1,5xy = \frac{2}{x}$, $y'(0,3) = 1$, $y(0,3) = 0,8$

17. Граничные условия присутствуют в
1. краевой задаче *2*. задаче Коши *3*. арифметической задаче

18. Начальные условия присутствуют в
1. краевой задаче *2*. задаче Коши *3*. граничной задаче

19. Дополнительные условия в краевой задаче называются
1. начальными *2*. граничными *3*. конечными

20. Дополнительные условия в задаче Коши называются
1. начальными *2*. граничными *3*. краевыми

21. Для второй производной конечная разность равна

1. $y_i'' = \dfrac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}$ *2.* $y_i'' = \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}$

3. $y_i'' = \dfrac{y_{i+2} - 4y_{i+1} + 6y_{i+1} - 4y_{i-1} + y_{i-2}}{h^4}$

22. Для третьей производной конечная разность равна

1. $y_i''' = \dfrac{y_{i+2} - 4y_{i+1} + 6y_{i+1} - 4y_{i-1} + y_{i-2}}{h^4}$ *2.* $y_i''' = \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}$

3. $y_i''' = \dfrac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + 2y_{i-1} - y_{i-2}}{2h^3}$

23. Для четвертой производной конечная разность равна

1. $y_i^{(4)} = \dfrac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + 2y_{i-1} - y_{i-2}}{2h^3}$ *2.* $y_i^{(4)} = \dfrac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}$

3. $y_i^{(4)} = \dfrac{y_{i+2} - 4y_{i+1} + 6y_{i+1} - 4y_{i-1} + y_{i-2}}{h^4}$

24. Наиболее точным методом решения дифференциальных уравнений является

1. метод Рунге-Кутта *2*. метод Эйлера

3. модифицированный метод Эйлера

Метод конечных элементов

1. Число степеней свободы в узле пространственного бруса

1. 3 *2.* 4 *3.* 6

2. Число степеней свободы в узле плоского бруса

1. 4 *2.* 3 *3.* 1

3. Число степеней свободы в узле ферменного элемента

1. 0 *2.* 1 *3.* 2

4. Матрица упругих констант обозначается

1. K *2. D* *3. Ф*

5. Матрица формы деформации обозначается

1. K *2. D* *3. B*

6. Для ферменного элемента функция форм

1. $\phi_i = (x_j - x)/L$ *2.* $[L] = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial y \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix}$ *3.* $[\Phi] = [\phi_i \ \phi_j]$

7. Матрица жесткости элемента в глобальной системе

1. $\vec{\tilde{u}}^e = [T^e]\,\vec{u}^e$ *2.* $[K^e] = [T^e]^T [\tilde{K}^e][T^e]$ *3.* $\vec{f}^e = [T^e]^T\,\vec{\tilde{f}}^e$

8. Матрица жесткости

1. K *2.* $\vec{p}^{\mathrm{e}}$ *3.* $\vec{u}^{\mathrm{e}}$

9. Матрица функций формы обозначается

1. K *2. D* *3. Φ*

10. Матрица жесткости ферменного элемента

1. $[\tilde{K}^e] = \dfrac{A^e E^e}{L^e}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ *2.*

$$\left[\tilde{K}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{e}}\right] = \frac{EI_{\tilde{y}}}{L^3}\begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & 4L^2 & 6L & 2L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & 2L^2 & 6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

3. $[\tilde{K}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{e}}] = \dfrac{GJ_{\text{кр}}}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

11. Матрица жесткости конечного элемента

1. $[C] = [D][B]$ *2.* $[B] = [L][\Phi]$ *3.* $\left[K^e\right] = \int\limits_{V^e} [B]^T [D][B] dV^e$

12. Матрица жесткости всей конструкции

1. $K = K^1 + K^2 + ... + K^M$ *2.* $K = diag(K^1, K^2 ... K^M)$ *3.* $k_{ij} = \sum\limits_e [k_{ij}^e]$

13. Вектор узловой нагрузки

1. K *2.* $\vec{p}^{\mathrm{e}}$ *3.* $\vec{u}^{\mathrm{e}}$

14. Вектор $\vec{\tilde{f}}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{e}}$ для пространственного бруса

1. $\vec{\tilde{f}}^{\mathrm{e}} = \left\{ \tilde{f}_{\mathrm{i}\tilde{y}}^{\mathrm{e}} \quad \tilde{M}_{\mathrm{i}\tilde{z}}^{\mathrm{e}} \quad \tilde{f}_{\mathrm{j}\tilde{y}}^{\mathrm{e}} \quad \tilde{M}_{\mathrm{j}\tilde{z}}^{\mathrm{e}} \right\}^{\mathrm{T}}$ *2.* $\vec{\tilde{f}}^{\mathrm{e}} = \left\{ \tilde{M}_{\mathrm{i}\tilde{x}}^{\mathrm{e}} \quad \tilde{M}_{\mathrm{j}\tilde{x}}^{\mathrm{e}} \right\}^{\mathrm{T}}$

3. $\vec{\tilde{f}}^{\mathrm{e}} = \left\{ \tilde{f}_{\mathrm{i}\tilde{x}}^{\mathrm{e}} \quad \tilde{f}_{\mathrm{j}\tilde{x}}^{\mathrm{e}} \right\}^{\mathrm{T}}$

15. Вектор $\vec{\tilde{f}}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{e}}$ для пространственного бруса

1. $\vec{\tilde{f}}^{\mathrm{e}} = \left\{ \tilde{f}_{\mathrm{i}\tilde{y}}^{\mathrm{e}} \quad \tilde{M}_{\mathrm{i}\tilde{z}}^{\mathrm{e}} \quad \tilde{f}_{\mathrm{j}\tilde{y}}^{\mathrm{e}} \quad \tilde{M}_{\mathrm{j}\tilde{z}}^{\mathrm{e}} \right\}^{\mathrm{T}}$ *2.* $\vec{\tilde{f}}^{e} = \left\{ \tilde{M}_{i\tilde{x}}^{e} \quad \tilde{M}_{j\tilde{x}}^{e} \right\}^{\mathrm{T}}$

3. $\vec{\tilde{f}}^{\mathrm{e}} = \left\{ \tilde{f}_{\mathrm{i}\tilde{z}}^{\mathrm{e}} \quad \tilde{M}_{\mathrm{i}\tilde{y}}^{\mathrm{e}} \quad \tilde{f}_{\mathrm{j}\tilde{z}}^{\mathrm{e}} \quad \tilde{M}_{\mathrm{j}\tilde{y}}^{\mathrm{e}} \right\}^{\mathrm{T}}$

16. Вектор внеузловой нагрузки

1. K *2.* $\vec{f}^{\mathrm{e}}$ *3.* $\vec{u}^{\mathrm{e}}$

17. Вектор нагрузки в локальной и глобальной системах

1. $\vec{\tilde{u}}^{\mathrm{e}} = \left[T^{\mathrm{e}}\right] \vec{u}^{\mathrm{e}}$ *2.* $\left[K^e\right] = \left[T^e\right]^T \left[\tilde{K}^e\right]\left[T^e\right]$ *3.* $\vec{f}^{\mathrm{e}} = \left[T^{\mathrm{e}}\right]^{\mathrm{T}} \vec{\tilde{f}}^{\mathrm{e}}$

18. Перемещения в локальной и глобальной системе

1. $\vec{\tilde{u}}^e = \left[T^e\right] \vec{u}^e$ *2.* $\vec{f}^{\,e} = \left[T^e\right]^{\mathrm{T}} \vec{\tilde{f}}^{\,e}$ *3.*

$\left[K^e\right] = \left[T^e\right]^{\mathrm{T}} \left[\tilde{K}^e\right] \left[T^e\right]$

19. Индекс a в матрице жесткости $\left[K_a\right]$ обозначает

1. изгиб *2*. растяжение *3*. кручение

20. Индекс b в матрице жесткости $\left[K_b\right]$ обозначает

1. изгиб *2*. растяжение *3*. кручение

21. В функции преобразования координат $[T]_{(n)}$ параметр n

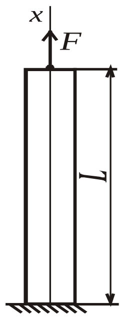
1. номер узла *2*. номер элемента *3*. размер матрицы

22. Для элемента вектор узловой нагрузки

1. $\vec{f}^{\,e} = \{0 \quad 0\}^T$ *2.* $\vec{f}^{\,e} = \{0 \quad F\}^T$ *3.* $\vec{f}^{\,e} = \{F \quad -F\}^T$

23. Для элемента вектор внеузловой нагрузки

1. $\vec{p}^{\,e} = \{0 \quad 0\}^T$ *2.* $\vec{p}^{\,e} = \{0 \quad F\}^T$ *3.* $\vec{p}^{\,e} = \{0 \quad -F\}^T$



24. Для стержня (ферменный элемент) из уравнений равновесия $\vec{f}^{\,e} = [K^e]\,\vec{u}^e + \vec{f}_0^{\,e}$ необходимо вычеркнуть

1. три строки и столбца *2*. две строки и два столбца

3. одну строку и столбец

25. Для элемента (ферменный) матрица жесткости

1. $[\tilde{K}^e] = \dfrac{GJ_{\text{кр}}}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ *2.* $[\tilde{K}] = \dfrac{AE}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

3. $\left[\tilde{K}^e\right] = \dfrac{EI_{\tilde{z}}}{L^3}\begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$

Решение нелинейных уравнений

1. Укажите алгебраическое уравнение

1. $x^2 + e^x = 0$ *2.* $x^2 + \sin(\pi) = 0$ *3.* $x^2 + \ln(x) = 0$

2. Укажите трансцендентное уравнение

1. $x^2 + 1 = 0$ *2.* $x^2 + \sin(x) = 0$ *3.* $x^2 = 0$

3.На отрезке $[a, b]$ находится корень уравнения $f(x) = 0$

1. $f(a)\,f(b) < 0$ *2.* $f(a)\,f(b) > 0$ *3.* $f(a)\,f(b) > 1$

4. Метод Ньютона называют еще методом

1. половинного деления *2*. хорд *3*. касательных

5. Формула для метода Ньютона решения уравнения

1. $x = f(x)$ *2.* $x = \frac{a+b}{2}$ *3.* $x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$

6. Формула для метода итерации

1. $x = f(x)$ *2.* $x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$ *3.* $x = \frac{a+b}{2}$

7. Метод итерации для решения уравнения $f(x) = 0$ сходится, если

1. $|f'(x)| > 1$ *2.* $|f(x)| > 1$ *3.* $|f'(x)| < 1$

8. Метод итерации для решения уравнения $f(x) = 0$ расходится, если

1. $|f(x)| > 1$ *2.* $|f'(x)| > 1$ *3.* $|f'(x)| < 1$

9. Метод итерации называют еще методом

1. половинного деления *2*. Ньютона

3. последовательных приближений

10. Формула для метода половинного деления

1. $x = f(x)$ *2.* $x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$ *3.* $x = \frac{a+b}{2}$

11. Метод половинного деления

1. всегда сходится *2*. может сходиться, может расходиться

3. всегда расходится

12. Метод половинного деления называют еще методом

1. бисекции *2*. Ньютона *3*. итераций

13. Метод решения уравнения, который всегда сходится это

1. половинного деления *2*. Ньютона *3*. итераций

3.3 Типовое задание на контрольную работу (заочная форма)

Задача. Для двухточечной краевой задачи, описывающей распределение изгибающего момента в балке переменной жесткости при заданной нагрузке $f(x)$ и условиях закрепления торцов, найти числовые значения прогибов $y_i = y(x_i)$ поперечных сечений балки

$$y'' + \alpha(x)\, y' + \beta(x) y = f(x),$$

в заданной по условию области (отрезке $[a; b]$) изменения независимой переменной x в 3-х точках

$$A_1 y(a) + A_2 y'(a) = A_0,$$

$$B_1 y(b) + B_2 y'(b) = B_0.$$

3.4 Типовое задание на расчетно-графическую работу (дневная форма)

УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

Для заданной расчетной схемы *требуется*:

1. Рассчитать раму методом конечных элементов.

1.1 Изобразить дискретизацию конструкции на КЭ, глобальную систему координат.

1.2 Представить этапы формирования разрешающей системы уравнений для определения узловых перемещений.

1.3 Представить матрицы жесткости каждого КЭ в локальной и глобальной системах координат.

1.4 Представить матрицы преобразования координат для каждого КЭ.

1.5 Представить вектор узловых усилий и пояснить процедуру его формирования.

1.6 Представить векторы реакций от внеузловой нагрузки для каждого КЭ в локальной и глобальной системах координат и вектор реакций от внеузловых нагрузок для всей конструкции.

1.7 Представить матрицу жесткости всей конструкции в глобальной системе координат.

1.8 Представить векторы перемещений каждого КЭ в локальной и глобальной системах координат.

1.9 Представить вектор узловых силовых факторов в локальной системе координат.

1.10 Изобразить каждый КЭ с заданной внешней нагрузкой, найденными узловыми силовыми факторами с учетом правила знаков.

1.11 Используя п. 1.10 построить эпюры внутренних силовых факторов.

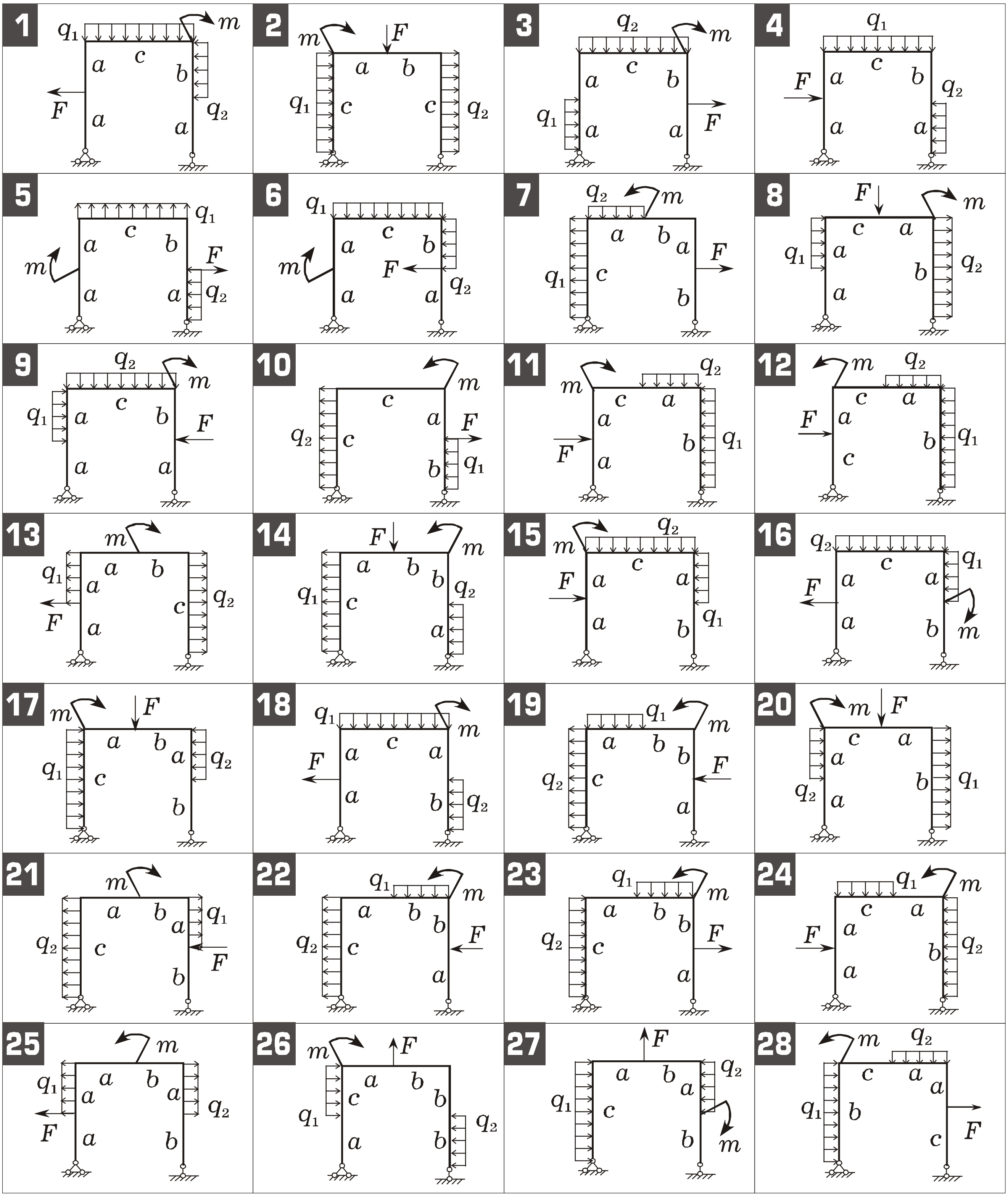
2. На основе выполненных расчетов дать заключение о выполнении условий прочности по нормальным напряжениям и устойчивости (для сжатых стержней) для всех стержней рамы, найти значения коэффициентов запасов прочности и устойчивости.

3. Построить эпюры внутренних силовых факторов (N, Q, M) методами сопротивления материалов и сравнить с результатами, полученными по МКЭ.

4. Используя числовые значения линейных компонентов узловых перемещений, представив их в относительных единицах, изобразить раму в деформируемом состоянии на фоне недеформируемого.

Стержни рамы имеют двутавровые поперечные сечения. Принять, что внешние нагрузки действуют в главной плоскости наибольшей изгибной жесткости двутавра. Материал стержней – сталь (модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^5$ МПа), расчетное сопротивление $R = 210$ МПа.

РГР должна содержать последовательные этапы расчета рамы методом конечных элементов. Все этапы снабдить поясняющими комментариями.



q_1, □□/□	5	10	15	20	25	30	35
q_2, □□/□	5	10	15	20	25	30	35
F, □□	20	25	30	35	40	45	50
m, □□□	30	35	40	45	50	55	60
a, □	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2
b, □	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3,0	3,3
c, □	2,0	2,4	2,8	3,2	3,6	4,0	4,4
□□□□□□□№	20	22	24	27	30	33	36

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задача. Для двухточечной краевой задачи, описывающей распределение изгибающего момента в балке переменной жесткости при заданной нагрузке $f(x)$ и условиях закрепления торцов, найти числовые значения прогибов $y_i = y(x_i)$ поперечных сечений балки

$$y'' + \frac{1}{2x}y' - \frac{2}{3x}y = 3,$$

в заданной по условию области (отрезке [1,7; 2,1]) изменения независимой переменной x в 3-х точках

$$2{,}8y(1{,}7) + 2{,}1y'(1{,}7) = 1{,}2,$$

$$3y(2{,}1) + 3{,}9y'(2{,}1) = 1{,}8.$$

Решение. Заменяем производные в дифференциальном уравнении конечно-разностными соотношениями ($i = 0, 1, 2$)

$$y'' = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2},\ y' = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}.$$

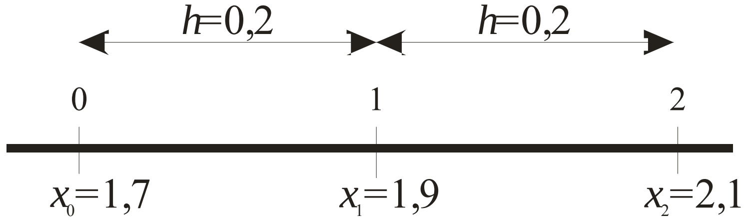
$$\frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} + \frac{1}{2x_i}\frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} - \frac{2}{3x_i}y_i = 3,$$

упрощаем

$$y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1} + \frac{h}{4x_i}(y_{i+1} - y_{i-1}) - \frac{2h^2}{3x_i}y_i = 3h^2,$$

приводим подобные

$$y_{i-1}(1 - \frac{h}{4x_i}) + y_i(-2 - \frac{2h^2}{3x_i}) + y_{i+1}(1 + \frac{h}{4x_i}) = 3h^2.$$



Граничные условия заменим односторонними разностями:

$$y'(1{,}7) = \frac{y_1 - y_0}{h},\ y'(2{,}1) = \frac{y_n - y_{n-1}}{h},$$

$$2{,}8y_0 + 2{,}1\frac{y_1 - y_0}{h} = 1{,}2, \qquad 3y_n + 3{,}9\frac{y_n - y_{n-1}}{h} = 1{,}8,$$

Приводим подобные

$$y_0(2,8h-2,1)+2,1y_1=1,2h,$$
$$-3,9y_{n-1}+y_n(3h+3,9)=1,8h.$$

Необходимо решить следующую систему для i от 0 до 2

$$y_{i-1}(1-\frac{h}{4x_i})+y_i(-2-\frac{2h^2}{3x_i})+y_{i+1}(1+\frac{h}{4x_i})=3h^2,$$

$$y_0(2,8h-2,1)+2,1y_1=1,2h,$$
$$-3,9y_{n-1}+y_n(3h+3,9)=1,8h.$$

Вычислим коэффициенты системы (n = 2):

$$h=\frac{x_n-x_0}{n}=\frac{x_2-x_0}{2}=\frac{2,1-1,7}{2}=0,2,$$
$$x_i=x_0+hi,\ x_0=1,7,\ x_1=1,7+0,2\cdot 1=1,9,$$
$$x_2=1,7+0,2\cdot 2=2,1.$$

Тогда для внутренней точки получаем (i = 1):

$$y_0(1-\frac{0,2}{4\cdot 1,9})+y_1(-2-\frac{2\cdot 0,2^2}{3\cdot 1,9})+y_2(1+\frac{0,2}{4\cdot 1,9})=3\cdot 0,2^2$$

Граничные условия:

$$y_0(2,8\cdot 0,2-2,1)+2,1y_1=1,2\cdot 0,2,$$
$$-3,9y_1+y_2(3\cdot 0,2+3,9)=1,8\cdot 0,2.$$

Упрощаем и получаем систему:

$$-1,54y_0+2,1y_1=0,24,$$
$$0,9737y_0-2,0140y_1+1,0263y_2=0,12,$$
$$-3,9y_1+4,5y_2=0,36.$$

Подставим во второе уравнение выражения из первого уравнения для y_0 и из третьего для y_2

$$y_0=-0,1558+1,3636y_1,$$
$$y_2=0,08+0,8667y_1,$$
$$0,9737\left(-0,1558+1,3636y_1\right)-2,0140y_1+1,0263\left(0,08+0,8667y_1\right)=0,12.$$

Упростим третье уравнение и выразим из него y_1:

$$-0,1517+1,3277y_1-2,0140y_1+0,0821+0,8895y_1=0,12,$$
$$0,2032y_1=0,1896,$$
$$y_1=0,9331.$$

Вычислим значение в остальных точках:

$$y_0=-0,1558+1,3636\cdot 0,9331=1,1166,$$
$$y_2=0,08+0,8667\cdot 0,9331=0,8887.$$

Выписываем ответ, округляя до 3-х знаков после запятой:

$$y_0=1,117,$$
$$y_1=0,933,$$
$$y_2=0,889.$$

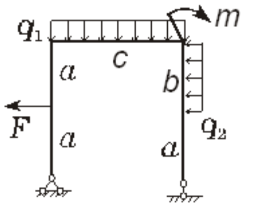
ORIGIN := 1

Исходные данные.

$q_1 := 10 \cdot 10^3$ $m := 20 \cdot 10^3$ $a := 2$ $b := 3$ $c := 4$

$q_2 := 15 \cdot 10^3$ $F := 15 \cdot 10^3$ $E := 2 \cdot 10^{11}$ $J := 7080 \cdot 10^{-8}$ $A := 46.5 \cdot 10^{-4}$ Характеристики двутавра 30

Координаты узлов системы (начало координат - левая опора).



$x_1 := 0$ $y_1 := 0$ $x_2 := 0$ $y_2 := 2a$

$x_3 := c$ $y_3 := 2a$ $x_4 := c$ $y_4 := -(b+a) + y_3$

Зеленым цветом выделены блоки, которые нужно заменить своими данными.

$i := 1..3$ Длина стержней рамы: $L_i := \sqrt{(y_{i+1} - y_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)^2}$ $L^T = (4\ \ 4\ \ 5)$

Векторы узловых продольных нагрузок в глобальной системе координат: $ff := (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -m\ 0\ 0\ 0)^T$

Векторы внеузловых продольных нагрузок в локальной системе координат: $fa_1 := (0\ \ 0)^T$ $fa_2 := (0\ \ 0)^T$ $fa_3 := (0\ \ 0)^T$

Векторы внеузловых поперечных сил и моментов в локальной системе координат:

$$fb_1 := \left(-\frac{5F}{16}\ \ 0\ \ -\frac{11F}{16}\ \ 3 \cdot F \cdot \frac{L_1}{16}\right)^T \qquad fb_2 := \left[\frac{q_1 \cdot (L_2)}{2}\ \ \frac{q_1 \cdot (L_2)^2}{12}\ \ \frac{q_1 \cdot (L_2)}{2}\ \ \frac{-q_1 \cdot (L_2)^2}{12}\right]^T \qquad fb_3 := \left(q_2 \cdot b\ \ \frac{q_2 \cdot b^2}{2}\ \ 0\ \ 0\right)^T$$

Матрицы жёсткости отдельных элементов рамы:

$$Ka(n) := \frac{E \cdot A}{L_n} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad Kb(n) := \frac{E \cdot J}{(L_n)^3} \cdot \begin{bmatrix} 12 & 6 \cdot L_n & -12 & 6 \cdot L_n \\ 6 \cdot L_n & 4 \cdot (L_n)^2 & -6 \cdot L_n & 2 \cdot (L_n)^2 \\ -12 & -6 \cdot L_n & 12 & -6 \cdot L_n \\ 6 \cdot L_n & 2 \cdot (L_n)^2 & -6 \cdot L_n & 4 \cdot (L_n)^2 \end{bmatrix}$$

$$Ka(1) = \begin{pmatrix} 2.325 \times 10^8 & -2.325 \times 10^8 \\ -2.325 \times 10^8 & 2.325 \times 10^8 \end{pmatrix} \qquad Kb(1) = \begin{pmatrix} 2.655 \times 10^6 & 5.31 \times 10^6 & -2.655 \times 10^6 & 5.31 \times 10^6 \\ 5.31 \times 10^6 & 1.416 \times 10^7 & -5.31 \times 10^6 & 7.08 \times 10^6 \\ -2.655 \times 10^6 & -5.31 \times 10^6 & 2.655 \times 10^6 & -5.31 \times 10^6 \\ 5.31 \times 10^6 & 7.08 \times 10^6 & -5.31 \times 10^6 & 1.416 \times 10^7 \end{pmatrix}$$

$$Ka(2) = \begin{pmatrix} 2.325 \times 10^8 & -2.325 \times 10^8 \\ -2.325 \times 10^8 & 2.325 \times 10^8 \end{pmatrix} \qquad Kb(2) = \begin{pmatrix} 2.655 \times 10^6 & 5.31 \times 10^6 & -2.655 \times 10^6 & 5.31 \times 10^6 \\ 5.31 \times 10^6 & 1.416 \times 10^7 & -5.31 \times 10^6 & 7.08 \times 10^6 \\ -2.655 \times 10^6 & -5.31 \times 10^6 & 2.655 \times 10^6 & -5.31 \times 10^6 \\ 5.31 \times 10^6 & 7.08 \times 10^6 & -5.31 \times 10^6 & 1.416 \times 10^7 \end{pmatrix}$$

$$Ka(3) = \begin{pmatrix} 1.86 \times 10^8 & -1.86 \times 10^8 \\ -1.86 \times 10^8 & 1.86 \times 10^8 \end{pmatrix} \qquad Kb(3) = \begin{pmatrix} 1.359 \times 10^6 & 3.398 \times 10^6 & -1.359 \times 10^6 & 3.398 \times 10^6 \\ 3.398 \times 10^6 & 1.133 \times 10^7 & -3.398 \times 10^6 & 5.664 \times 10^6 \\ -1.359 \times 10^6 & -3.398 \times 10^6 & 1.359 \times 10^6 & -3.398 \times 10^6 \\ 3.398 \times 10^6 & 5.664 \times 10^6 & -3.398 \times 10^6 & 1.133 \times 10^7 \end{pmatrix}$$

Матрицы преобразования координат конечного элемента:

$$l1(n) := \frac{(x_{n+1} - x_n)}{L_n} \qquad m1(n) := \frac{(y_{n+1} - y_n)}{L_n} \qquad l2(n) := \frac{-(y_{n+1} - y_n)}{L_n} \qquad m2(n) := \frac{(x_{n+1} - x_n)}{L_n}$$

$$Ta(n) := \begin{pmatrix} l1(n) & m1(n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l1(n) & m1(n) & 0 \end{pmatrix} \qquad Tb(n) := \begin{pmatrix} l2(n) & m2(n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l2(n) & m2(n) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Ta(1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad Tb(1) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad Ta(2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad Tb(2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Ta(3) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad Tb(3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Получим коэффициенты приведённых матриц жёсткости каждого конечного элемента в общей системе координат:

$$K(n) := Ta(n)^T \cdot Ka(n) \cdot Ta(n) + Tb(n)^T \cdot Kb(n) \cdot Tb(n)$$

$$K(1) = \begin{pmatrix} 2.655\times10^6 & 0 & -5.31\times10^6 & -2.655\times10^6 & 0 & -5.31\times10^6 \\ 0 & 2.325\times10^8 & 0 & 0 & -2.325\times10^8 & 0 \\ -5.31\times10^6 & 0 & 1.416\times10^7 & 5.31\times10^6 & 0 & 7.08\times10^6 \\ -2.655\times10^6 & 0 & 5.31\times10^6 & 2.655\times10^6 & 0 & 5.31\times10^6 \\ 0 & -2.325\times10^8 & 0 & 0 & 2.325\times10^8 & 0 \\ -5.31\times10^6 & 0 & 7.08\times10^6 & 5.31\times10^6 & 0 & 1.416\times10^7 \end{pmatrix}$$

$$K(2) = \begin{pmatrix} 2.325\times10^8 & 0 & 0 & -2.325\times10^8 & 0 & 0 \\ 0 & 2.655\times10^6 & 5.31\times10^6 & 0 & -2.655\times10^6 & 5.31\times10^6 \\ 0 & 5.31\times10^6 & 1.416\times10^7 & 0 & -5.31\times10^6 & 7.08\times10^6 \\ -2.325\times10^8 & 0 & 0 & 2.325\times10^8 & 0 & 0 \\ 0 & -2.655\times10^6 & -5.31\times10^6 & 0 & 2.655\times10^6 & -5.31\times10^6 \\ 0 & 5.31\times10^6 & 7.08\times10^6 & 0 & -5.31\times10^6 & 1.416\times10^7 \end{pmatrix}$$

$$K(3)=\begin{pmatrix} 1.359\times10^{6} & 0 & 3.398\times10^{6} & -1.359\times10^{6} & 0 & 3.398\times10^{6} \\ 0 & 1.86\times10^{8} & 0 & 0 & -1.86\times10^{8} & 0 \\ 3.398\times10^{6} & 0 & 1.133\times10^{7} & -3.398\times10^{6} & 0 & 5.664\times10^{6} \\ -1.359\times10^{6} & 0 & -3.398\times10^{6} & 1.359\times10^{6} & 0 & -3.398\times10^{6} \\ 0 & -1.86\times10^{8} & 0 & 0 & 1.86\times10^{8} & 0 \\ 3.398\times10^{6} & 0 & 5.664\times10^{6} & -3.398\times10^{6} & 0 & 1.133\times10^{7} \end{pmatrix}$$

Векторы внеузловой нагрузки каждого конечного элемента в общей системе координат:

$$f(n) := Ta(n)^{T}\cdot fa_{n} + Tb(n)^{T}\cdot fb_{n}$$

$$f(1)^{T} = \begin{pmatrix} 4.688\times10^{3} & 0 & 0 & 1.031\times10^{4} & 0 & 1.125\times10^{4} \end{pmatrix}$$

$$f(2)^{T} = \begin{pmatrix} 0 & 2\times10^{4} & 1.333\times10^{4} & 0 & 2\times10^{4} & -1.333\times10^{4} \end{pmatrix}$$

$$f(3)^{T} = \begin{pmatrix} 4.5\times10^{4} & 0 & 6.75\times10^{4} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица жёсткости всей конструкции:

:=

K =

	1	2	3	4	5	6
1	$2.655\cdot10^{6}$	0	$-5.31\cdot10^{6}$	$-2.655\cdot10^{6}$	0	-5.31·10
2	0	$2.325\cdot10^{8}$	0	0	$-2.325\cdot10^{8}$	
3	$-5.31\cdot10^{6}$	0	$1.416\cdot10^{7}$	$5.31\cdot10^{6}$	0	7.08·10
4	$-2.655\cdot10^{6}$	0	$5.31\cdot10^{6}$	$2.352\cdot10^{8}$	0	5.31·10
5	0	$-2.325\cdot10^{8}$	0	0	$2.352\cdot10^{8}$	5.31·10
6	$-5.31\cdot10^{6}$	0	$7.08\cdot10^{6}$	$5.31\cdot10^{6}$	$5.31\cdot10^{6}$	2.832·10
7	0	0	0	$-2.325\cdot10^{8}$	0	
8	0	0	0	0	$-2.655\cdot10^{6}$	-5.31·10
9	0	0	0	0	$5.31\cdot10^{6}$	7.08·10
10	0	0	0	0	0	
11	0	0	0	0	0	
12	0	0	0	0	0	

Вектор внеузловой нагрузки всей конструкции:

Матрица жёсткости всей конструкции после учёта граничных условий:

$$f := \begin{array}{|l} ff1 \leftarrow f(1) \\ \text{for } i \in 7..12 \\ \quad ff1_i \leftarrow 0 \\ \text{for } n \in 1..2 \\ \quad \begin{array}{|l} \text{for } i \in 3n+1..(3n+6) \\ \quad \begin{array}{|l} k \leftarrow f(n+1) \\ op \leftarrow ff1 \\ ff1_i \leftarrow op_i + k_{i-(3n)} \end{array} \\ ff \leftarrow ff1 \end{array} \\ ff \end{array}$$

f =

	1
1	$4.688 \cdot 10^3$
2	0
3	0
4	$1.031 \cdot 10^4$
5	$2 \cdot 10^4$
6	$2.458 \cdot 10^4$
7	$4.5 \cdot 10^4$
8	$2 \cdot 10^4$
9	$5.417 \cdot 10^4$
10	0
11	0
12	0
13	

$$K := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 1..8 \\ \quad \begin{array}{|l} \text{for } j \in 1..8 \\ \quad KK_{i,j} \leftarrow K_{i+2,j+2} \\ KK_{9,i} \leftarrow K_{12,i+2} \\ KK_{i,9} \leftarrow K_{i+2,12} \end{array} \\ KK_{9,9} \leftarrow K_{12,12} \\ KK \end{array}$$

$$K = \begin{pmatrix} 1.416\times10^{7} & 5.31\times10^{6} & 0 & 7.08\times10^{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5.31\times10^{6} & 2.352\times10^{8} & 0 & 5.31\times10^{6} & -2.325\times10^{8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.352\times10^{8} & 5.31\times10^{6} & 0 & -2.655\times10^{6} & 5.31\times10^{6} & 0 & 0 \\ 7.08\times10^{6} & 5.31\times10^{6} & 5.31\times10^{6} & 2.832\times10^{7} & 0 & -5.31\times10^{6} & 7.08\times10^{6} & 0 & 0 \\ 0 & -2.325\times10^{8} & 0 & 0 & 2.339\times10^{8} & 0 & 3.398\times10^{6} & -1.359\times10^{6} & 3.398\times10^{6} \\ 0 & 0 & -2.655\times10^{6} & -5.31\times10^{6} & 0 & 1.887\times10^{8} & -5.31\times10^{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5.31\times10^{6} & 7.08\times10^{6} & 3.398\times10^{6} & -5.31\times10^{6} & 2.549\times10^{7} & -3.398\times10^{6} & 5.664\times10^{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.359\times10^{6} & 0 & -3.398\times10^{6} & 1.359\times10^{6} & -3.398\times10^{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.398\times10^{6} & 0 & 5.664\times10^{6} & -3.398\times10^{6} & 1.133\times10^{7} \end{pmatrix}$$

Вектор неузловых и узловых нагрузок в глобальной системе координат после учёта граничных условий:

$$f := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 1..8 \\ \quad ffs_i \leftarrow f_{i+2} \\ ffs_9 \leftarrow f_{12} \\ ffs \end{array} \qquad fff := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 1..8 \\ \quad ff_i \leftarrow fff_{i+2} \\ ff_9 \leftarrow fff_{12} \\ ff \end{array}$$

$$fff^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2\times10^4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(fff - f)^T = \begin{pmatrix} 0 & -1.031\times10^4 & -2\times10^4 & -2.458\times10^4 & -4.5\times10^4 & -2\times10^4 & -7.417\times10^4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор узловых перемещений всей конструкции:

$$U1 := K^{-1}\cdot(fff - f)$$

$$U1^T = \begin{pmatrix} 0.053 & -0.172 & -2.177\times10^{-4} & 0.022 & -0.172 & 5.712\times10^{-5} & -0.016 & -0.253 & -0.016 \end{pmatrix}$$

$$U := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 1..9 \\ \quad U2_{i+2} \leftarrow U1_i \\ U2_{12} \leftarrow U1_9 \\ U2_{11} \leftarrow 0 \\ U2 \end{array}$$

$$i := 1..6$$

$$u1_i := U_i \quad u2_i := U_{i+3} \quad u3_i := U_{i+6}$$

U =

	1
1	0
2	0
3	0.053
4	-0.172
5	$-2.177\cdot10^{-4}$
6	0.022
7	-0.172
8	$5.712\cdot10^{-5}$
9	-0.016
10	-0.253
11	0

Векторы перемещений конечных элементов в глобальной системе

$$u1^T = \left(0\ \ 0\ \ 0.053\ \ -0.172\ \ -2.177\times10^{-4}\ \ 0.022\right)$$

$$u2^T = \left(-0.172\ \ -2.177\times10^{-4}\ \ 0.022\ \ -0.172\ \ 5.712\times10^{-5}\ \ -0.016\right)$$

$$u3^T = \left(-0.172\ \ 5.712\times10^{-5}\ \ -0.016\ \ -0.253\ \ 0\ \ -0.016\right)$$

Векторы перемещений элемента 1 в локальной системе

$u1L_a := Ta(1)\cdot u1$ $\quad u1L_a{}^T = \left(0\ \ -2.177\times10^{-4}\right)$ $\quad u1L_b := Tb(1)\cdot u1$ $\quad u1L_b{}^T = (0\ \ 0.053\ \ 0.172\ \ 0.022)$

Векторы перемещений элемента 2 в локальной системе координат

$u2L_a := Ta(2)\cdot u2$ $\quad u2L_a{}^T = (-0.172\ \ -0.172)$ $\quad u2L_b := Tb(2)\cdot u2$ $\quad u2L_b{}^T = \left(-2.177\times10^{-4}\ \ 0.022\ \ 5.712\times10^{-5}\ \ -0.016\right)$

Векторы перемещений узлов элемента 3

$u3L_a := Ta(3)\cdot u3$ $\qquad u3L_b := Tb(3)\cdot u3$

$u3L_a{}^T = \left(-5.712\times10^{-5}\ \ 0\right)$ $\qquad u3L_b{}^T = (-0.172\ \ -0.016\ \ -0.253\ \ -0.016)$

Усилия в узлах элементов в локальной системе

$f1L_a := Ka(1)\cdot u1L_a + fa_1$ $\qquad f1L_b := Kb(1)\cdot u1L_b + fb_1$

$f2L_a := Ka(2)\cdot u2L_a + fa_2$ $\qquad f2L_b := Kb(2)\cdot u2L_b + fb_2$

$f3L_a := Ka(3)\cdot u3L_a + fa_3$ $\qquad f3L_b := Kb(3)\cdot u3L_b + fb_3$

Значения векторов усилий

$f1L_a{}^T = (50625\ \ -50625)$ $\qquad f1L_b{}^T = (-60000\ \ 0\ \ 45000\ \ -210000)$

$f2L_a{}^T = (45000\ \ -45000)$ $\qquad f2L_b{}^T = (50625\ \ 210000\ \ -10625\ \ -87500)$

$f3L_a{}^T = (-10625\ \ 10625)$ $\qquad f3L_b{}^T = (45000\ \ 67500\ \ 0\ \ 0)$

Учреждение образования
«Белорусский государственный университет транспорта»

УТВЕРЖДАЮ
Первый проректор учреждения образования «Белорусский государственный университет транспорта
_____________________В.Я Негрей
«02» 07 2015
Регистрационный № УД-12311 уч.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Учебная программа учреждения высшего образования по учебной дисциплине для специальности:
1-70 02 01 Промышленное и гражданское строительство

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-70 02 01-2013 « Промышленное и гражданское строительство»

СОСТАВИТЕЛЬ:

С. А. Воробьев, доцент кафедры «Строительная механика» учреждения образования «Белорусский государственный университет транспорта», кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой «Строительная механика» учреждения образования «Белорусский государственный университет транспорта»
(протокол № 4 от «27» апреля 2015 г.);

учебно-методической комиссией факультета «Промышленное и гражданское строительство» учреждения образования «Белорусский государственный университет транспорта»
(протокол № 3 от «27» апреля 2015 г.);

научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный университет транспорта»
(протокол №4 от «02» июля 2015 г.).

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Актуальность изучения учебной дисциплины

Подготовка высококвалифицированных инженеров-строителей требует изучения и глубокого освоения студентами численных методов, получения навыков их практического применения (от математической формализации задачи, выбора численного метода, создания алгоритма и компьютерной программы до анализа и проверки полученных результатов).

На практике в большинстве случаев найти точное решение возникшей математической задачи не удается. Это происходит главным образом не потому, не что не умеем этого сделать, а поскольку искомое решение может быть чрезвычайно громоздким и не выражаться в привычных для нас элементарных и других известных функциях. А проектировщику или расчетчику требуется конкретные числовые значения параметров, характеризующих прочность, жесткость, устойчивость форм равновесия и многие другие характеристики элементов конструкций. По этой причине важное значение приобрели численные методы, особенно с появлением быстродействующих компьютеров.

Для закрепления знаний, выработки умений и навыков применения численных методов в программе дисциплины помимо лекций и лабораторных занятий предусмотрено также выполнение студентами самостоятельных расчетных или контрольных работ с помощью пакетов компьютерных программ.

Программа разработана на основе компетентностного подхода, требований к формированию компетенций, сформулированных в образовательном стандарте и составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-70 02 01-2013 «Промышленное и гражданское строительство».

Дисциплина относится к циклу естественнонаучных дисциплин, осваиваемых студентами специальности 1-70 02 01 « Промышленное и гражданское строительство».

.

Цели и задачи учебной дисциплины

Целью дисциплины «Численные методы решения задач» является: изучение и реализация на компьютерах основных численных методов, применяемых в расчете и проектировании стержневых и континуальных конструкций, при решении задач организации, управления и экономики строительства, формирование знаний, умений и профессиональных компетенций по использованию численных методов для расчета напряженно-деформированного состояния упругих и упругопластических элементов строительных конструкций, развитие и закрепление академических и социально-личностных компетенций.

Основными задачами дисциплины являются: развитие студентами навыков самостоятельной исследовательской работы в практике уточненных инженерных расчетов; освоение теоретического материала, который позволит заложить основу для изучения курсов строительной механики, строительных и инженерных конструкций.

Требования к уровню освоения содержания учебной дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен закрепить и развить следующие академические (АК) и социально-личностные (СЛК) компетенции, предусмотренные в образовательном стандарте ОСВО 1-70 02 01-2013:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7.Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8 Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

АК-9 Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

СЛК-1. Обладать качествами гражданственности.

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

В результате изучения дисциплины студент должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК), предусмотренными образовательным стандартом ОСВО 1-70 02 01-2013:

ПК-3. Анализировать и оценивать результаты работы и полученные данные в области промышленного и гражданского строительства.

ПК-8. Организовывать мероприятия по обеспечению энергосбережения и соблюдения экологической безопасности при выполнении строительно-монтажных работ.

ПК-9. Обеспечивать производственное обучение исполнителей новым технологическим приемам и методам организации труда, правилам техники безопасности, пожарной и экологической безопасности.

ПК-11. Разрабатывать проекты организации строительства, проекты производства работ и технологические карты на отдельные виды работ.

ПК-22. Формулировать и реализовывать мероприятия по повышению качества строительной продукции, снижению энергоемкости и материальных затрат при выполнении строительно-монтажных работ.

ПК-23. Контролировать соблюдение норм охраны труда и техники безопасности при производстве работ по возведению зданий и сооружений.

ПК-24. Осуществлять поиск, систематизацию и анализ информации по перспективам развития строительной отрасли, инновационным технологиям, проектам и решениям.

Для приобретения профессиональных компетенций ПК-3, ПК-8, ПК-9, ПК-11, ПК-22, ПК-23, ПК-24 в результате изучения дисциплины студент должен **знать**:

- основные прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений;
- способы вычисления определителей и обращения квадратных матриц;
- методы решения частичной проблемы собственных значений;
- постановки задач с начальными и краевыми условиями для обыкновенных дифференциальных уравнений;
- основные численные методы решения задачи Коши и краевой задачи;

уметь:

- решать системы линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, простой итерации, Зейделя;
- обратить квадратную матрицу решением системы линейных алгебраических уравнений;
- вычислить определитель квадратной матрицы;
- найти наибольшее и наименьшее собственные значения квадратной матрицы;
- применить метод конечных разностей к решению краевой задачи;

владеть:

- основными приемами обработки экспериментальных данных;
- методами численного решения алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений.

Структура содержания учебной дисциплины

Содержание дисциплины представлено в виде тем, которые характеризуются относительно самостоятельными укрупненными дидактическими единицами содержания обучения. Содержание тем опирается на приобретенные ранее студентами компетенции при изучении естественнонаучных дисциплин «Физика», «Математика», «Механика материалов», «Теоретическая механика», «Строительная механика». Форма получения высшего образования – дневная и заочная. Дисциплина изучается в 6 (дневная форма), 6, 7 (заочная форма) и 7, 8 (заочная сокращенная форма) семестрах.

В соответствии с учебным планом на изучение дисциплины для дневной формы отведено всего 44 часа, в том числе 30 аудиторных часов, из них лекции – 16 часов, лабораторные занятия – 14 часов. Форма текущей аттестации – расчетно-графическая работа, зачет. Трудоемкость дисциплины составляет 1 зачетная единица.

В соответствии с учебным планом на изучение дисциплины для заочной формы отведено всего 56 часов, в том числе 6 аудиторных часов, из них лекции

– 2 часа, лабораторные занятия – 4 часа. Форма текущей аттестации – контрольная работа, зачет. Трудоемкость дисциплины составляет 1 зачетная единица.

Распределение аудиторных часов по семестрам, видам занятий для заочной формы обучения:

Семестр	Всего часов	Зачетных единиц	Аудиторных часов	Лекции	Лабораторные занятия	Форма текущей аттестации
6	2		2	2		
7	54	1	4		4	КР, зачет

Обозначение: КР – контрольная работа

В соответствии с учебным планом на изучение дисциплины для заочной сокращенной формы отведено всего 56 часов, в том числе 6 аудиторных часов, из них лекции – 2 часа, лабораторные занятия – 4 часа. Форма текущей аттестации – зачет. Трудоемкость дисциплины составляет 1 зачетная единица.

Распределение аудиторных часов по семестрам, видам занятий для заочной сокращенной формы обучения:

Семестр	Всего часов	Зачетных единиц	Аудиторных часов	Лекции	Лабораторные занятия	Форма текущей аттестации
7	4		4	2	2	
8	52	1	2		2	зачет

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Численные методы решения задач линейной алгебры

Введение. Классификация погрешностей численного решения задач (неустранимая и устранимая погрешности), причины их возникновения. Примеры задач строительной механики, сводящихся к решению систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Краткий обзор прямых методов решения СЛАУ (метод Гаусса и его модификации (схема единственного деления, метод Гаусса с выбором главного элемента), LU-разложение), методов вычисления определителя матрицы, нахождения обратной матрицы. Понятие о нормах вектора и матрицы, свойства норм. Понятие о числе обусловленности матрицы. Приближенные признаки оценки обусловленности матриц. Примеры задач по расчету строительных конструкций, сводимых к хорошо и плохо обусловленным СЛАУ.

Итерационные методы решения СЛАУ: простая итерация, метод Зейделя, релаксации. Условия сходимости итерационных методов. Оценка погрешности итерационных методов.

Примеры задач по расчету конструкций, связанных с проблемой собственных значений и векторов. Классификация и обзор методов решения задач на собственные значения. Метод итераций для вычисления наименьшего и наибольшего собственных значений. Определение промежуточных собственных значений (метод исчерпывания).

Тема 2. Численные методы решения линейных дифференциальных уравнений с начальными и краевыми условиями

Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных для функций одной и двух независимых переменных. Погрешность конечно-разностных аппроксимаций. Пример решения двухточечной краевой задачи МКР. Примеры и классификация дифференциальных уравнений в частных производных, вычислительные шаблоны.

Примеры краевых и начально-краевых задач в строительной механике. Классификация методов решения начальных задач, краткий обзор основных одношаговых и многошаговых методов (метод Эйлера и его модификации, Рунге-Кутта, Адамса). Жесткие дифференциальные уравнения.

Методы взвешенных невязок для решения краевых задач: метод точечной коллокации, метод Галеркина, обобщенный метод невязок. Примеры использования.

Тема 3. Основы метода конечных элементов

Общие сведения о методе конечных элементов. Параметры напряженно деформированного состояния в конечном элементе: перемещения (вектор перемещений в узле КЭ, вектор узловых перемещений КЭ), функции форм (линейные функции форм для стержневого КЭ), деформации, напряжения. Матрица жесткости конечного элемента - общее уравнение. Преобразование координат. Формирование математической модели конструкции. Учет граничных условий. Общая схема расчета конструкции на основе МКЭ.

Некоторые типы конечных элементов стержневых и континуальных систем. Матрицы жесткости элементов первого порядка: стержневого, балочного. Примеры расчета конструкции МКЭ (с использованием балочного КЭ). Учет внеузловой нагрузки для балочного конечного элемента. Краткие сведения о конечных элементах высших порядков.

ХАРАКТЕРИСТИКА РГР (ДНЕВНАЯ ФОРМА)

Для развития навыков самостоятельного применения численных методов при решении задач из курсов «Сопротивление материалов» и «Строительная механика» учебным планом установлено выполнение расчетно-графической работы с индивидуальным заданием по теме «Расчет на прочность плоской рамы методом конечных элементов». Эта работа принимается преподавателями с защитой.

ХАРАКТЕРИСТИКА КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (ЗАОЧНАЯ ФОРМА)

Для развития навыков самостоятельного применения численных методов при решении задач из курсов «Сопротивление материалов» и «Строительная механика» учебным планом установлено выполнение одной контрольной работы с индивидуальным заданием по теме «Расчет балки переменной жесткости методом конечных разностей».

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА (ДНЕВНАЯ ФОРМА)

Номер темы, занятия	Название темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия на курсовое проектирование			
1	**Численные методы решения задач линейной алгебры (12 ч.)**	**6**		**6**				
1.1	1. Введение. Классификация погрешностей численного решения задач (неустранимая и устранимая погрешности), причины их возникновения. Примеры задач строительной механики, сводящихся к решению систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Краткий обзор прямых методов решения СЛАУ (метод Гаусса и его модификации (схема единственного деления, метод Гаусса с выбором главного элемента), LU-разложение), методов вычисления определителя матрицы, нахождения обратной матрицы.	2		2		ПК	[1–5]	Проверка результатов ИЗ
1.2	2. Понятие о нормах вектора и матрицы, свойства норм. Понятие о числе обусловленности матрицы. Приближенные признаки оценки обусловленности матриц. Примеры задач по расчету строительных конструкций, сводимых к хорошо и плохо обусловленным СЛАУ.	2		2		ПК	[1]	Защита ЛР, тест
1.3	3. Итерационные методы решения СЛАУ: простая итерация, метод Зейделя, релаксации. Условия сходимости итерационных методов. Оценка погрешности итерационных методов. Примеры задач по расчету конструкций, связанных с проблемой собственных значений и векторов. Классификация и обзор методов решения задач на собственные значения. Метод итераций для вычисления наименьшего и наибольшего собственных значений. Определение промежуточных собственных значений (метод исчерпывания).	2		2		ПК	[1]	Защита ЛР, тест

2	**Численные методы решения линейных дифференциальных уравнений с начальными и краевыми условиями (8 ч.)**	**4**		4			[2]	Тест
2.1	4. Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных для функций одной и двух независимых переменных. Погрешность конечно-разностных аппроксимаций. Пример решения двухточечной краевой задачи МКР. Примеры и классификация дифференциальных уравнений в частных производных, вычислительные шаблоны.	**2**		2		ПК	[2]	Тест
2.2	5. Примеры краевых и начально-краевых задач в строительной механике. Классификация методов решения начальных задач, краткий обзор основных методов (одношаговые и многошаговые численные методы) (метод Эйлера и его модификации, Рунге-Кутта, Адамса). Жесткие дифференциальные уравнения. Методы взвешенных невязок для решения краевых задач: метод точечной коллокации, метод Галеркина, обобщенный метод невязок. Примеры использования.	**2**		2			[2]	Тест
3	**Основы метода конечных элементов (10 ч.)**	**6**		4				
3.1	6. Общие сведения о методе конечных элементов. Параметры напряженно деформированного состояния в конечном элементе: перемещения (вектор перемещений в узле КЭ, вектор узловых перемещений КЭ), функции форм (линейные функции форм для стержневого КЭ), деформации, напряжения.	2		2			[3]	Защита РГР, тест
3.2	7. Матрица жесткости конечного элемента - общее уравнение. Преобразование координат. Формирование математической модели конструкции. Учет граничных условий. Общая схема расчета конструкции на основе МКЭ.	2		2			[3]	Защита РГР, тест
3.3	8. Некоторые типы конечных элементов стержневых и континуальных систем. Матрицы жесткости элементов первого порядка: стержневого, балочного. Примеры расчета конструкции МКЭ (с использованием балочного КЭ). Учет внеузловой нагрузки для балочного конечного элемента. Краткие сведения о конечных элементах высших порядков.	**2**					[3]	

Обозначение: ПК – персональный компьютер; ИЗ – индивидуальное задание

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА (ЗАОЧНАЯ ФОРМА)

Номер темы, занятия	Название темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов				Самостоятельное изучение тем курса, час.	Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия на курсовое проектирование				
1	**Численные методы решения задач линейной алгебры (12 ч.)**	**2**				**10**			
1.1	1. Введение. Классификация погрешностей численного решения задач (неустранимая и устранимая погрешности), причины их возникновения. Примеры задач строительной механики, сводящихся к решению систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Краткий обзор прямых методов решения СЛАУ (метод Гаусса и его модификации (схема единственного деления, метод Гаусса с выбором главного элемента), LU-разложение), методов вычисления определителя матрицы, нахождения обратной матрицы.	2				2	ПК	[1–5]	тест
1.2	2. Понятие о нормах вектора и матрицы, свойства норм. Понятие о числе обусловленности матрицы. Приближенные признаки оценки обусловленности матриц. Примеры задач по расчету строительных конструкций, сводимых к хорошо и плохо обусловленным СЛАУ.					4	ПК	[1]	тест
1.3	3. Итерационные методы решения СЛАУ: простая итерация, метод Зейделя, релаксации. Условия сходимости итерационных методов. Оценка погрешности итерационных методов. Примеры задач по расчету конструкций, связанных с проблемой собственных значений и векторов. Классификация и обзор методов решения задач на собственные значения. Метод итераций для вычисления наименьшего и наибольшего собственных значений. Определение промежуточных собственных значений (метод исчерпывания).					4	ПК	[1]	тест

2	**Численные методы решения линейных дифференциальных уравнений с начальными и краевыми условиями (8 ч.)**			4		**4**		[2]	
2.1	4. Основы метода конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации производных для функций одной и двух независимых переменных. Погрешность конечно-разностных аппроксимаций. Пример решения двухточечной краевой задачи МКР. Примеры и классификация дифференциальных уравнений в частных производных, вычислительные шаблоны.			4			ПК	[2]	КР, тест
2.2	5. Примеры краевых и начально-краевых задач в строительной механике.. Классификация методов решения начальных задач, краткий обзор основных одношаговых и многошаговых численных методов (метод Эйлера и его модификации, Рунге-Кутта, Адамса). Жесткие дифференциальные уравнения. Методы взвешенных невязок для решения краевых задач: метод точечной коллокации, метод Галеркина, обобщенный метод невязок. Примеры использования.					4		[2]	тест
3	**Основы метода конечных элементов (10 ч.)**					**10**			
3.1	6. Общие сведения о методе конечных элементов. Параметры напряженно деформированного состояния в конечном элементе: перемещения (вектор перемещений в узле КЭ, вектор узловых перемещений КЭ), функции форм (линейные функции форм для стержневого КЭ), деформации, напряжения.					4		[3]	тест
3.2	7. Матрица жесткости конечного элемента - общее уравнение. Преобразование координат. Формирование математической модели конструкции. Учет граничных условий. Общая схема расчета конструкции на основе МКЭ.					4		[3]	тест
3.3	8. Некоторые типы конечных элементов стержневых и континуальных систем. Матрицы жесткости элементов первого порядка: стержневого, балочного. Примеры расчета конструкции МКЭ (с использованием балочного КЭ). Учет внеузловой нагрузки для балочного конечного элемента. Краткие сведения о конечных элементах высших порядков.					2		[3]	тест

Обозначение: КР – контрольная работа

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

КРИТЕРИИ ОЦЕНОК РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ

Оценка учебных достижений студента производится по 10-балльной шкале.

10 баллов — десять: систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы, а также по основным вопросам, выходящим за ее пределы; точное использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы; безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач; выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации.

9 баллов — девять: систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы; точное использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы; владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач; способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации в рамках учебной программы.

8 баллов — восемь: систематизированные, глубокие и полные знания по всем поставленным вопросам в объеме учебной программы; использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы; владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач; способность самостоятельно решать сложные проблемы в рамках учебной программы.

7 баллов — семь: систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы; использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы; владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач.

6 баллов — шесть: достаточно полные и систематизированные знания в объеме учебной программы; использование необходимой научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы; владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач; способность самостоятельно применять типовые решения в рамках учебной программы.

5 баллов — пять: достаточные знания в объеме учебной программы; использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы; владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач; способность самостоятельно применять типовые решения в рамках учебной программы.

4 балла — четыре, ЗАЧТЕНО: достаточный объем знаний в рамках образовательного стандарта; усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок; владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач; умение под руководством преподавателя решать стандартные (типовые) задачи.

3 балла — три, НЕЗАЧТЕНО: недостаточно полный объем знаний в рамках образовательного стандарта; знание части основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; использование научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными лингвистическими и логическими ошибками; слабое владение инструментарием учебной дисциплины, некомпетентность в решении стандартных (типовых) задач; неумение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях изучаемой дисциплины; пассивность на практических и лабораторных занятиях, низкий уровень культуры исполнения заданий.

2 балла — два, НЕЗАЧТЕНО: фрагментарные знания в рамках образовательного стандарта; знания отдельных литературных источников, рекомендованных учебной программой дисциплины; неумение использовать научную терминологию дисциплины, наличие в ответе грубых стилистических и логических ошибок; пассивность на практических и лабораторных занятиях.

1 балл — один, НЕЗАЧТЕНО: отсутствие знаний и компетенций в рамках образовательного стандарта или отказ от ответа.

Методы (технологии) обучения

Основными методами (технологиями) обучения, отвечающие целям изучения дисциплины, являются:

- элементы проблемного обучения (проблемное изложение, вариативное изложение), реализуемые на лекционных занятиях;
- элементы учебно-исследовательской деятельности, реализуемые на практических занятиях и при самостоятельной работе.

Организация самостоятельной работы студентов

- подготовка докладов по индивидуальным темам, в том числе с использованием научно-технической литературы;
- контролируемая самостоятельная работа в виде решения индивидуальных задач в аудитории во время проведения лабораторных занятий под контролем преподавателя в соответствии с расписанием.

Диагностика компетенций студента

Оценка уровня знаний студента при защите расчетно-графической работы производится по десятибалльной шкале.

Оценка промежуточных учебных достижений студента также осуществляется по десятибалльной шкале. Для оценки достижений студента используется следующий диагностический инструментарий:

- защита выполненных на лабораторных занятиях индивидуальных заданий (АК-1 – АК-6, СЛК-1 – СЛК-2, ПК-24);
- проведение текущих контрольных опросов по отдельным темам (АК-1, АК-2, СЛК-1, ПК-5, ПК-30);
- выступление студента на конференции по подготовленному реферату (СЛК-1 – СЛК-2, АК-3, АК-4, АК-6, ПК-24);
- сдача зачета по дисциплине (АК-1 – АК-6, СЛК-1, ПК-24).

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Воробьев, С. А.* Численные методы решения задач строительства на ЭВМ: метод. указ. к лекционным и строительным занятиям для студентов строит. специальностей / С.А. Воробьев. – Гомель: БелИИЖТ, 1992. – Ч. 1. – 47 с.

2. *Воробьев, С. А.* Численные методы решения задач строительства на ЭВМ: метод. указ. к лекционным и строительным занятиям для студентов строит. специальностей / С.А. Воробьев. – Гомель: БелИИЖТ, 1993. – Ч. 2. – 45 с.

3. *Воробьев, С.А.* Метод конечных элементов в задачах механики деформируемого твердого тела : учеб. пособие для студентов строит. специальностей вузов / С.А. Воробьев. – Гомель: БелГУТ, 1999. – 81 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

4. *Ильин, В. П.* Численные методы решения задач строительной механики : справочное пособие / В.П. Ильин, В.В. Карпов, А. М. Масленников. – Мн.: Выш. шк., 1990. – 349 с.

5. *Волков, Е. А.* Численные методы / Е. А. Волков. – М.: Высшая школа, 1987. – 248 с.

ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ (ДНЕВНАЯ ФОРМА)

1. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента (компактная схема, интерактивный режим в среде Mathcad).
2. Факторизация матрицы системы линейных уравнений из ЛР№1. Определение числа обусловленности системы линейных уравнений из ЛР№1. Оценка погрешности решения системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента в сравнении с решением с помощью встроенных функций (lsolve, др.).
3. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом простой итерации.

4. Определение собственных значений и собственных векторов методом итерации методом исчерпывания.
5. Решение дифференциального уравнения с начальными условиями одношаговым методом.
6. Дискретизация рамы на конечные элементы. Вычисление коэффициентов матриц жесткостей конечных элементов рамы.
7. Формирование системы разрешающих уравнений МКЭ для рамы (формулировка метода перемещений).

ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ (ЗАОЧНАЯ ФОРМА)

1. Решение дифференциального уравнения второго порядка численными методами.
2. Решение краевой задачи методом конечных разностей.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ**» С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Основы автоматизации в строительстве	СКОИФ		